

# MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prva popravna provjera znanja – 7. rujna 2020.

- Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i brisanje, te službene formule.
- Ukupan broj bodova: 100.
- Uvjet za prolaz: skupljeno barem 40 bodova na (a) i (b) dijelovima zadataka.
- Zadaci 1.(c) i 3.(c) nose ukupno 20 bodova i predviđeni su za studente koji žele višu ocjenu iz kolegija.

## Zadatak 1.

(a) (10 bodova) Neka je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana formulom

$$f(x) = \ln(1 + x^2).$$

Izračunajte  $f^{(2020)}(0)$ .

(b) (10 bodova) Izračunajte limes

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{e^{2x}}.$$

(c) (10 bodova) Neka je  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  derivabilna funkcija na otvorenom intervalu  $I$ .

Dokažite tvrdnju: Ako je  $f'(x) \neq 1$ , za  $\forall x \in I$ , onda  $f$  može imati najviše jednu fiksnu točku.

(Napomena: za  $x \in I$  kažemo da je fiksna točka funkcije  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  ako vrijedi  $f(x) = x$ .)

# MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prva popravna provjera znanja – 7. rujna 2020.

## Zadatak 2.

(a) (10 bodova) Dokažite nejednakost

$$\ln x > \frac{2(x-1)}{x+1}, \quad \forall x > 1.$$

(b) (10 bodova) Odredite prirodnu domenu, intervale monotonosti i asimptote za funkciju

$$f(x) = (x^2 - 1)e^{-x^2}.$$

# MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prva popravna provjera znanja – 7. rujna 2020.

## Zadatak 3.

(a) (10 bodova) Odredite integral

$$\int \frac{2 \cos x}{-12 \sin x + 11 - \cos 2x} dx.$$

(b) (10 bodova) Ispitajte konvergenciju nepravog integrala

$$\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{(3-x) \ln x}}.$$

(c) (10 bodova) Neka je  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija dana s

$$f(x) = \int_1^x \frac{e^t}{t} dt.$$

Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^{-1}e^x}{x^{-2}e^x}.$$

# MATEMATIČKA ANALIZA 2

Prva popravna provjera znanja – 7. rujna 2020.

## Zadatak 4.

- (a) (10 bodova) Odredite koeficijent uz član  $x^{2020}$  u Maclaurinovom razvoju funkcije  $f(x) = \sin^2 x + \ln(1+x)^2$ .
- (b) (10 bodova) Ispitajte konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos^2 \frac{1}{n}}{n \sin^2 \frac{3}{n}}.$$