

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2006.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Izračunajte sljedeće limese (bez upotrebe L'Hospitalovog pravila):

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos(\cos x)}{\cos^2 x}$ [3 boda]

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{4^x - 3^x}$ [4 boda]

2. (a) Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n! + 3^n + 1} - \sqrt{n! + 3^n - 1}) \sqrt{n!}.$$

[3 boda]

(b) Niz (a_n) je zadan rekurzivno s

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{3 + \frac{a_n^2}{2}}, \quad n \geq 1.$$

Pokažite da je (a_n) konvergentan niz i odredite mu limes.

[4 boda]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \left\lfloor \frac{2n+3}{3n-8} \right\rfloor \cdot \frac{m^2-3}{2m^2-9} : m, n \in \mathbb{N} \right\},$$

gdje je sa $\lfloor \cdot \rfloor$ označena funkcija "najveće cijelo".

[5 bodova]

4. Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = x \operatorname{Arth}\left(\cos \frac{1}{x}\right)$ [3 boda]

(b) $f(x) = (1+x^2)^{\sqrt{\sin x}}$ [3 boda]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnicu uz rješenja.

Rezultati: U ponedjeljak 13. 2. 2006. u 12 sati na web.math.hr/nastava/analiza/ i na oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2006.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Izračunajte sljedeće limese (bez upotrebe L'Hospitalovog pravila):

(a) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2 + \sqrt[3]{x}}{8 + x}$ [3 boda]

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2 \sin x)}{\ln(1 + 3 \operatorname{tg} x)}$ [4 boda]

2. (a) Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{\operatorname{ch} n} - \sqrt{\operatorname{sh} n}) e^{\frac{3n}{2}}.$$

[3 boda]

(b) Niz (b_n) je zadan rekurzivno s

$$b_1 = \frac{1}{2}, \quad b_{n+1} = \frac{b_n^2 + 4}{5}, \quad n \geq 1.$$

Pokažite da je (b_n) konvergentan niz i odredite mu limes.

[4 boda]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \frac{6n + 2 - (3n + 1) \cos(m\pi)}{5m - 4n + 10 - 2mn} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

[5 bodova]

4. Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = x^2 \operatorname{Arsh}(\sin \sqrt{x})$ [3 boda]

(b) $f(x) = (1 + \sqrt{\cos x})^{x^2}$ [3 boda]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnici uz rješenja.

Rezultati: U ponedjeljak 13. 2. 2006. u 12 sati na web.math.hr/nastava/analiza/ i na oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2006.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Izračunajte sljedeće limese (bez upotrebe L'Hospitalovog pravila):

(a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (2^{\operatorname{ctg} x} - 1) \operatorname{tg} x$ [3 boda]

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{\cos x}}{\sqrt{1 + x} - 1}$ [4 boda]

2. (a) Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{-\frac{n}{2}}}{\sqrt{n + 2^n + 1} - \sqrt{n + 2^n - 1}}.$$

[3 boda]

(b) Niz (c_n) je zadan rekurzivno s

$$c_1 = 1, \quad c_{n+1} = \frac{c_n(1 + c_n)}{3}, \quad n \geq 1.$$

Pokažite da je (c_n) konvergentan niz i odredite mu limes. [4 boda]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \log_2 \frac{10mn}{(2m + 5n)^2} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

[5 bodova]

4. Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = x \operatorname{arctg}(\operatorname{ch} \sqrt{x})$ [3 boda]

(b) $f(x) = (1 + \sqrt{x})^{\sin^2 x}$ [3 boda]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnici uz rješenja.

Rezultati: U ponedjeljak 13. 2. 2006. u 12 sati na web.math.hr/nastava/analiza/ i na oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše

MATEMATIČKA ANALIZA 1

2. kolokvij, 8. 2. 2006.

Ime i prezime: _____ JMBAG: _____
(10-znamenkasti broj na x-ici)

1. Izračunajte sljedeće limese (bez upotrebe L'Hospitalovog pravila):

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \arcsin \frac{1}{x}$ [3 boda]

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{ch} x - 1}{\sin x \operatorname{sh} x}$ [4 boda]

2. (a) Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{\operatorname{th} n} - \sqrt{\operatorname{cth} n}) e^{2n}.$$

[3 boda]

(b) Niz (d_n) je zadan rekurzivno s

$$d_1 = 1, \quad d_{n+1} = \sqrt{d_n} + 2, \quad n \geq 1.$$

Pokažite da je (d_n) konvergentan niz i odredite mu limes. [4 boda]

3. Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$S := \left\{ \frac{(2^{\cos(m\pi)} - 2) \cdot (2n^2 - n)}{mn^2 - 5m + n^2 - 5} : m, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

[5 bodova]

4. Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = x^2 \operatorname{arcctg} \left(\operatorname{sh} \frac{1}{x} \right)$ [3 boda]

(b) $f(x) = (1 + \cos^2 x)^{\sqrt{x}}$ [3 boda]

Napomena: Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru, a predajte i ovu naslovnici uz rješenja.

Rezultati: U ponedjeljak 13. 2. 2006. u 12 sati na web.math.hr/nastava/analiza/ i na oglasnoj ploči.

I. Gogić, V. Kovač, A. Mimica, O. Perše