

1	2	3	4	5	Σ

Ime i prezime, JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

drugi kolokvij - 2. veljače 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom listu.

Obrazložite svoje tvrdnje.

1. Neka je $ABCDEF$ šesterokut upisan u kružnicu. Dokažite da za njegove unutarnje kutove vrijedi

$$\sphericalangle A + \sphericalangle C + \sphericalangle E = \sphericalangle B + \sphericalangle D + \sphericalangle F.$$

2. Neka je $ABCD$ pravokutnik sa stranicama duljina $|AB| = a$ i $|BC| = b$, pri čemu je $a > b$. Kružnica prolazi središtem pravokutnika i vrhovima B i C , te siječe stranicu \overline{AB} u točki E . Odredite duljinu $|BE|$.

3. Neka je $ABCD$ paralelogram sa šiljastim kutom u vrhu A i neka su P i Q redom polovišta njegovih stranica \overline{AB} i \overline{BC} . Ako je trokut DPQ jednakokratan s osnovicom \overline{DQ} , a omjer duljina stranica paralelograma je $|AB| : |BC| = 5 : 2$, odredite mjeru jednog kuta paralelograma. (Dovoljno je odrediti sinus ili kosinus kuta.)

4. Neka je $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ pravilni osmerokut.

(a) Dokažite da je $A_1A_3A_5A_7$ kvadrat.

(b) Stranice kvadrata $A_1A_3A_5A_7$ i $A_2A_4A_6A_8$ sijeku se u još osam točaka. Dokažite da su te točke vrhovi pravilnog osmerokuta.

5. Dana je kocka volumena a^3 . Označena su polovišta svih bridova kocke, a zatim je svaki vrh kocke odsječen ravninom koja prolazi polovištima triju bridova koji se sastaju u tom vrhu. Odredite broj strana, bridova i vrhova tako nastalog tijela te provjerite da za njega vrijedi Eulerova formula. Odredite volumen i oplošje tog tijela.

Napomene: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak vrijedi 10 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.