

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij - 08. rujna 2015.

Zadatak 1 (12=8+4 bodova)

- (a) Dana je funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \cos(x^3)$. Izračunajte $f^{(25)}(0)$.
- (b) Dana je krivulja $y^2x + x^3 = 5$. Neka je f funkcija takva da joj se graf u prvom kvadrantu podudara za zadanom krivuljom y . Nađite polinom prvog stupnja koji je lokalno najbolja aproksimacija funkcije f oko točke 1.

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij - 08. rujna 2015.

Zadatak 2(12=8+4 bodova) Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{e^x - 2}{(e^x - 1)^2}.$$

- (a) Ispitajte tok (intervali monotonosti, lokalni ekstremi, intervali konveksnosti i konkavnosti te asimptote ako postoje) te skicirajte graf te funkcije.
- (b) U koliko točaka je tangenta na graf funkcije paralelna s pravcem $x - y = 0$? Tvrđnju detaljno obrazložite (nije nužno odrediti koje su to točke, ako postoje).

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij - 08. rujna 2015.

Zadatak 3 (12=8+4 bodova)

(a) Izračunajte

$$\int x^3 \sin(\ln x) dx.$$

(b) Odredite sve $p \in \mathbb{R}$ za koje nepravni integral

$$\int_1^{+\infty} e^{-x} x^p dx$$

konvergira.

MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij - 08. rujna 2015.

Zadatak 4(13=5+2+6 bodova)

(a) Ispitajte konvergenciju reda

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}).$$

(b) Pretpostavimo da red $\sum a_n$ divergira, pri čemu su članovi a_n pozitivni za sve $n \in \mathbb{N}$ i vrijedi $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Dokažite ili opovrgnite tvrdnju: možemo pronaći podniz (a_{n_k}) niza (a_n) sa svojstvom da red $\sum a_{n_k}$ konvergira.

(c) Razvijte funkciju

$$f(x) = \ln \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right)$$

u Maclaurinov red i odredite radijus konvergencije dobivenog reda.