

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 17. veljače 2014.

Zadatak 1 (*12=5+7 bodova*)

(a) Odredite prirodno područje definicije funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{\arcsin x^2}{|\ln x|} .$$

(b) Neka je $f(x) = \cos(\pi \ln(x+1))$.(b1) Odredite $f([0, e-1])$.(b2) Je li funkcija f injekcija na intervalu $[0, e-1]$? Obrazložite odgovor.(b3) Ako je odgovor na pitanje pod (b2) potvrđan, odredite $(f|_{[0, e-1]})^{-1}$.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 17. veljače 2014.

Zadatak 2 ($13=6+7$ bodova)(a) Odredite sva gomilišta niza $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ zadanog formulom

$$a_n = \cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right) \sqrt[n]{1 + 2^n + (-3)^n}.$$

(b) Niz realnih brojeva $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ zadan je rekurzivno s

$$b_1 = 0, \quad b_{n+1} = \frac{3 - b_n^2}{2} \text{ za } n \geq 1.$$

Pokažite da niz $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ **nije** monoton, čak ni počevši od nekog člana.
Dokažite da je niz $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ ipak konvergentan i izračunajte mu limes.

MATEMATIČKA ANALIZA 1
popravni kolokvij - 17. veljače 2014.

Zadatak 3 (*12 bodova*)

Odredite infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \frac{x^2}{3x^2 - 3xy + y^2} : x \in \langle 1, +\infty \rangle, y \in \langle 0, 2 \rangle \right\}.$$

Sve tvrdnje detaljno obrazložite.

MATEMATIČKA ANALIZA 1

popravni kolokvij - 17. veljače 2014.

Zadatak 4 (*13=9+4 bodova*)Neka je $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ funkcija takva da je

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{f(x)} = 1.$$

(a) Izračunajte limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{e^{f(x)} - 1} - 1}{x}.$$

(b) Postoji li limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|\operatorname{ch} x - 1|}}$$

i, ako postoji, koliko iznosi? Tvrdnju detaljno obrazložite.