

Obavijesti o kolegiju:

Fizika 1 - prvi semestar

Fizika 2 - drugi semestar

Prof. Dalibor Paar, [www.phy.pmf.unizg.hr/fizbiokem](http://www.phy.pmf.unizg.hr/fizbiokem)

Asistent Milivoj Uroić, [enr.irb.hr/milivoj/fizb.htm](http://enr.irb.hr/milivoj/fizb.htm)

- 2 kolokvija (+2 ispravka), oko 1.12 i krajem semestra

5 zadataka,  $5 \times 4 = 20$  bodova, minimalni prolaz je 8 bodova

- Domaće zadatke, obično uoči kolokvija

Gradivo:	1) Jednoliko ubrzano gibanje	6) Energija, rad i snaga
	2) Newtonov zakon gravitacije	7) Harmonijski oscilator
	3) Jednoliko gibanje po kružnici	8) Vrtinja krutog tijela
	4) Trenje i kosina	9) Očuvanje p i E, sudari
	5) Složeno gibanje - kosi hitac	10) Uzgon, statički tlak

① Automobil ubrzava od 0 do 100 km/h za 11.2 sekunde. Izrazite prosječno ubrzanje u  $m/s^2$ .

$$\Delta v = 100 \text{ km/h} = 27.7 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 11.2 \text{ s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100 \text{ km/h}}{11.2 \text{ s}} = \frac{100 \cdot 1000 \text{ m}}{11.2 \cdot 3600 \text{ s}} = 2.48016 \text{ m/s}^2$$

② Odredite brzinu kruženja Zemlje oko Sunca

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi \frac{\text{a.j.}}{\text{god}} = 2\pi \cdot \frac{149\,600\,000\,000 \text{ m}}{365.25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 29\,786 \text{ m/s}$$

perihel  $r_{\min} = 147.1 \text{ mil km}$

afel  $r_{\max} = 152.1 \text{ mil km}$

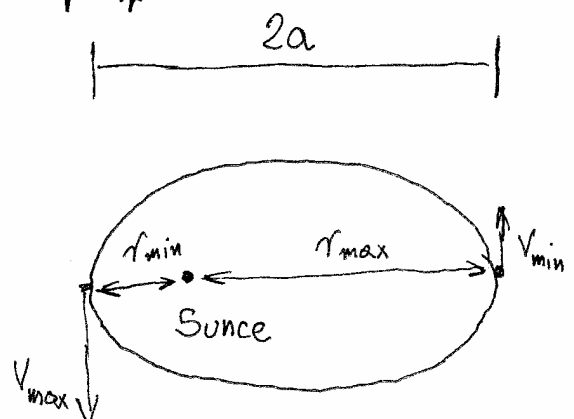
velika poluos  $a = 149.6 \text{ mil km}$

$$E = 1 - \frac{r_{\min}}{a} = \frac{r_{\max}}{a} - 1 = 0.0167$$

$$v = \bar{v} \sqrt{\frac{2a-r}{r}}$$

$$v_{\max} = 29\,786 \cdot \sqrt{\frac{152.1}{147.1}} = 30\,288 \text{ m/s}$$

$$v_{\min} = 29\,786 \cdot \sqrt{\frac{147.1}{152.1}} = 29\,292 \text{ m/s}$$



- ③ Tijelo se giba početnom brzinom  $12 \text{ m/s}$  i ubrzava akceleracijom  $3 \text{ m/s}^2$ . Odredite prevođeni put do trenutka kada brzina iznosi  $21 \text{ m/s}$ .

$$s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 12t$$

$$v(t) = 3t + 12$$

$$21 = 3t_1 + 12$$

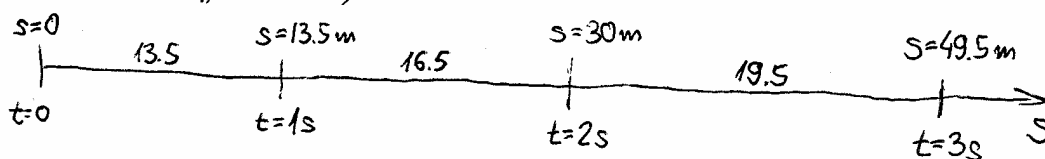
$$t_1 = 3 \text{ s}$$

$$v_0 = 12 \text{ m/s}$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$s_0 = 0$$

$$s(t_1) = s(3) = 13.5 + 36 = 49.5 \text{ m}$$



- ④ Automobil se kreće brzinom  $22 \text{ m/s}$  i u trenutku  $t=0$  počinje jednoliko usporavati. Zaustavni put iznosi  $55$  metara. Kolika je akceleracija i vrijeme kočenja?

$$s_0 = 0, v_0 = 22 \text{ m/s}, s = 55 \text{ m}, v(t) = 0$$

$$55 = \frac{a}{2}t^2 + 22t$$

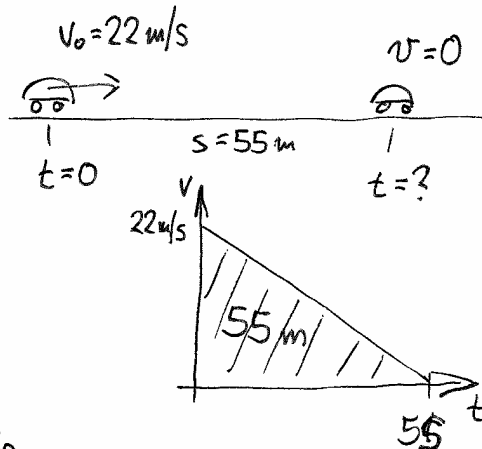
$$0 = at + 22 \Rightarrow a = -\frac{22}{t}$$

$$55 = -\frac{22t}{2} + 22t$$

$$55 = \frac{22}{2}t = 11t \Rightarrow t = 5 \text{ s}, a = -\frac{22}{5} = -4.4 \text{ m/s}^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$0 = 22^2 + 2a \cdot 55 \Rightarrow a = -4.4 \text{ m/s}^2 \quad \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-22}{-4.4} = 5 \text{ s}$$



Eliminacija  $t$  iz  $s(t)$  i  $v(t)$

a) za  $s_0 = 0, v_0 = 0$

$$s = \frac{a}{2}t^2$$

$$v = at \Rightarrow t = \frac{v}{a}$$

$$s = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2a}, \quad v^2 = 2as$$

b)  $s - s_0 = \frac{a}{2}t^2 + v_0t$

$$v - v_0 = at \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$s - s_0 = \frac{a}{2} \cdot \frac{(v - v_0)^2}{a^2} + v_0 \cdot \frac{v - v_0}{a} \quad / \cdot 2a$$

$$2a(s - s_0) = (v - v_0)^2 + 2v_0(v - v_0)$$

$$= v^2 - 2vv_0 + v_0^2 + 2vv_0 - 2v_0^2$$

$$2a(s - s_0) = v^2 - v_0^2$$

- ⑤ Automobil ubrzava iz stanja mirovanja  $7.6$  sekundi. Nakon toga jednoliko koči sljedećih  $10$  sekundi do zaustavljanja. Ukupan prevođeni put iznosi  $220 \text{ m}$

a) Nacrtajte  $v-t$  dijagram

b) Odredite maksimalnu postignutu brzinu i dotad prevođeni put

c) Odredite akceleraciju pri ubrzavanju i kočenju

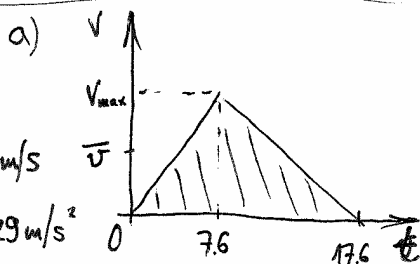
b1)  $s = 220 = \frac{v_{\max} \cdot 17.6}{2}$

$$v_{\max} = \frac{440}{17.6} = 25 \text{ m/s}$$

c)  $a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{25}{7.6} = 3.29 \text{ m/s}^2$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = -\frac{25}{10} = -2.5 \text{ m/s}^2$$

b2)  $s_1 = \frac{v_{\max}^2}{2a_1} = \frac{25^2}{2 \cdot 3.29} = 95 \text{ m} \quad (s_2 = 125 \text{ m})$



⑥ Tijelo se giba jednoliko ubrzano. Gibanje počinje iz ishodišta početnom brzinom  $v_0$ . Odredite ubrzanje, početnu brzinu  $v_0$ , te brzinu i udaljenost nakon 5 sekundi gibanja ako znamo:

- brzina nakon 8 s iznosi 37 m/s

- put prevažen u drugoj sekundi je 14.25 m

$$37 = 8a + v_0$$

$$14.25 = s(2) - s(1) = \frac{a}{2} \cdot 4 + 2v_0 - \frac{a}{2} - v_0 = \frac{3a}{2} + v_0$$

$$22.75 = 6.5a \Rightarrow a = 3.5 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 = 9 \text{ m/s}$$

$$v(5) = 5 \cdot 3.5 + 9 = 26.5 \text{ m/s}$$

$$s(5) = \frac{3.5}{2} \cdot 25 + 5 \cdot 9 = 88.75 \text{ m}$$

⑦ Kojom brzinom moramo baciti kamen okomito prema dolje s mosta, ako želimo da kamen udari u površinu vode nakon 2 sekunde? Visina mosta nad vodom je 30 m.  $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t$$

$$v = at + v_0$$

$$30 = 5 \cdot 4 + v_0 \cdot 2$$

$$10 = 2v_0$$

$$v_0 = 5 \text{ m/s (prema dolje)}$$

$$a = 10 \text{ m/s}^2$$

$$s = 30 \text{ m}$$

$$t = 2 \text{ s}$$

$$\begin{matrix} s=0 \\ t=0 \end{matrix} \downarrow v_0$$

$$\begin{matrix} s=30 \text{ m} \\ t=2 \text{ s} \end{matrix} \rightarrow (v_{\text{UDAR}} = 20 + 5 = 25 \text{ m/s})$$

⑧ Tijelo se giba jednoliko ubrzano i kreće iz ishodišta.

$$s(t) = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t$$

$$v(t) = at + v_0$$

Napišite jednažbom uvjete:

1. nakon 1 sekunde put iznosi 12 m

$$1) s(1) = 12 \text{ m} \quad \frac{a}{2} + v_0 = 12$$

2. nakon 4 sekunde brzina je 8 m/s

$$2) v(4) = 8 \text{ m/s} \quad 8 = 4a + v_0$$

3. nakon 3 sekunde brzina iznosi polovinu početne brzine

$$3) v(3) = \frac{v_0}{2} \quad 3a + v_0 = \frac{v_0}{2}$$

4. tijelo se zaustavi nakon 6 sekundi gibanja

$$4) v(6) = 0 \quad 6a + v_0 = 0$$

5. prevaženi put u trećoj sekundi iznosi 10 m

$$5) s(3) - s(2) = 10 \text{ m}, \quad \frac{5}{2}a + v_0 = 10$$

6. nakon 8 sekundi tijelo je na istom položaju kao 4 sekunde ranije

$$6) s(8) = s(4), \quad 6a + v_0 = 0$$

7. zaustavni put iznosi 30 m

$$7) v_0^2 = -2a \cdot 30$$

8. u trenutku postizanja brzine 30 m/s, prevaženi put je 120 m

$$8) 30^2 + v_0^2 + 2a \cdot 120$$

9. u prvih pet sekundi tijelo izgubi 60% brzine

$$9) v(5) = 0.4 v_0, \quad 5a + v_0 = 0.4 v_0$$

10. u drugoj sekundi tijelo prevaži 5% veći put nego u prvoj

$$10) \frac{s(2) - s(1)}{s(1) - s(0)} = 1.05, \quad 19.5a = v_0$$

# Vježbe

## Newtonov zakon gravitacije

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} = G \cdot \frac{m \cdot m_z}{R_z^2} = mg$$



$$g = \frac{G \cdot m_z}{R_z^2}$$

$$G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$m_z = 5.9722 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_z = 6371 \text{ 000 m}$$

$$\Rightarrow g = 9.82 \text{ m/s}^2$$

(razlike zbog vrtnje i spljoštenosti Zemlje)

- 9) Izračunajte ubrzanje sile teže na površini Marsa.  $m_M = 6.42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$

$$g_M = \frac{G m_M}{R_M^2} = \frac{6.674 \cdot 10^{-11} \cdot 6.42 \cdot 10^{23}}{(3390 \text{ 000})^2} = 3.728 \text{ m/s}^2$$

$$R_M = 3390 \text{ km}$$

- 10) Na kojoj visini iznad površine Zemlje je gravitacijsko polje 1% slabije od polja na površini?  $R_z = 6371 \text{ km}$

$$g_h = \frac{G m_z}{(R_z + h)^2} = 0.99 g = 0.99 \frac{G m_z}{R_z^2} \Rightarrow R_z^2 = 0.99 (R_z + h)^2$$

$$R_z = \sqrt{0.99} (R_z + h) \rightarrow h = 32.1 \text{ km}$$

- 11) Odredite masu i radijus Mjeseca, ako prosječna gustoća iznosi  $3346 \text{ kg/m}^3$ , a ubrzanje sile teže na površini  $1.622 \text{ m/s}^2$

$$g = \frac{G m}{R^2}$$

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3} R^3 \pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} g = \frac{G m}{R^2} \\ \rho = \frac{m}{\frac{4}{3} R^3 \pi} \end{array} \right\} \frac{g}{\rho} = G \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R, \quad R = \frac{g}{G \cdot \frac{4}{3} \pi \rho} = 1734 \text{ 004 m} = 1734 \text{ km}$$

$$m = \frac{g R^2}{G} = 7.3074 \cdot 10^{22} \text{ kg}$$

- 12) (3/18.12.2013.)

Na površini planeta ubrzanje sile teže iznosi  $6.26 \text{ m/s}^2$ , a na visini  $200 \text{ km}$  iznad površine  $5.99 \text{ m/s}^2$ . Odredite radijus i prosječnu gustoću planeta.

$$6.26 = \frac{GM}{R^2}$$

$$5.99 = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 6.26 = \frac{GM}{R^2} \\ 5.99 = \frac{GM}{(R+h)^2} \end{array} \right\} \sqrt{\frac{6.26}{5.99}} = 1 + \frac{h}{R}, \quad R = 44.865h = 8973 \text{ km}$$

$$GM = R^2 g = 5.0462 \cdot 10^{14}, \quad M = 7.552 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3} R^3 \pi} = 2496 \text{ kg/m}^3$$

jednoliko gibanje po kružnici

$$x(t) = R \cos(\omega t)$$

$$y(t) = R \sin(\omega t)$$

$$v_x(t) = -R\omega \sin(\omega t)$$

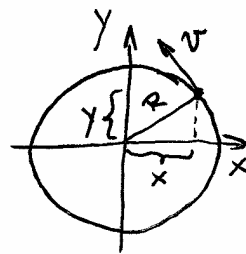
$$v_y(t) = R\omega \cos(\omega t)$$

$$a_x(t) = -R\omega^2 \cos(\omega t) = -\omega^2 x$$

$$a_y(t) = -R\omega^2 \sin(\omega t) = -\omega^2 y$$

$$\vec{a} = -\omega^2 \vec{R}, \quad a = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$

$$\omega T = 2\pi, \quad \omega = \frac{v}{R}$$



$a$  - ubrzanje  
 $R$  - radijus kruženja  
 $\omega$  - kutna brzina  
 $v$  - brzina kruženja  
 $T$  - ophodno vrijeme

- (13) Odredite brzinu kruženja i ophodno vrijeme satelita koji kruži oko Zemlje na visini 415 km iznad površine (ISS). Masa Zemlje je  $6 \cdot 10^{24}$  kg, a radijus 6371 km.

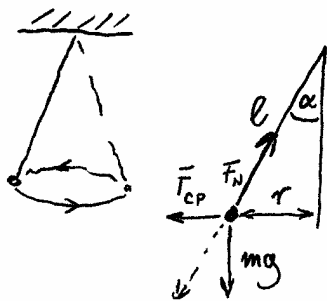
$$F_G = F_{cp}, \quad a_G = a_{cp}$$

$$R+h = 6786 \text{ km}$$

$$\frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h}, \quad v^2 = \frac{GM}{R+h} = 59009726 \text{ m}^2/\text{s}^2, \quad v = 7681.78 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi (R+h)}{v} = 5550.5 \text{ s} = 1 \text{ h } 32 \text{ min } 30 \text{ s}$$

- (14) Njhalo duljine  $l$ , zanemarive težine niti vrti se tako da je kut odklona  $\alpha$  u odnosu na okomicu  $\alpha$ . Izrazite period i brzinu vrtnje pomoću  $l$  i  $\alpha$



$$mg = F_N \cos \alpha \quad r = l \sin \alpha$$

$$m \frac{v^2}{r} = F_N \sin \alpha$$

$$\frac{v^2}{g \cdot r} = \tan \alpha, \quad v^2 = g \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \tan \alpha$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi l \sin \alpha}{\sqrt{gl \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \cos \alpha}$$

- (15) Odredite ophodno vrijeme Jupitera, Saturna i Urana oko Sunca, ako su velike poluosi njihovih putanja

$$r_J = 5.202 \text{ a.j.}$$

$$r_S = 9.554 \text{ a.j.}$$

$$r_U = 19.218 \text{ a.j.}$$

$$r_Z = 1 \text{ a.j.}, \quad T_Z = 1 \text{ god.}$$

$$\frac{m v^2}{r} = \frac{GM_{\text{SUNCA}} m}{r^2} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = \frac{GM}{r}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{konst} \quad (3. \text{ Keplerov zakon})$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{r_Z^3}{T_Z^2} = 1 \frac{\text{a.j.}^3}{\text{god}^2}$$

$$T = \sqrt{r^3}$$

$$T_J = 11.865 \text{ god.}$$

$$T_S = 29.531 \text{ god.}$$

$$T_U = 84.249 \text{ god.}$$

16) 3/4.12.2012.

Oko planeta mase  $1.7 \cdot 10^{23}$  kg kruži satelit brzinom 3050 m/s. Odredite radijus putanje i ophodno vrijeme satelita.

$$\frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow r = \frac{GM}{v^2} = 1219650.6 \text{ m}$$

$$v = \frac{2r\pi}{T}, \quad T = \frac{2r\pi}{v} = 2512.5 \text{ s} = 41 \text{ min } 52.5 \text{ s}$$

17) 4/9.12.2011.

Centrifugalni uređaj okreće se kutnom brzinom 1600 okretaja u minuti. Odredite silu kojom masa 0.6 kg pritišće stijenku centrifuge, ako se nalazi 50cm udaljena od osi rotacije

$$\omega = 1600 \frac{\text{okretaja}}{\text{min}} = 26.6 \cdot 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 167.55 \text{ rad/s}$$

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} = m r \omega^2 = 8422.06 \text{ N}$$

18) Merkur se giba oko Sunca po elipsi velike poluosi  $a = 0.3871$  a.j. i ekscentriciteta 0.20563. Odredite brzine i udaljenosti od Sunca u perihelu i ahelu.

$$r_{\min} = a(1 - \epsilon) = 0.3075 \text{ a.j.}$$

$$r_{\max} = a(1 + \epsilon) = 0.4667 \text{ a.j.}$$

$$T^2 = a^3 \text{ (u godinama)}$$

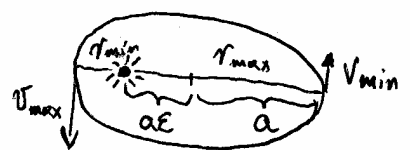
$$T = 0.2408434 \text{ god} = 87 \text{ d } 23.23 \text{ h}$$

$$\bar{v} = \frac{2a\pi}{T} = 10.098765 \text{ a.j./god} \\ = 47.874 \text{ km/s}$$

$$\frac{v_{\max} r_{\min}}{2} \cdot T = ab\pi$$

$$v_{\max} = \frac{2a\pi}{T} \frac{a\sqrt{1-\epsilon^2}}{a\sqrt{(1-\epsilon)^2}} = \bar{v} \sqrt{\frac{1+\epsilon}{1-\epsilon}} = 58.979 \text{ km/s}$$

$$v_{\min} = \dots = \bar{v} \sqrt{\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}} = 38.860 \text{ km/s}$$



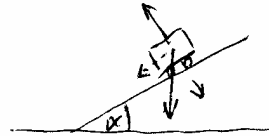
# Vježbe 14.11.2022.

-trenje i kosina

19) Na kosini nagiba  $20^\circ$  nalaze se kolica koja klize niz kosinu. Odredite ubrzanje kolica ako je

a) trenje zanemarivo

b) koeficijent trenja jednak 0.2



a)  $\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{podloge}}$   
 $F = mg \sin \alpha$

$$a = g \sin \alpha = 3.4202 \text{ m/s}^2$$

b)  $\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{podloge}} + \vec{F}_{\text{trenja}}$

$$F = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = 1.5408 \text{ m/s}^2$$

4/30.11.2015.

20) Tijelo se giba jednoliko niz kosinu nagiba  $40^\circ$ . Odredite koeficijent trenja s podlogom i akceleraciju kojom tijelo usporava niz kosinu  $8^\circ$  manjeg nagiba. Kolika bi bila akceleracija tijela koje se giba uz kosinu?

$\alpha = 40^\circ, a = 0$

$$0 = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \mu = \tan \alpha = 0.8391$$

$\alpha = 32^\circ, a = ?$

$$a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

$$a = -1.81678 \text{ m/s}^2$$

$\alpha = 32^\circ, a_{\text{uz kosinu}} = ?$

$$-a = g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha$$

$$a = -12.8731 \text{ m/s}^2$$

3/21.12.2015.

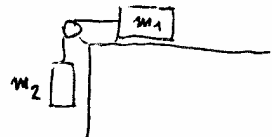
21) Koliki je najmanji koeficijent trenja tijela 1 na podlozi, za koji sistem na slici može mirovati? Masu koloture i niti zanemajte.

$m_1 = 3.5 \text{ kg}$

$m_2 = 1.7 \text{ kg}$

$$F = m_2 g = \mu m_1 g$$

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} = 0.485714$$



22) Niz kosinu nagiba  $20^\circ$  tijelo ubrzava dvostruko većom akceleracijom nego niz kosinu nagiba  $15^\circ$ .  
 Odredite koef. trenja, ako je jednak za oba slučaja.

$$a(20^\circ) = 2a(15^\circ) \quad \mu = ? \quad \rightarrow \quad g \sin 20^\circ - \mu g \cos 20^\circ = 2(g \sin 15^\circ - \mu g \cos 15^\circ)$$

$$\leftarrow \quad \sin 20^\circ - 2 \sin 15^\circ = \mu (\cos 20^\circ - 2 \cos 15^\circ)$$

$$\mu = \frac{2 \sin 15^\circ - \sin 20^\circ}{2 \cos 15^\circ - \cos 20^\circ} = \frac{0.175618}{0.992159} = \underline{\underline{0.177}}$$

23) Tijelo gurnemo niz kosinu kuta  $20^\circ$  početnom brzinom  $1.2 \text{ m/s}$ . Koliki će biti zaustavni put ako je koef. trenja tijela na kosini  $0.5$ ? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

$$\begin{aligned} a &= g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \\ &= 10(\sin 20^\circ - 0.5 \cdot \cos 20^\circ) \\ &= -1.27826 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

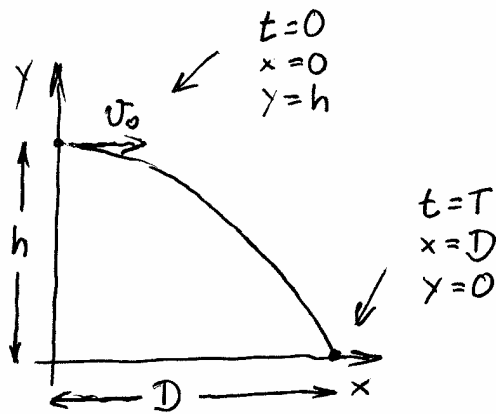
$$\begin{aligned} v^2 &= -2as \quad (v^2 = v_0^2 + 2as) \\ s &= -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{1.2^2}{2 \cdot (-1.27826)} \\ s &= \underline{\underline{0.5633 \text{ m}}} \end{aligned}$$



# Vježbe

## Složeno gibanje - horizontalni i kosi hitac

Hor. hitac



jednadžbe gibanja

$$y(t) = h - \frac{g}{2} t^2$$

$$x(t) = v_0 t$$

$$\frac{a}{2} t^2 + v_0 t + s_0, \text{ uz } \begin{matrix} s_0 = h \\ v_0 = 0 \\ a = -g \end{matrix}$$

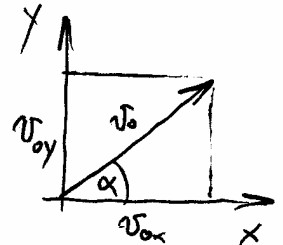
D - domet

T - vrijeme leta

$$x=D \text{ za } y=0 \text{ i } t=T \Rightarrow \left. \begin{matrix} D = v_0 T \\ h = \frac{g}{2} T^2 \end{matrix} \right\} D = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

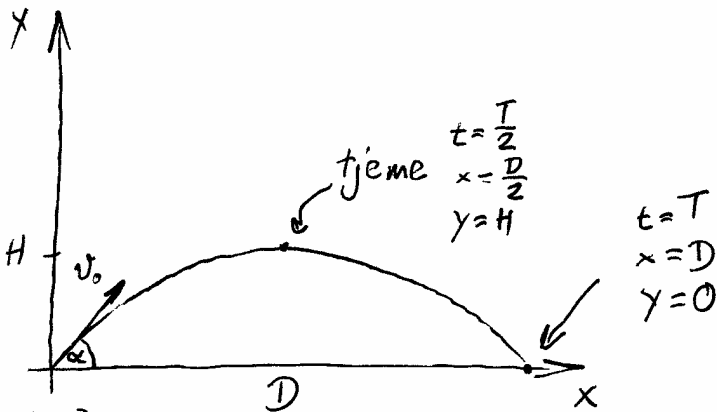
## Kosi hitac

24) Izrazite horizontalni domet i vrijeme leta kosog hica pomoću početne brzine i kuta izbacaja.



$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha$$



$$y(T) = 0 = v_{0y} T - \frac{g}{2} T^2 \rightarrow T \neq 0 \Rightarrow v_{0y} = \frac{g}{2} T, \quad T = \frac{2v_{0y}}{g}$$

$$x(T) = D = v_{0x} T \rightarrow D = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g} = \frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \cos \alpha \sin \alpha = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\alpha)$$

j-džbe gibanja

$$y(t) = v_{0y} t - \frac{g}{2} t^2$$

$$x(t) = v_{0x} t$$

- 25) Pri kosom hihu na horizontalnoj podlozi, domet je 2.15 puta veći od maksimalne dosegnute visine. Odredite kut izbačaja projektila. Opor zraka zanemarujemo

$$D = 2.15 H$$

$$2gH = v_{oy}^2 = v_0^2 \sin^2 \alpha$$

$$\frac{v_0^2}{g} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2.15 \cdot \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

$$\frac{4}{2.15} = \tan \alpha, \quad \alpha = 61.742^\circ$$

- 26) Pri kosom hihu početne brzine 260 m/s želimo pogoditi metu na istoj visini i 5800 m udaljenosti. Odredite kut izbačaja i vrijeme leta

$$v_0 = 260 \text{ m/s}$$

$$D = 5800 \text{ m}$$

$$\alpha = ? \quad T = ?$$

$$5800 = 6760 \sin 2\alpha$$

$$\alpha = 29.54512^\circ \quad (\alpha_2 = 60.45488^\circ)$$

$$T = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha = 52 \sin \alpha$$

$$T_1 = 25.64 \text{ s} \quad (T_2 = 45.24 \text{ s})$$

27)

Horizontalni domet topa iznosi 1250 m, uz vrijeme leta 6.7 s. Odredite početnu brzinu i kut izbačaja topa.

$$D = \frac{2 v_{ox} v_{oy}}{g}, \quad T = \frac{2 v_{oy}}{g} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} v_{oy} = 33.5 \text{ m/s} \\ v_{ox} = 186.567 \text{ m/s} \end{array} \right\} \begin{array}{l} v_0 = 189.55 \text{ m/s} \\ \alpha = 10.18^\circ \end{array}$$

putanja

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g}{2} t^2$$

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1$$

$$y = \frac{v_0 \sin \alpha x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2 v_0^2} x^2 (\tan^2 \alpha + 1)$$