

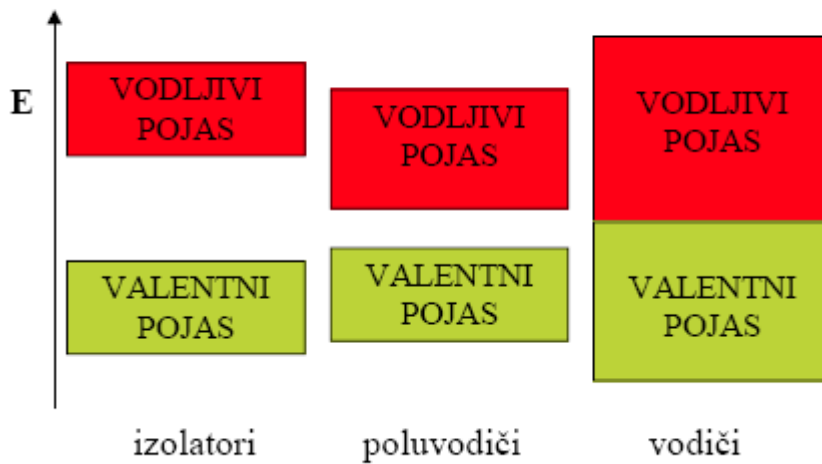
UVOD U POLUVODIČE

U pojedinom atomu elektroni imaju određenu energiju s obzirom na jezgru atoma (nalaze se na određenim energetske razine). U jednoj energetske razine mogu se nalaziti samo dva elektrona, ali različitih spinova (Paulijev princip). Energetske razine su vrlo blizu jedna drugoj, pa se može smatrati da čine kontinuirani pojas, tj. zonu. Broj i širina tih, za elektrona dopuštenih elektronskih pojasa ovisi o materijalu. Zadnji pojas popunjen elektronima naziva se valentnim pojasom i od sljedećeg, koji može biti djelomično ili potpuno zaposjednut elektronima i naziva se vodljivim pojasom, dijeli ga zabranjeni energetske pojas. O elektronske strukturi ovisi da li će materijal biti izolator, poluvodič ili vodič.

U metalima valentni elektroni su slabo vezani za svoje matične atome, te se pod utjecajem i najmanjeg električnog polja slobodno gibaju kroz materijal. Gibanjem tih slobodnih elektrona objašnjavamo visok stupanj električne vodljivosti metala. Zbog istog razloga metali su dobri vodiči električne struje. U energetske dijagramu to se predočava preklapanjem valentnog i vodljivog pojasa.

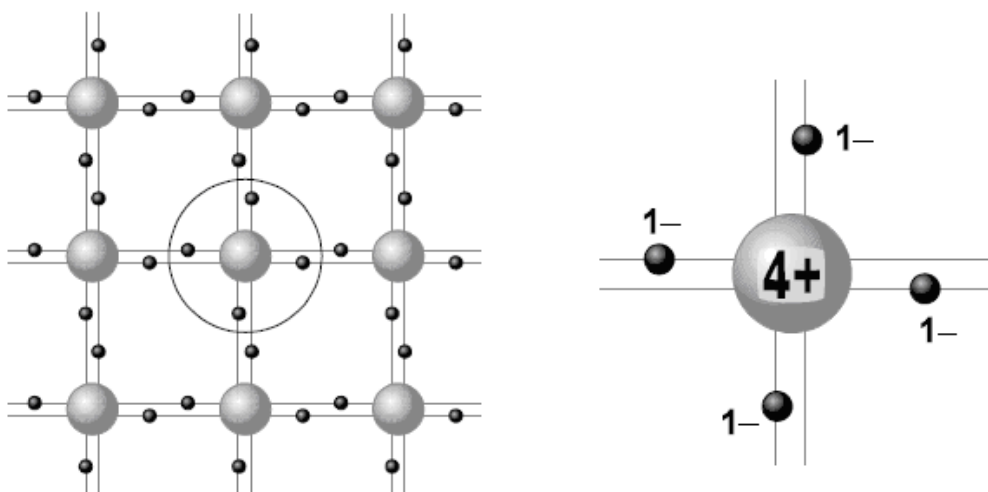
Kod izolatora atom je vezan s drugim atomom istog ili drugog elementa preko elektrona. Atomi imaju tendenciju stvaranja zajedničkih elektronskih parova, u kemiji poznato pod nazivom kovalentna veza. Kovalentna veza kod izolatora je jaka i veoma ju je teško razbiti. Da bi se elektron mogao osloboditi od matičnog atoma potrebno je uložiti vrlo velik iznos energije (veći od 3 eV). Kao rezultat imamo u energetske dijagramu između valentnog i vodljivog pojasa vrlo široko zabranjeno područje. Sva energetske stanja u valentnom pojasu su popunjena, dok su energetske stanja u vodljivom pojasu potpuno prazna.

U poluvodičima atomi također formiraju kovalentnu vezu, samo što je ta veza umjereno jaka te slabija od one u izolatorima. Energetske procjep između valentnog i vodljivog pojasa je ispod približno 3eV. Na temperaturi apsolutne nule ($T=0$) svi elektroni u vanjskim ljuskama su vezani za svoje matične atome, pa nema slobodnih elektrona koji bi omogućili protok struje. Za razliku od širokog energetske procjepa izolatora, uža energetske procjep poluvodiča omogućuje dijelu elektrona da pri povišenim temperaturama prijeđe u vodljivi pojas proizvođači pritom električnu struju.



Slika :Dijagram energetske razine u izolatorima, poluvodičima i vodičima

Svojstvo poluvodljivosti vezano je pretežno uz kovalentne kristale IVB grupe Periodnog sustava elemenata od kojih su najvažniji predstavnici silicij (Si) i germanij (Ge). Svaki atom ima četiri prva susjeda, pri čemu dva dva susjedna atoma povezuje elektronski par suprotnih spinova.



Slika :Prikaz dvodimenzionalne rešetke atoma silicija ili germanija

Električna provodnost poluvodiča povećava se s povišenjem temperature. Provodnost poluvodiča približno je eksponencijalna funkcija temperature:

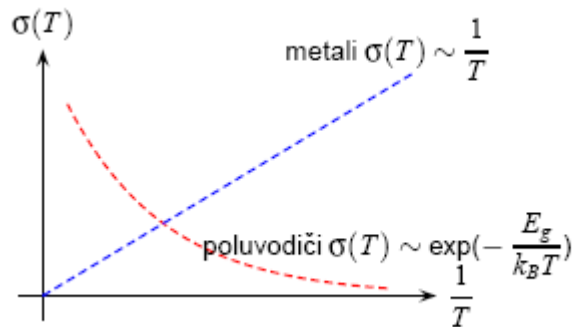
$$\sigma \sim e^{-\frac{E_A}{k_B T}}$$

Veličina E_A određuje energiju koju moramo privesti nosiocu naboja da bismo ga doveli u pobuđeno stanje. Nazivamo je energijom aktivacije. Poznato je da je pri sobnim temperaturama provodnost idealnog metala obrnuto proporcionalna s temperaturom:

$$\sigma \sim \frac{1}{T}$$

Nasuprot poluvodičima, u kojima povišenje temperature naglo povećava električnu provodnost, zagrijavanjem metala električna se provodnost smanjuje.

Razlike između električne provodnosti metala i poluvodiča su goleme. Pri sobnim temperaturama električna provodnost tipičnog metala je $10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$, a u poluvodičima ona varira od 10^{-5} do $10^5 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$.



Slika2. Ovisnost provodnosti o temperaturi za metale i poluvodiče

Širina zabranjenog pojasa

Energijski procijep poluvodiča mijenja se s promjenom temperature. U tablici 1. navedene su vrijednosti energijskog procijepa nekih poluvodiča pri sobnim temperaturama.

| poluvodič | procijep (eV) | poluvodič | procijep (eV) | poluvodič | procijep (eV) |
|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|---------------|
| Si | 1,12 | CdS | 2,4 | GaN | 3,40 |
| Ge | 0,66 | ZnTe | 2,1 | GaAs | 1,43 |
| Se | 2,10 | CdTe | 1,5 | GaSb | 0,67 |
| Te | 0,34 | HgS | 2,0 | InP | 1,35 |
| CuBr | 2,90 | AlAs | 2,4 | InAs | 0,35 |
| AgI | 2,80 | AlSb | 1,5 | InSb | 0,18 |

tablica 1.:energijski procijep poluvodiča pri sobnim temperaturama

U većini poluvodiča energijskih procijep smanjuje se povišenjem temperature. Tablica 2. prikazuje vrijednost energijskog procijepa nekih poluvodiča pri apsolutnoj nuli temperature i pri 300 K. No valja napomenuti da postoje i poluvodiči u kojima energijski procijep raste zagrijavanjem uzorka.

| poluvodič | $E_g(T=0)(eV)$ | $E_g(T=300K)(eV)$ |
|-----------|----------------|-------------------|
| Si | 1,156 | 1,114 |
| Ge | 0,741 | 0,663 |
| InP | 1,421 | 1,351 |
| GaAs | 1,521 | 1,432 |
| InAs | 0,426 | 0,354 |

tablica 2.:energijski procijep nekih poluvodiča pri 0 K i pri 300 K

U mnogim poluvodičima temperaturnu ovisnost energijskog procijepa možemo aproksimativno izraziti relacijom :

$$E_g(T) = E_g(0) - \alpha \frac{T^2}{T + T_0} \quad (1)$$

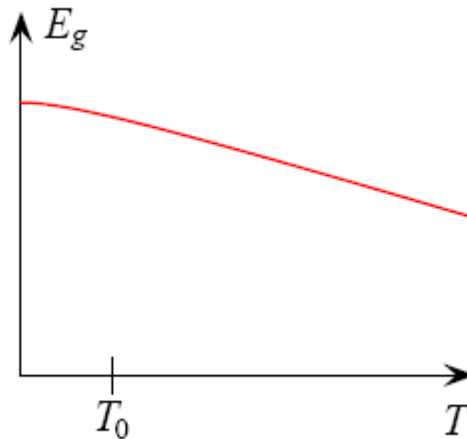
Pri niskim temperaturama približno će biti

$$E_g(T) = E_g(0) - \alpha \frac{T^2}{T_0}, \quad T \ll T_0 \quad (2)$$

a u suprotnom limesu visokih temperatura dobivamo

$$E_g(T) = E_g(0) - \alpha T, \quad T \gg T_0 \quad (3)$$

Tipičnu krivulju temperaturne ovisnosti energijskog procijepa prikazali smo na slici 1. Kao što pokazuju relacije (2) i (3), energijski procijep tipičnog poluvodiča smanjuje se pri niskim temperaturama s kvadratom temperature, a pri visokim temperaturama kvadratna ovisnost transformira se u linearnu.



Slika 1. Temperaturna ovisnost energijskog procijepa u tipičnom poluvodiču

VRSTE POLUVODIČA

INTRINSIČNI POLUVODIČ

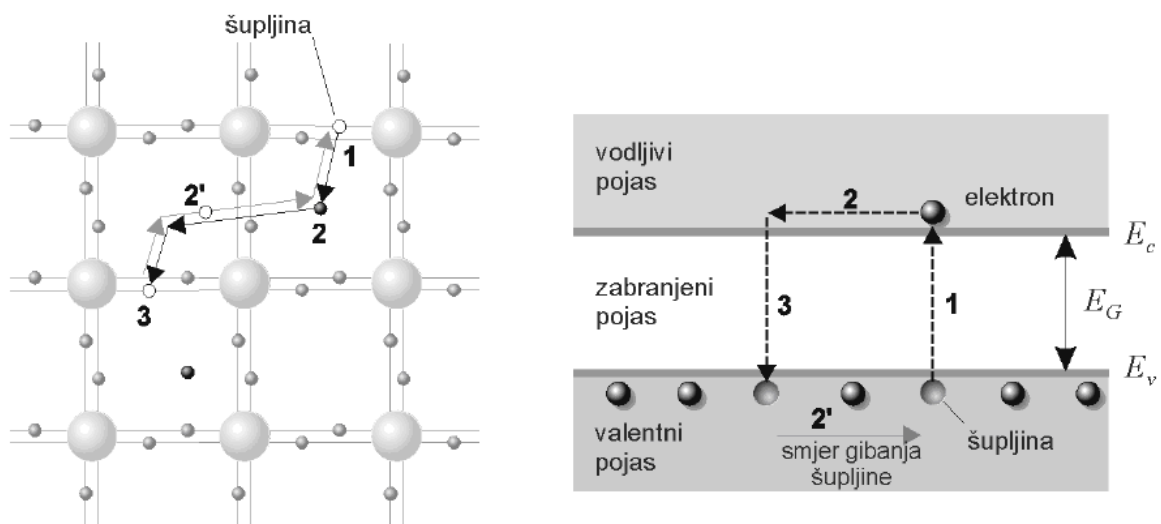
Poluvodič čija se kristalna rešetka sastoji od atoma jednog elementa, koji dakle nema nikakvih primjesa ostalih elemenata, naziva se *intrinzičan* ili *čist poluvodič*. Pretpostavlja se takođe da je kristal strukturno idealan, tj da je nastao pravilnim ponavljanjem osnovne geometrijske forme. To znači da su svi atomi na svojim normalnim položajima te da nem atomu u nekim međupoložajima. Naravno, takav je kristal idealiziran, ali predstavlja vrlo pogodan i koristan model za proučavanje osnovnih pojava. Ako se kristalna rešetka atoma projicira u ravninu, ona poprima oblik kao na slici. Četiri valentna elektrona raspoređena su između četiri susjedna atoma i udružena u parove, tvoreći na taj način kovalentne veze. Kad su sve veze kompletne, svi su valentni elektroni vezani uz svoje atome, oni se ne mogu gibati kroz kristal, nema dakle nosilaca i kroz kristal ne može teći struja. Takva situacija postoji na temperaturi apsolutne nule.

TOPLINSKO POBUĐIVANJE SLOBODNIH ELEKTRONA I ŠUPLJINA

Porastom temperature pojačava se titranje atoma u kristalnoj rešetci. Zahvaljujući tome, poneki elektron iz kovalentnih parova dobiva dovoljnu količinu energije da se oslobodi iz svoje kovalentne veze. Taj oslobođeni elektron više nije vezan za određene atome pa se gotovo slobodno giba unutar kristala, te je on nosilac električne struje kroz kristal. Nastajanjem slobodnog elektrona u kristalu, njegovo prijašnje mjesto u kovalentnoj vezi ostaje prazno i nazivamo ga šupljinom. Šupljina zapravo znači manjak jednog elektrona potrebnog da se ostvari kovalentna veza između atoma. Ovaj proces oslobađanja jednog elektrona iz kovalentne veze, te nastajanje slobodnog elektrona i šupljine nazivamo toplinsko pobuđivanje slobodnog elektrona i šupljine. U čistom, tj. intrinzičnom poluvodiču slobodni elektroni i šupljine mogu nastati jedino toplinskim pobuđivanjem. Broj slobodnih elektrona jednak je broju šupljina. Kad na nekom mjestu u kristalu nastane šupljina, na tom mjestu ostaje višak od jednog pozitivnog naboja. Zato se šupljina ponaša kao nositelj pozitivnog naboja.

REKOMBINACIJA SLOBODNOG ELEKTRONA I ŠUPLJINE

Pri sobnoj temperaturi, u kristalu se nalazi jednak broj slobodnih elektrona i šupljina. Kada neki slobodni elektron naleti na neku šupljinu i zaposjedne ju, na tom se mjestu ponovo uspostavlja kovalentna veza, nestaje šupljina a slobodni elektron postaje vezan. Ovakav proces u kojem su nestali slobodan elektron i šupljina, a uspostavila se kovalentna veza nazivamo rekombinacija slobodnog elektrona i šupljine. Rekombinacija je suprotan proces toplinskom pobuđenju. Pri toplinskom pobuđenju stvara se par slobodnog elektrona i šupljine, a pri rekombinaciji se poništava par slobodnog elektrona i šupljine. U procesu rekombinacije nestaju slobodni elektron i šupljina, pa ukupni naboj ostaje jednak ničtici. Zato možemo reći da se u procesu rekombinacije neutraliziraju negativni naboj slobodnog elektrona i pozitivni naboj šupljine.



Slika : Prikaz toplinskog pobuđivanja i rekombinacije para elektron-šupljina u dvodimenzionalnoj rešetci i energetsom dijagramu

N- vodljivost i P- vodljivost

Ako se suprotni krajevi kristala priključe na električni izvor, kroz kristal poteče struja. Nositelji struje pritom su i slobodni elektroni i šupljine. Slobodni elektroni gibaju se tada prema pozitivnom polu izvora. To je gibanje slično gibanju slobodnih elektrona u metalu. Vodljivost zbog gibanja slobodnih elektrona u kristalu zove se **N- vodljivost**. Istodobno se

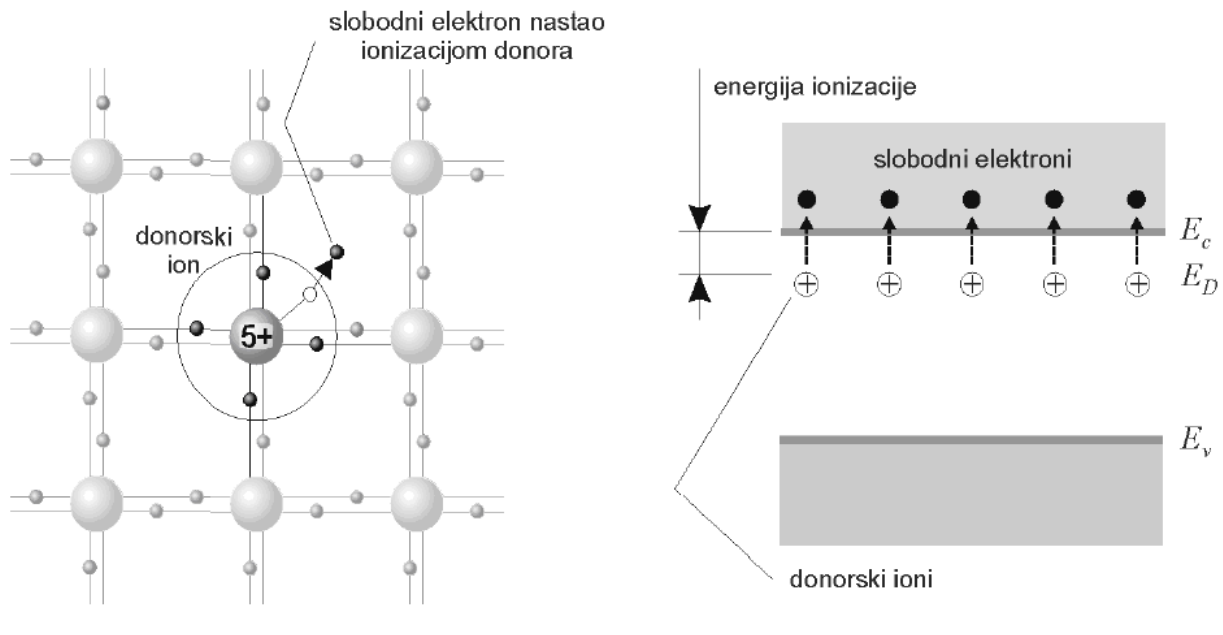
šupljine gibaju u suprotnom smjeru od slobodnih elektrona, tj. prema negativnom polu izvora. Dakle, električno polje izvora uzrokuje uzastopne male skokove jednog po jednog elektrona do susjedne šupljine. Pri svakom takvom skoku elektrona u smjeru pozitivnog pola izvora, šupljina se pomakne u suprotnom smjeru, tj. u smjeru negativnog pola izvora. Vodljivost zbog gibanja šupljina naziva se **P- vodljivost**. Vođenje struje u poluvodiču opisujemo pomoću gibanja šupljine zato jer je jednostavnije pratiti gibanje jedne šupljine nego mnogih elektrona koji jedan za drugim skaču od atoma s potpunim kovalentnim vezama do atoma s trenutačnim manjkom jednog elektrona u kovalentnoj vezi.

EKSTRINSIČNI POLUVODIČI

Realni vodič nije čist, sadrži defekte u većoj ili manjoj mjeri. Ukoliko električna svojstva poluvodiča, a to je u prvom redu električna vodljivost, ovise o prisustvu nekog stranog elementa, onda se takav poluvodič naziva *ekstrinski poluvodič* ili *primjesni poluvodič*. Atomi stranih elemenata, koji se obično nazivaju *primjese* ili *nečistoće*, ne daju se nikada u potpunosti odstraniti. Međutim, ukoliko je njihova koncentracija ekstremno niska, onda one ne utječu u većoj mjeri na električna svojstva poluvodiča. Naprotiv, ukoliko su nečistoće prisutne u većoj, nezanemarivoj koncentraciji njihov utjecaj na električna svojstva poluvodiča je dominantan unutar širokog intervala temperatura. Jedan od glavnih razloga zbog kojih su poluvodiči korisni u elektronici je taj da se njihova elektronička svojstva jako dobro mogu mijenjati u kontroliranom smjeru dodavanjem male količine nečistoća. Nečistoće mogu biti vrlo različite. U poluvodičkoj elektronici su od najvažnijeg značaja one nečistoće koje se namjerno i u točno određenoj koncentraciji, pomoću odgovarajućih tehnoloških postupaka, dodaju siliciju ili germaniju. To su redovito nečistoće čiji su atomi peterovalentni ili trovalentni. Atomi nečistoća zauzimaju u kristalnoj rešetki pojedina mjesta gdje bi se u čistom poluvodiču nalazili atomi matičnog elementa, oni se dakle uključuju u kristalnu rešetku supstitucijom.

Poluvodiči N- tipa

Ovaj tip poluvodiča nastaje kad se poluvodič onečisti ili dozira s peterovalentnim nečistoćama, među koje spadaju *dušik* (N), *fosfor* (P), *arsen* (As) i *antimon* (Sb). U kristalu germanija i silicija svaki atom okružuju četiri prva susjeda. Svakom atomu pripadaju četiri valentna elektrona. Pritom su dva susjedna atoma povezana s dva elektrona antiparalelnih spinova, što je osnovna karakteristika kovalentne veze. Što se događa kada regularni atom u kristalu zamijenimo sa atomom pete grupe elemenata? Četiri valentna elektrona primjesnog peterovalentnog atoma udružena su u valentne veze sa regularnim atomom. Preostali peti elektron je slobodan. U dijagramu energetske pojasa prisustvo donorskih nečistoća ima za posljedicu nastajanje dodatnog energetskog nivoa unutar zabranjenog pojasa, i to pri njegovom vrhu. Taj nivo se naziva **donorsko nivo** E_D . Pri temperaturi apsolutne nule oni su popunjeni elektronima. Zagrijavanjem poluvodiča ili dodatkom neke druge energije omogućava se elektronima koji potiču od atoma nečistoća da prijeđu u vodljivi pojas i slobodno se gibaju kroz kristal. Peterovalentne nečistoće dakle daju elektrone u vodljivi pojas, pa se zbog toga nazivaju **donorske nečistoće**. Ionizirani donor ima pozitivan naboj. Naravno, zbog razbijanja valentnih veza stvaraju se također nosioci u parovima, i zbog toga će u poluvodiču postojati određena koncentracija šupljina. Koncentracija šupljina će biti puno manja od koncentracije elektrona, pa će **većinski nosioci** naboji biti elektroni a šupljine će biti **manjinski nosioci**. Upravo zbog toga što su elektroni većinski nosioci naboja ovaj tip poluvodiča se naziva **poluvodič N-tipa**. Kod visokih koncentracija donora diskretni donorski nivo širi se u vrlo uzak pojas energija koji ulazi u vodljivi pojas. Takav poluvodič s ekstremno visokom koncentracijom nečistoća ponaša se slično metalu, pa se naziva **degenerirani poluvodič**.

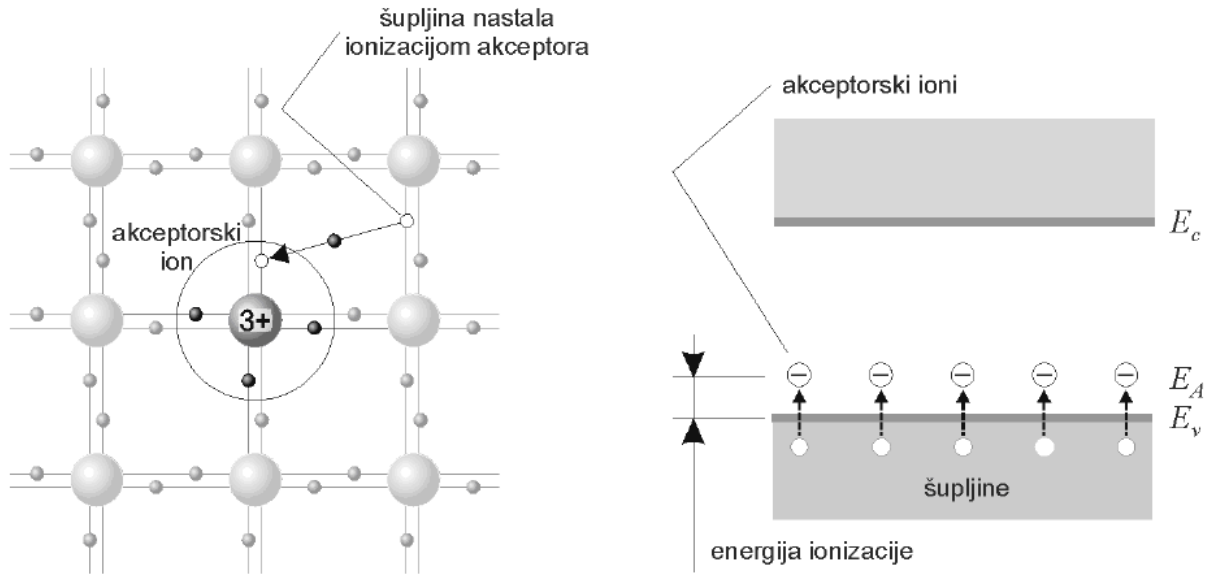


Slika: Dvodimenzionalni prikaz rešetke N-tipa poluvodiča

Poluvodiči P –tipa

Taj tip poluvodiča nastaje kada se poluvodič onečisti ili dozira trovalentnim nečistoćama, među koje spadaju *bor* (B), *alumini j*(Al), *gali j*(Ga) i *indij* (In). Trovalentnoj nečistoći nedostaje jedan elektron da kompletira valentnu vezu. Ona se kompletira na taj način da je popuni valentni elektron iz neke susjedne veze, čime se proces nastavlja. Umjesto valentnih elektrona pogodnije je promatrati šupljine, koje predstavljaju pozitivni naboj i gibaju se u smjeru suprotnom od gibanja valentnih elektrona. Budući da trovalentne nečistoće kompletiraju valentne veze primajući elektrone iz valentnog pojasa, nazivaju se **akceptorske nečistoće**. Pozitivne šupljine su *većinski nosioci* naboja, te je ovaj tip poluvodiča poznat pod nazivom **poluvodič P- tipa**. Akceptorske nečistoće uvode u dijagram energetske pojase dodatni **akceptorski nivo** E_A , koji leži unutar zabranjenog pojasa. Budući da se akceptorske nečistoće lako ioniziraju primajući elektrone iz valentnog pojasa, mora akceptorski nivo ležati pri dnu zabranjenog pojasa.

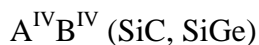
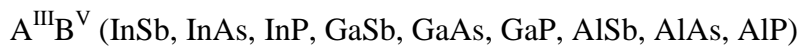
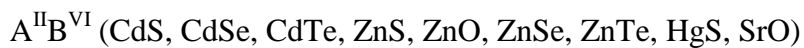
Slik



Slika :Dvodimenzionalni prikaz rešetke P-tipa poluvodiča

Veliku grupu poluvodiča tvore binarni spojevi opće formule $A^x B^y$. Indeksima x i y smo označili redne brojeve grupa u periodičnom sustavu kojima pripadaju elementi atoma A i B . Najčešće je pritom $x + y = 8$.

Npr:



No postoje takođe i binarni poluvodiči kod kojih relacija $x + y = 8$ nije ispunjena.

Određivanje Fermijeve energije intrinzičnog poluvodiča

Energiju najvišeg zauzetog stanja pri temperaturi apsolutne nule nazivamo Fermijevom energijom (Fermijevom nivoom). Radi jednostavnosti valentnu i vodljivu vrpcu (pojas) aproksimirat ćemo energijskim nivoima. Energiju valentnog nivoa označit ćemo sa E_v , a vodljivog nivoa sa E_c .

Raspodjela elektrona u valentnom pojasu određena je Fermi-Diracovom funkcijom:

$$\rho_e(E_v) = \frac{1}{e^{\frac{E_v - E_F}{k_B T}} + 1} \quad (1.)$$

k_B je Boltzmannova konstanta

Raspodjelu šupljina određujemo iz Paulijeva principa. Svako kvantno stanje popunjeno je bilo elektronom, bilo šupljinom.

To znači da je:

$$\rho_e(E_v) + \rho_h(E_v) = 1 \quad (2.)$$

Iz izraza (1.) i (2.) za raspodjelu šupljina na valentnom pojasu dobivamo:

$$\rho_h(E_v) = 1 - \frac{1}{e^{\frac{E_v - E_F}{k_B T}} + 1} = \frac{1}{e^{\frac{E_F - E_v}{k_B T}} + 1} \quad (3.)$$

Za šupljine vrijedi ista raspodjela kao i za elektrone, samo se energije računaju sa suprotnim predznacima. To je razumljivo jer dodavanje šupljine znači uklanjanje elektrona.

Funkcija raspodjele elektrona na vodljivom nivou jest

$$\rho_e(E_c) = \frac{1}{e^{\frac{E_c - E_F}{k_B T}} + 1} \quad (4.)$$

U intrinzičnom poluvodiču broj šupljina u valentnom pojasu N_h jednak je broju elektrona u vodljivom pojasu N_e :

$$N_h = N_e$$

Prethodni izraz zahtijeva da funkcija raspodjele šupljina na valentnom nivou bude jednaka funkciji raspodjele elektrona na vodljivom nivou. Uvrštavanjem dobivamo:

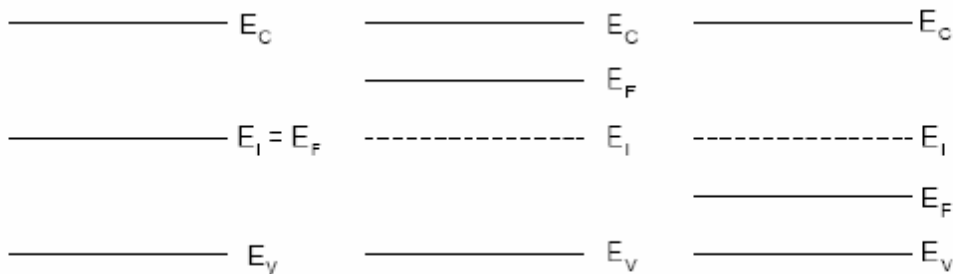
$$\rho_h(E_V) = \rho_e(E_C)$$

$$\frac{1}{e^{\frac{E_F - E_V}{k_B T}} + 1} = \frac{1}{e^{\frac{E_C - E_F}{k_B T}} + 1}$$

$$E_F - E_V = E_C - E_F$$

$$E_F = \frac{E_V + E_C}{2}$$

Izveli smo rezultat da se u intrinzičnom poluvodiču Fermijeva energija nalazi u sredini energijskog procjepa. Kod N-tipa i P-tipa poluvodiča nivo Fermijeve energije se mijenja.



Slika :Prikaz Fermijeve energije u intrinzičnom N-tipu i P-tipu poluvodiča

ELEKTRIČNA VODLJIVOST

Električna vodljivost jedna je od najznačajnijih osobina metala. Posve je razumljivo da su prva teorijska istraživanja metala nastojala objasniti tu pojavu. Uskoro nakon otkrića elektrona Drude je 1900. god. primjenom modela idealnog elektronskog plina izveo Ohmov zakon.

Wiedermann i Franz zaključili su 1853. god. da je u metalima električna vodljivost proporcionalna s toplinskom vodljivošću. Dobri vodiči električne struje ujedno su i dobri vodiči toplinski vodiči.

Lorenz je 1881.god primjetio da je omjer $\chi/\sigma T$ približno konstantan za niz materijala. Taj omjer nazivamo Lorenzovim brojem. χ označava toplinsku provodnost, σ označava električnu provodnost, a T temperaturu.

Lorentz je 1905. god. poboljšao Drudeovu teoriju primjenjujući na elektronski plin matematički formalizam koji je Boltzmann razradio za atome i molekule.

Razvoj kvantne fizike omogućio je Sommerfeldu 1928. god. da električnu i toplinsku struju u metalima izračuna primjenom Fermi-Diracove statistike.

Boltzmannova i Fermi-Diracova raspodjela

Boltzmannova funkcija raspodjele je dana relacijom

$$\rho(E) = Ce^{-\frac{E}{k_B T}}$$

Ona opisuje raspodjelu čestica po energijama u klasičnoj fizici.

Fermi-Diracova funkcija raspodjele dobivena je promatranjem čestica polucjelobrojnog spina za koje vrijedi Paulijev princip.

Najprije promatramo raspodjelu pri temperaturi apsolutne nule. Tada će čestice popunjavati redom najniža dozvoljena stanja.

Neka je minimalna individualna energija čestice jednaka nuli, a s E_F ćemo označiti energiju najvišeg kvantnog stanja. E_F je Fermijeva energija.

Za funkciju raspodjele $\rho(E)$ vrijedit će

$$\begin{aligned} \rho(E) &= 1 \text{ za } E \leq E_F \\ \rho(E) &= 0 \text{ za } E \geq E_F \end{aligned} \quad (1)$$

Taj izraz opisuje Fermi-Diracovu raspodjelu pri temperaturi apsolutne nule. S povišenjem temperature raspodjela čestica će se pomicati prema stanjima viših energija. Prema statističkoj zakonitosti malo je vjerojatno da bi se u stanje visoke energije smjestile dvije čestice. Uvažavanje Paulijeva principa ne mijenja tada raspodjelu čestica; on će praktički biti automatski zadovoljen i pri slučajnoj raspodjeli čestica po visoko energetske stanjima. Stoga se pri visokim energijama i temperaturama iznad apsolutne nule kvantna funkcija raspodjele može aproksimirati s funkcijom Boltzmannove raspodjele.

Funkcija koja zadovoljava oba kriterija dana je relacijom:

$$\rho(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1} \quad (2)$$

U granici apsolutne nule eksponencijalna funkcija $e^{(E-E_F)/k_B T}$ bit će nula za $E < E_F$, a beskonačno za $E > E_F$. Time se izraz (2) reducira na (1).

Pri temperaturama iznad apsolutne nule čestice će populirati stanja s energijom većom od E_F .

Ako promotrimo visokoenergijsko stanje pri kojemu je $E - E_F \gg k_B T$, tada će biti $e^{(E-E_F)/k_B T} \gg 1$ i tada relacija (2) prelazi u relaciju koja zadovoljava Boltzmannovu raspodjelu.

Pogledajmo sada kako primijeniti te raspodjele na poluvodiče.

Postoji granična temperatura T_0 koja određuje izbor Boltzmannove ili Fermi-Diracove statistike. Ta temperatura je dana relacijom

$$k_B T_0 = E_F$$

Fermijevu energiju možemo izraziti relacijom

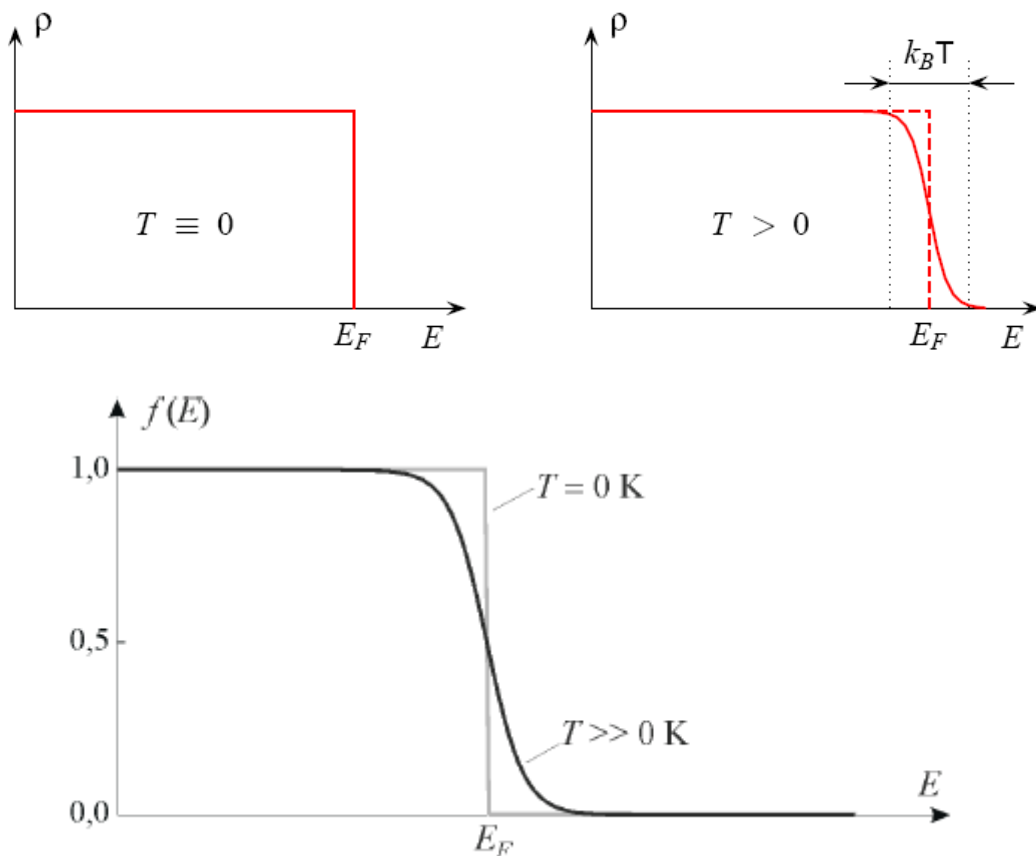
$$E_F = \frac{h^2}{2m_e^*} \left(\frac{3}{8\pi} n \right)^{2/3}$$

m_e^* je efektivna masa elektrona.

Tako za T_0 dobivamo

$$T_0 = \frac{h^2}{2k_B m_e^*} \left(\frac{3}{8\pi} n \right)^{2/3} = 4.2 \cdot 10^{-11} \cdot n^{2/3}$$

Vidimo iz ovih relacija da je i koncentracija nosilaca naboja također veličina o kojoj ovisi koju ćemo statistiku odabrati.



Slika : Prikaz Fermi-Diracove raspodjele po energijama

Kod temperatura $T \gg T_0$ bit će $k_B T \gg E_F$. Tada, kao što smo već rekli se nalazimo u području gdje se Fermi-Diracova funkcija raspodjele po energijama poklapa s klasičnom Boltzmannovom raspodjelom T . Takav elektronski plin je nedegeneriran. Vidljivo je iz relacija da će plin biti nedegeneriran za male koncentracije i više temperature.

T_0 se još naziva i temperatura degeneracije.

Ako poluvodič ima temperaturu $T \ll T_0$, tad je energija $kT \ll E_F$, tada se nalazimo u području gdje se raspodjele znatno razlikuju i tada moramo primijeniti Fermi-Diracovu statistiku.

Drudeova teorija vodljivosti

Najprije ćemo promotriti gibanje elektrona dok na njih ne djeluje vanjsko polje. Radi jednostavnosti pretpostavit ćemo da su kinetičke energije svih elektrona jednake. To znači da se svi elektroni gibaju isti iznosom brzine. Međutim, te su brzine nasumično orijentirane u svim mogućim smjerovima.

Dok ne djeluju vanjske sile, svi smjerovi gibanja su ravnopravni, pa je vektorski zbroj brzina elektronskog mnoštva jednak nuli. To se svojstvo simetrije gubi u vanjskom polju.

Neka se vodič nalazi u konstantnom električnom polju \vec{F} . Djelovanjem električnog polja mijenjaju se elektronske brzine.

Promjena brzine elektrona određena je jednadžbom gibanja

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{F}$$

m = masa elektrona

e = iznos elektronskog naboja

Ako tu jednadžbu integriramo od t_1 do t_2 i uvedimo oznake

$$\vec{u} = \vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)$$

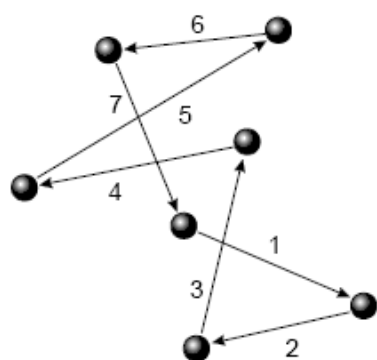
$$\Delta t = t_2 - t_1$$

dobivamo
$$\vec{u} = -\frac{e}{m} \vec{F} \Delta t$$

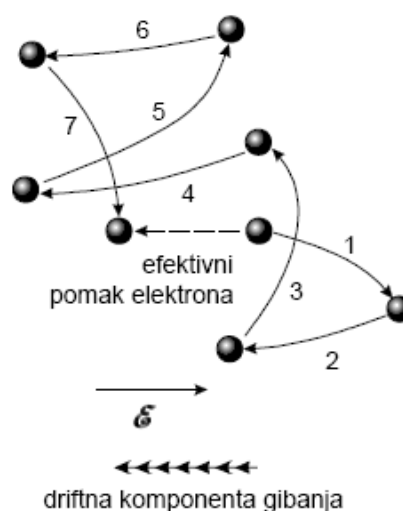
Ukupna elektronska brzina jednaka je zbroju brzine kojom se elektron giba izvan vanjskog polja i dodatka proizvedenog poljem:

$$\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$$

\vec{v} je nasumična brzina, a \vec{u} je usmjerena brzina, naziva se još i driftna brzina. Njen smjer je određen smjerom djelovanja vanjskog električnog polja.



kaotično gibanje



driftna komponenta gibanja

Kada bi na elektrone djelovala samo električna sila, oni bi se sve više ubrzavali, pa bi električna vodljivost neograničeno rasla. To se u vodiču ne događa jer se elektroni raspršuju, gubeći pritom dodatak brzine dobiven djelovanjem vanjskog polja. Iz tog razloga se električna vodljivost metala smanjuje s porastom temperature.

Vrijeme između 2 sudara označit ćemo s 2τ i pretpostavljamo da je za sve elektrone jednako. Veličinu τ nazivamo relaksacijskim vremenom. U vremenskom intervalu od 0 do 2τ brzina zanošenja elektrona jednoliko se mijenja od nule do $-2e\vec{F}\tau/m$.

Njen vremenski prosjek je

$$\vec{u} = -\frac{eF\tau}{m} \quad (1)$$

Brzina zanošenja \vec{u} ovisi o sredini u kojoj se giba i električnom polju. Da bismo dobili veličinu neovisnu o polju, definirat ćemo pokretnost (mobilnost) elektrona.

Ona je brojčano jednaka iznosu prosječne vrijednosti brzine zanošenja u jediničnom polju

$$\mu = \frac{|\vec{u}|}{F} \quad (2)$$

Uvrstimo li (1) u (2) za pokretnost dobivamo

$$\mu = \frac{e\tau}{m} \quad (3)$$

Gustoću struje određuje srednja vrijednost brzine zanošenja. Produkt prosječne brzine zanošenja \vec{u} s gustoćom elektronskog naboja $-eZN$ jednak je gustoći električne struje

$$\vec{j} = -eZN\vec{u} \quad (4)$$

Iz izraza (1) i (4) izvodimo Ohmov zakon:

$$\vec{j} = \sigma F \quad (5)$$

Gustoća struje proporcionalna s električnim poljem. Faktor proporcionalnosti σ nazivamo električnom provodnošću:

$$\sigma = ZN\tau e^2/m \quad (6)$$

ZN označava koncentraciju elektrona, τ relaksacijsko vrijeme, e naboj, a m masu elektrona.

Pošto je provodnost proporcionalna s kvadratom elektronskog naboja, izraz se ne mijenja ako $-e$ zamijenimo s e . To znači da nam mjerenje provodnosti ne kazuje da li struju vode pozitivno ili negativno nabijene čestice.

Pomoću relacija (3) i (6) izraz za električnu provodnost možemo napisati u obliku

$$\sigma = ZNe\mu$$

Električna provodnost je proporcionalna s pokretnošću

Prema klasičnoj teoriji, nasumična brzina elektrona bila bi jednakak termičkoj brzini. Srednja termička brzina približno je

$$v = \sqrt{\frac{k_B T}{m}}$$

pa na temperaturi $T=300$ K dobivamo $v \approx 10^5$ m s⁻¹

Ta procjena daje premalu vrijednost jer u Sommerfeldov model dokazuje da su iznosi tipičnih elektronskih brzina u metalima približno 10^6 m s⁻¹. Za elektrone u metalima ne vrijedi klasična Boltzmannova raspodjela.

Sada procjenjujemo iznos brzine zanošenja elektrona. Uzmimo npr. da se metal nalazi u električnom polju $F = 1$ V/m. Kao tipičnu vrijednost koncentracije u metalima odabiremo $ZN = 5 \cdot 10^{28}$ m⁻³ te uvažiti da je pri sobnim temperaturama električna provodnost metala reda veličine $\sigma = 10^7$ Ω⁻¹ m⁻¹. Time dobivamo:

$$|\vec{u}| = \mu F = \frac{\sigma}{eZN} F = \frac{10^7 \Omega^{-1} m^{-1} \cdot 1 \cdot V m^{-1}}{1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot 5 \cdot 10^{28}} \approx 10^{-3} m s^{-1}$$

Brzine zanošenja u metalima su malene. One su mnogo manje od nasumičnih elektronskih brzina izvan djelovanja vanjskog polja.

Srednji slobodni put definiramo kao udaljenost koju elektron prijeđe između dva uzastopna raspršenja:

$$\Lambda = 2\tau v$$

Prema pretpostavci tog jednostavnog modela srednji slobodni put Λ jednak je za sve elektrone.

Odaberemo li ponovo $ZN = 5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ i $\sigma = 10^7 \text{ } \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$ za relaksacijsko vrijeme dabivamo:

$$\tau = \frac{m\sigma}{ZNe^2} = 10^{-14} \text{ s}$$

Taj izraz pri $v \approx 10^6 \text{ m/s}$ daje $\Lambda \approx 10^{-8} \text{ m}$. Pri sobnim temperaturama srednji slobodni put elektrona je stotinjak puta veći od međuionskog razmaka u metalima, a pri niskim temperaturama je znatno veći, jer se sniženjem temperature smanjuje električni otpor metala.

Vodljivost poluvodiča

Električnu vodljivost elektronskog poluvodiča u općenitom slučaju izražavamo relacijom:

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_p \quad (1)$$

gdje su n i p koncentracije elektrona i šupljina, μ_e i μ_p su njihove pokretnosti, a e je naboj elektrona.

U pojedinim slučajevima relacija (1) poprima jednostavniji oblik. Tako je za intrinzični poluvodič, koji se definira jednakošću koncentracija $n = p = n_i$, ona prelazi u:

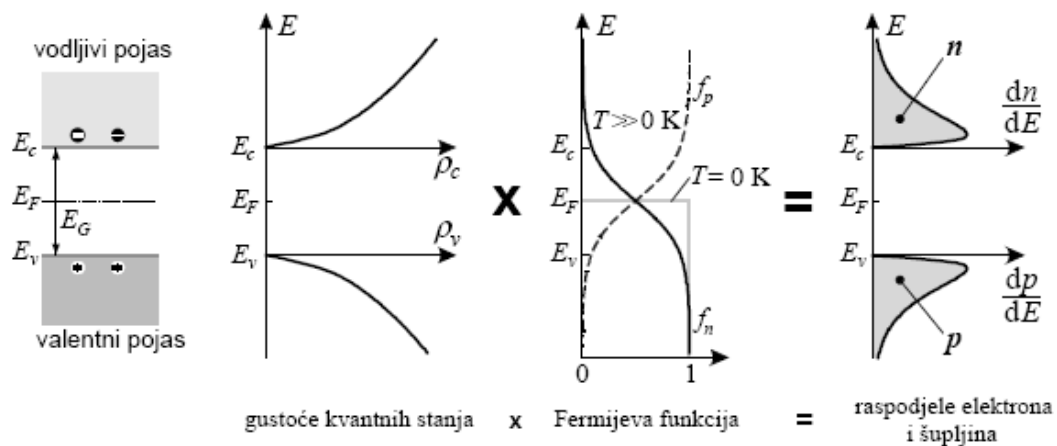
$$\sigma = n_i(e\mu_e + e\mu_p)$$

Za poluvodič n tipa ($n \gg p$) relacija (1) prelazi u

$$\sigma = ne\mu_e$$

Za poluvodič p tipa ($n \ll p$) Relacija (1) prelazi u

$$\sigma = pe\mu_p$$



Slika : Zonski model intrinzičnog poluvodiča

Možemo pogledati o čemu sve ovise spomenute veličine. Kao ishodište uzet ćemo zonski model poluvodiča prikazan na slici.

Raspodjela koncentracija slobodnih elektrona u vodljivom pojasu i šupljina u valentnom pojasu po energijama opisane su Fermi-Diracovom raspodjelom

$$de(E) = \rho_c(E) \cdot f_e(E) \cdot dE \quad (2)$$

$$dp(E) = \rho_v(E) \cdot f_p(E) \cdot dE \quad (3)$$

$\rho_c(E)$ i $\rho_v(E)$ su funkcije gustoće kvantnih stanja u vodljivom, odnosno u valentnom pojasu, a $f_e(E)$ i $f_p(E)$ su Fermijeve funkcije za elektrone u vodljivom, odnosno šupljine u valentnom pojasu energija.

Funkcije gustoće kvantnih stanja

$$\rho_c(E) = \frac{8\sqrt{2} \cdot \pi \cdot (m_e^*)^{3/2}}{h^3} \cdot (E - E_C)^{1/2} \quad (4)$$

$$\rho_v(E) = \frac{8\sqrt{2} \cdot \pi \cdot (m_h^*)^{3/2}}{h^3} \cdot (E_V - E)^{1/2} \quad (5)$$

iskazuju broj dozvoljenih kvantnih stanja u vodljivom, odnosno valentnom pojasu po jedinici volumena i po jedinici energije. m_c^* i m_v^* su efektivne mase elektrona u vodljivom pojasu, odnosno šupljina u valentnom pojasu, E_C i E_V su energije dna vodljivog, odnosno vrha valentnog pojasu, a h je Planckova konstanta.

Fermijeve funkcija

$$f_e(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}$$

izražava vjerojatnost da je neko dozvoljeno stanje na energiji E popunjeno elektronom dok je

$$f_p(E) = \frac{1}{e^{(E_F-E)/k_B T} + 1}$$

vjerojatnost da je neko dozvoljeno stanje na energiji E popunjeno šupljinom.

U tom slučaju vrijedi

$$f_p(E) = 1 - f_e(E)$$

Da bismo izračunali ravnotežnu koncentraciju elektrona u vodljivom pojasu treba funkciju raspodjele (2) integrirati preko svih energija u vodljivom pojasu, od dna vodljivog pojasa ($E=E_C$) do njegova vrha. S obzirom da funkcija raspodjele, zbog eksponencijalnog karaktera Fermijeve funkcije vjerojatnosti, vrlo brzo teži nuli, može se za gornju granicu integracije uzeti energija $E=\infty$, pa se dobiva

$$n = \int_{E_C}^{\infty} \rho_C(E) f_e(E) dE = \frac{8\sqrt{2} \cdot \pi \cdot (m_e^*)^{3/2}}{h^3} \cdot \int_{E_C}^{\infty} (E - E_C)^{1/2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{(E-E_F)}{k_B T}}} dE \quad (6)$$

Za Fermijev integral ne postoji općenito analitičko rješenje, već postoje analitičke aproksimacije rješenja.

Prva aproksimacija se kod poluvodiča može primijeniti u slučaju kada je

$$\frac{E_F - E_C}{k_B T} \ll -1$$

U ovom primjeru to znači da Fermijeva energija mora biti barem za nekoliko $k_B T$ niža od svih energija na kojima se elektroni mogu nalaziti. Drugim riječima, Fermijev nivo se mora nalaziti unutar zabranjenog pojasa i to barem za nekoliko $k_B T$ udaljen od vrha zabranjenog (dna vodljivog). Za većinu praktičnih proračuna dovoljno je da ta udaljenost iznosi barem $3k_B T$.

Ova aproksimacija rješenja odgovara slučaju nedegeneriranih poluvodiča, kod kojih se raspodjela elektrona u vodljivom pojasu dobro može opisati Boltzmannovom statistikom. Tada relacija (6) daje:

$$n = N_C \cdot e^{-\frac{E_C - E_F}{k_B T}}$$

N_C je efektivna gustoća kvantnih stanja u vodljivom pojasu.

Druga aproksimacija se kod poluvodiča može primijeniti u slučaju kada je je

$$\frac{E_F - E_C}{k_B T} \gg 1$$

Da bi vrijedila ta aproksimacija, Fermijev nivo mora biti iznad dna vodljivog pojasa za barem $5k_B T$.

Opća relacija tada daje:

$$n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2} (E_F - E_C)^{3/2}$$

Ova aproksimacija odgovara slučaju potpuno degeneriranog poluvodiča. Po električnim svojstvima takvi poluvodiči su slični metalima.

Na sličan način se dobiva ravnotežna koncentracija šupljina u valentnom pojasu, integriranjem raspodjele koncentracije šupljina preko svih energija u valentnom pojasu, od $E = -\infty$ do $E = E_V$

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} \rho_V(E) \cdot dE = \frac{8\sqrt{2} \cdot \pi \cdot (m_V^*)^{3/2}}{h^3} \int_{-\infty}^{E_V} (E_V - E)^{1/2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{E_F - E}{k_B T}}} dE$$

U prvoj aproksimaciji $(E_V - E_F)/k_B T \ll -1$, što znači da se Fermijev nivo nalazi barem za $3k_B T$ iznad vrha valentne vrpce. Tada je koncentracija šupljina dana:

$$p = N_V e^{-\frac{E_F - E_V}{k_B T}}$$

N_V je efektivna gustoća kvantnih stanja u valentnom pojasu.

I ovaj izraz vrijedi za nedegenerirane poluvodiče

U drugoj aproksimaciji vrijedi $(E_V - E_F)/k_B T \gg 1$. Da bi vrijedila aproksimacija, Fermijev nivo je duboko u valentnoj vrpci. Opća relacija tada daje:

$$p = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_h^*}{h^2} \right)^{3/2} (E_V - E_F)^{3/2}$$

Poluvodič je tada degeneriran.

Produkt koncentracije elektrona i koncentracije šupljina u nedegeneriranom poluvodiču ne ovisi o položaju Fermijeveg nivoa:

$$n \cdot p = N_C N_V e^{-\frac{E_C - E_V}{k_B T}} = N_C N_V e^{-\frac{E_g}{k_B T}} \quad (7)$$

U slučaju intrinzičnog poluvodiča koncentracija elektrona je jednaka koncentraciji šupljina, dakle svakom elektronu u vodljivom pojasu odgovara jedna šupljina u valentnom pojasu. U intrinzičnom poluvodiču imamo intrinzičnu koncentraciju nosilaca naboja $n_i = n = p$ i pomoću relacije (7) dobijemo:

$$n_i = (n \cdot p)^{1/2} = (N_C N_V)^{1/2} e^{\frac{E_C - E_V}{2k_B T}} = (N_C N_V)^{1/2} e^{\frac{E_g}{2k_B T}}$$

Analizirajmo sada slučaj dopiranog poluvodiča. U najjednostavnijem slučaju poluvodič n-tipa sadrži donore s relativno malom koncentracijom N_d , što znači da se u energetskom procjepu javlja diskretni nivo udaljen za E_d od dna vodljive vrpce.

U području niskih temperatura utjecaj pobuđenja elektrona iz valentnog nivoa može se zanemariti. U vodljiv nivo preskaču samo elektroni s donorskog nivoa. U tom slučaju Fermijev nivo se nalazi približno na polovici razmaka između E_C i E_d . Obično je taj razmak veći od nekoliko $k_B T$, pa se može koristiti Boltzmannova statistika.

Koncentracija elektrona u vodljivom nivou je dana relacijom:

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* k_B T}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_c - E_F}{k_B T}}$$

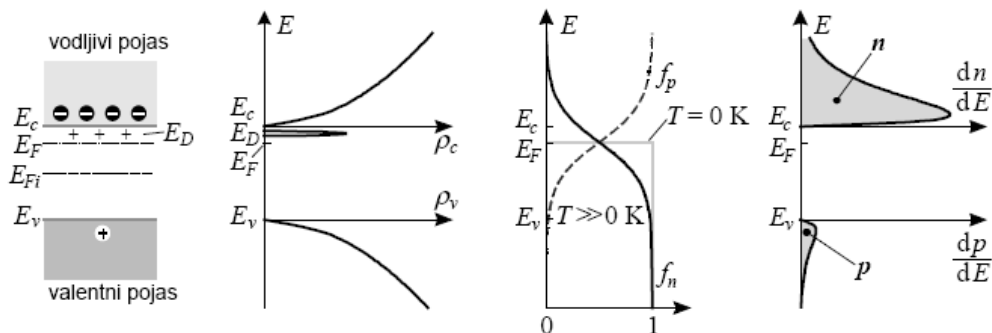
Očito je da tu koncentraciju možemo izjednačiti u našem slučaju s koncentracijom N_d^+ ionizirajućih donorskih atoma:

$$N_d^+ = N_d (1 - f(E_d)) \approx N_d e^{-\frac{E_F - E_d}{k_B T}}$$

Posljednje dvije relacije jednoznačno određuju položaj Fermijevog nivoa:

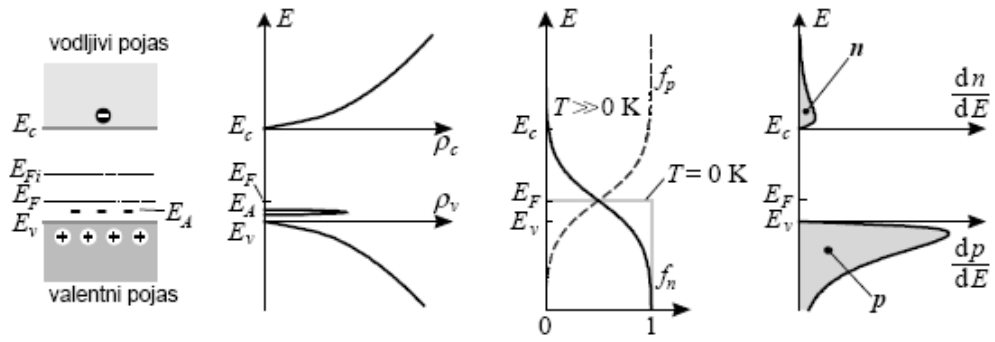
$$E_F = \frac{E_d + E_c}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \left(\frac{N_d h^3}{2(2\pi m_e^* k_B T)^{3/2}} \right)$$

Fermijev nivo se na apsolutnoj nuli nalazi točno na polovici udaljenosti između donorskog nivoa i dna vodljivog nivoa. S povišenjem temperature on se udaljuje od vodljivog nivoa, prelazi E_d i teži prema sredini energetskog procjepa.



Slika : Zonski model N-tipa poluvodiča

Slične relacije možemo izvesti i za poluvodič p-tipa. U tom slučaju pretpostavljamo da je poluvodič dopiran akceptorskim atomima s koncentracijom N_a , što će izazvati pojavu akceptorskog nivoa E_a unutar energetskog procjepa.



Slika : Zonski model P-tipa poluvodiča