

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

pismeni ispit – 21. lipnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru. Vrijeme rješavanja je 120 minuta.
Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

Zadatak 1.

Neka je ABC šiljastokutan trokut u kojem je $\angle BAC = 72^\circ$, $\angle CBA = 59^\circ$, $\angle ACB = 49^\circ$. Neka je P polovište stranice \overline{BC} , a M i N redom nožišta visina iz vrhova B i C . Odredite $\angle MPN$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

pismeni ispit – 21. lipnja 2024.

Zadatak 2.

(a) Neka su $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in V^3$. Dokažite da su $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanarni ako i samo ako

$$\vec{a} + \vec{b} \perp (\vec{a} + \vec{c}) \times \vec{b}.$$

(b) Izračunajte volumen tetraedra $ABCD$ s vrhovima $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (1, 2, 1)$ i $D = (\frac{1}{2}, 1, 2)$.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

pismeni ispit – 21. lipnja 2024.

Zadatak 3.Dani su pravac p

$$p \quad \dots \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z}{1}$$

i točka $C = (\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$. Odredite točke A i B na pravcu p tako da trokut ABC bude pravokutan s pravim kutom pri vrhu A , a njegova površina iznosi 2.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

pismeni ispit – 21. lipnja 2024.

Zadatak 4.

Odredite jednadžbu elipse kojoj je pravac $2x + 3y - 9 = 0$ tangenta, a fokusi su joj točke $(-2, 0)$ i $(2, 0)$. Odredite i diralište dane tangente s elipsom.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

pismeni ispit – 21. lipnja 2024.

Zadatak 5. Dana je krivulja $\mathcal{C} \dots 2x^2 + y^2 = 4y - 1$.

- (a) Je li \mathcal{C} elipsa, hiperbola ili parabola? Obrazložite.
- (b) Odredite sve racionalne točke krivulje \mathcal{C} .