

ELEMENTARNA GEOMETRIJA – zadaci s vježbi

8. Stereometrija

1. Pravci a, b, c probadaju ravninu π u točkama A, B, C redom. Točke A, B i C ne leže na istom pravcu. Pravac a siječe pravce b i c u različitim točkama. Dokažite da su pravci b i c mimosmjerni.
2. Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$. Neka je M polovište brida $\overline{C' D'}$, a N točka na \overline{AB} , bliža vrhu B nego A . Odredite presjek kocke ravninom koja prolazi točkama A', M i N .
3. Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$. Neka je K točka na $\overline{A' D'}$, L točka na $\overline{C' D'}$ i M točka na \overline{AB} . Odredite presjek kocke ravninom KLM .
4. Dan je tetraedar $ABCD$. Neka su K, L i M redom točke na bridovima $\overline{CD}, \overline{AC}$ i \overline{BD} . Odredite presjek tetraedra $ABCD$ ravninom KLM .
5. Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$ brida duljine a . točka P je polovište brida $\overline{CC'}$, a točka S središte kvadrata $A' B' C' D'$. Kolika je udaljenost točke S od ravnine BDP ?
6. Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$. Koliki je kut između ravnina ACD' i $ABCD$?
7. Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$ brida duljine a . Kolika je udaljenost pravaca BD i $B'C$?
8. Dana je kocka $ABCD A' B' C' D'$. Vrhovi $AB'CD'$ tvore pravilni tetraedar. Ako je duljina stranice kocke b , koliki je volumen tetraedra? Izvedite formulu za volumen pravilnog tetraedra brida duljine a .
9. Promatrajmo pravilni oktaedar. Četiri njegova brida leže u jednoj ravnini. Koje je tijelo određeno polovištima ostalih osam bridova? Odredite volumen tog tijela, ako je duljina brida oktaedra a .
10. Svi uglovi kocke su odsječeni, tako da su od njenih strana ostali pravilni osmerokuti. Ako je duljina stranice kocke a , izračunajte volumen i oplošje dobivenog tijela. Provjerite Eulerovu formulu.
11. Međusobne udaljenosti bočnih bridova kose trostrane prizme su 2 cm, 3 cm i 4 cm. Površina pobočja iznosi 45 cm^2 . Kolika je duljina bočnog brida prizme?

12. Baza uspravne trostrane prizme je trokut s polumjerom upisane kružnice 1 i polumjerom opisane kružnice 7. Ako se toj prizmi može i opisati i upisati kugla, koliki je omjer volumena tih dviju kugli?
13. Osnovka piramide je trokut sa stranicama duljina 15, 16 i 17. Bočni bridovi zatvaraju s osnovkom kut od 45° . Koliki je obujam piramide?
14. Osnovka piramide je trokut sa stranicama duljina 13, 20 i 21. Pobočke zatvaraju s osnovkom kut od 30° . Koliki je obujam piramide?
15. Visina piramide je 35 cm. Piramida je presječena ravninom paralelnom osnovki i nastala krnja piramida ima osnovke površina 245 cm^2 i 80 cm^2 . Koliki je volumen te krnje piramide?
16. Krug površine 100 cm^2 razrezan je na dva polukruga koji su zatim savinuti u plašteve i spojeni tako da se dobije tijelo oblika bove. Izračunajte volumen tog tijela.
17. U valjak polumjera osnovke 6 i visine 8 upisan je uspravni stožac, a u stožac je upisana kugla. Koliki je omjer volumena kugle i valjka?
18. Duljina izvodnice krnjeg stošca iznosi 17, a površina njegovog osnovnog presjeka 420. Površina presjeka krnjeg stošca ravninom, koja prolazi polovištem njegove visine i paralelna je ravnini osnovke, iznosi 196π . Izračunajte oplošje tog krnjeg stošca.
19. Dva međusobno okomita presjeka kugle, površina 185π i 320π sijeku se po tetivi duljine 16. Koliki je polumjer te kugle?