

1	2	3	4	5	6	Σ

Ime i prezime, JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

prvi kolokvij - 26. studenog 2021.

Napomene: Vrijeme rješavanja je 120 minuta.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.

Prva dva zadatka rješavajte na ovom papiru, a ostale zadatke svaki na zasebnom listu.

1. (5 b) Precizno iskažite Euklidov teorem.

Pomoću Euklidovog teorema dokažite Pitagorin teorem.

2. (12 b) Definirajte upisanu kružnicu trokuta.

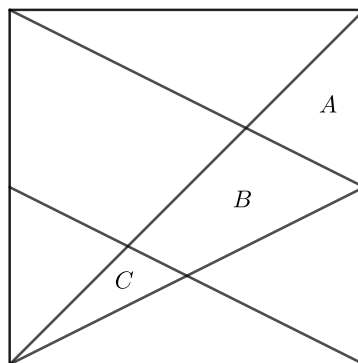
Dokažite da svaki trokut ima upisanu kružnicu. Sve tvrdnje zapišite riječima, a ne simbolima.

Iskažite teorem koji ste koristili u prethodnom dokazu.

Dokažite formulu $P = rs$ za površinu trokuta.

Rješenja ovih zadataka zapišite na odvojenim listovima - svaki zadatak na zasebnom papiru. Ne zaboravite na svaki papir napisati ime i prezime.

3. (7 b) Neka je ABC jednakokrani trokut s osnovicom \overline{AB} i ortocentrom H . Ako vrijedi $|AB| = |CH|$, odredite kutove tog trokuta. Zadatak ima dva rješenja!
4. (7 b) Na slici je kvadrat podijeljen na nekoliko dijelova jednom dijagonalom i trima dužinama koje spajaju po jedan vrh kvadrata s polovištem jedne od njegovih stranica. Ako površina kvadrata iznosi P , odredite površine likova označenih s A , B i C . *Obrazložite svoje tvrdnje!*



5. (7 b) Neka je \overline{AC} dulja dijagonala paralelograma $ABCD$. Točke E i F su redom nožišta okomica iz točke C na pravce AB i AD . Dokažite da vrijedi

$$|AB| \cdot |AE| + |AD| \cdot |AF| = |AC|^2.$$

6. (7 b) Neka je $ABCDEF$ šesterokut u kojem vrijedi

$$\sphericalangle A = \sphericalangle D = \alpha, \quad \sphericalangle B = \sphericalangle E = \beta, \quad \sphericalangle C = \sphericalangle F = \gamma$$

i sve su mu stranice međusobno sukladne.

Neka je točka O središte opisane kružnice trokuta BDF .

- (a) Dokažite da je svaki kut trokuta BDF upola manji od kuta pri istom vrhu u šesterokutu $ABCDEF$, tj. da vrijedi $\sphericalangle FBD = \frac{1}{2}\beta$, $\sphericalangle BDF = \frac{1}{2}\alpha$, $\sphericalangle DFB = \frac{1}{2}\gamma$.
- (b) Dokažite da je četverokut $ABOF$ romb.
- (c) Dokažite da su nasuprotne stranice šesterokuta $ABCDEF$ paralelne.

Smijete koristiti tvrdnje (a) i (b) u dokazu sljedećih tvrdnji čak i ako ih niste dokazali.