

Linearna algebra 2, 2022./2023.

2. domaća zadaća

1. Neka je $T : M_2(\mathbb{F}) \rightarrow M_2(\mathbb{F}), T(A) = A^T$ operator transponiranja. Odredite njegove svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore.
2. Neka je V konačnodimenzionalni vektorski prostor, te $A \in L(V)$ izomorfizam. Dokažite da $0 \notin \sigma(A)$ te da je $\lambda \in \sigma(A)$ ako i samo ako je $\frac{1}{\lambda} \in \sigma(A^{-1})$.
3. Neka je $A : \mathcal{P}_4 \rightarrow \mathcal{P}_4$ linearni operator zadan kao $Ap = p'' + p'''$. Pokažite da se A ne može dijagonalizirati. Postoji li baza za \mathcal{P}_4 u kojoj je matični prikaz od A gornjotrokutasta matrica? Ako da, nađite neku takvu bazu. Postoji li baza za \mathcal{P}_4 u kojoj je matični prikaz od A donjotrokutasta matrica? Ako da, nađite neku takvu bazu.
4. Može li se dijagonalizirati matrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in M_3(\mathbb{R})?$$

Ako može, nađite regularnu matricu S i dijagonalnu matricu D za koje vrijedi $A = SDS^{-1}$.

5. Neka je $A \in M_3(\mathbb{C})$ matrica za koju vrijedi $\sigma(A) = \{i, -i, 1\}$. Je li matrica A regularna? Ako da, prikažite njezin inverz u obliku $p(A)$, gdje je p polinom.