

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 1** (6 bodova) Izračunajte  $f^{(100)}(\pi)$  i  $f^{(103)}(\pi)$  ako je

$$f(x) = e^x \cos x.$$

Odredite ekstreme funkcije  $f$  na intervalu  $[0, \pi]$  te komentirajte njezinu konveksnost i konkavnost na  $\langle 0, \pi \rangle$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 2** (5 bodova) Za koju se vrijednost realnog parametra  $a > 0$  tangente na graf funkcije  $f(x) = ax^2 + 1$  povučene kroz ishodište  $(0, 0)$  sijeku pod pravim kutem?

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 3** (7 bodova)

- (a) (4 boda) Odredite sve trojke realnih parametara  $(a, b, c)$  tako da funkcija definirana s

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{za } x < 0, \\ ax^2 + bx + c & \text{za } x \geq 0, \end{cases}$$

bude konkavna na cijelom  $\mathbb{R}$ .

- (b) (3 boda) Označimo s  $\mathcal{A}$  kolekciju svih dvaput derivabilnih funkcija  $f: \langle -1, 1 \rangle \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$  koje zadovoljavaju  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = 1$  i za koje je nova funkcija  $g$  zadana formulom  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  konveksna na intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ .

◇ Odredite infimum skupa  $\{f''(0) : f \in \mathcal{A}\}$ .

◇ Ima li taj skup minimum? Ukoliko ima, nađite neku funkciju  $f$  za koju se on postiže.

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 4** (7 bodova) Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}.$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 1** (6 bodova) Izračunajte  $f^{(100)}(\pi)$  i  $f^{(103)}(\pi)$  ako je

$$f(x) = e^x \sin x.$$

Odredite ekstreme funkcije  $f$  na intervalu  $[0, \pi]$  te komentirajte njezinu konveksnost i konkavnost na  $\langle 0, \pi \rangle$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 2** (5 bodova) Za koju se vrijednost realnog parametra  $a > 0$  tangente na graf funkcije  $f(x) = -2ax^2 - 2$  povučene kroz ishodište  $(0, 0)$  sijeku pod pravim kutem?

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 3** (7 bodova)

- (a) (4 boda) Odredite sve trojke realnih parametara  $(a, b, c)$  tako da funkcija definirana s

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{za } x < 0, \\ 1 & \text{za } x \geq 0, \end{cases}$$

bude konveksna na cijelom  $\mathbb{R}$ .

- (b) (3 boda) Označimo s  $\mathcal{B}$  kolekciju svih dvaput derivabilnih funkcija  $f: \langle -1, 1 \rangle \rightarrow \langle 0, +\infty \rangle$  koje zadovoljavaju  $f(0) = 1$ ,  $f'(0) = -1$  i za koje je nova funkcija  $g$  zadana formulom  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  konveksna na intervalu  $\langle -1, 1 \rangle$ .
- ◇ Odredite supremum skupa  $\{f''(0) : f \in \mathcal{B}\}$ .
  - ◇ Ima li taj skup maksimum? Ukoliko ima, nađite neku funkciju  $f$  za koju se on postiže.

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

prvi kolokvij - 22. travnja 2014.

**Zadatak 4** (7 bodova) Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}.$$