

# ELEMENTARNA GEOMETRIJA – zadaci s vježbi

## 4. Sličnost

1. Dan je trokut  $ABC$  sa stranicama duljina  $a = |BC| = 20$ ,  $b = |AC| = 12$ ,  $c = |AB| = 16$ . Na stranici  $\overline{AB}$  nalaze se točke  $M$  i  $P$ , a na stranici  $\overline{BC}$  točke  $N$  i  $Q$  takve da je  $MN \parallel PQ \parallel AC$  i  $|CN| = |BQ| = 5$ . Odredite duljine stranica trapeza  $MPQN$ .
2. Dijagonale četverokuta  $ABCD$  sijeku se u točki  $O$ . Dokažite da vrijedi
$$|AO| \cdot |BO| = |CO| \cdot |DO| \Leftrightarrow AD \parallel BC.$$
3. Iz vrha  $A$  paralelograma  $ABCD$  spuštene su okomice  $\overline{AM}$  i  $\overline{AN}$  na pravce  $BC$  i  $CD$ . Dokažite da su trokuti  $ABC$  i  $AMN$  slični.
4. Dan je pravokutni trapez s osnovicama duljina  $a$  i  $c$  te kraćim krakom duljine  $b$ . Odredite udaljenosti sjecišta dijagonala od osnovica i od kraćeg kraka.
5. Visina dijeli osnovicu trokuta na dijelove duljina 36 i 14. Pravac  $p$  raspolavlja površinu trokuta i okomit je na tu osnovicu. Na koje dijelove pravac  $p$  dijeli osnovicu trokuta?
6. Iz nožišta  $D$  visine iz vrha  $C$  pravog kuta pravokutnog trokuta  $ABC$  spuštene su okomice  $\overline{DE}$  i  $\overline{DF}$  na katete trokuta. Dokažite da vrijedi  $|CD|^3 = |AB| \cdot |DE| \cdot |DF|$ .
7. Dan je pravokutan trokut  $ABC$  kojem su duljine kateta  $|AC| = 7$  i  $|BC| = 4$ . Na hipotenuzi je odabrana točka  $D$ . Neka je  $M$  težište trokuta  $ADC$ , a  $N$  težište trokuta  $BCD$ . Odredite, ako je moguće, površinu trokuta  $CMN$ .
8. Na stranicama  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$ ,  $\overline{AB}$  trokuta  $ABC$  dane su točke  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  takve da je  $|BA_1| = k|BC|$ ,  $|CB_1| = k|CA|$ ,  $|AC_1| = k|AB|$ , za neki  $k \in (0, 1)$ . Označimo sa  $P$ ,  $S$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  redom površine trokuta  $ABC$ ,  $A_1B_1C_1$ ,  $AB_1C_1$ ,  $A_1BC_1$ ,  $A_1B_1C$ .
  - (a) Dokažite da je  $P_1 = P_2 = P_3$ .
  - (b) Odredite  $k$  ako vrijedi  $S = kP$ .