

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 26. travnja 2023.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru. Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno koristiti ništa osim pribora za pisanje i geometrijskog pribora.

Zadatak 1.

- (a) Opišite kako se u skladu s aksiomatskom izgradnjom geometrije ravnine definira pojam *poluravnine*. Napišite aksiome, teoreme (ne trebate ih dokazivati) i definicije pojmova koji se pri tome koriste.
- (b) Dokažite teorem o težištu trokuta.
- (c) Iskažite Talesov teorem o proporcionalnosti. Dokažite jednu od jednakosti. U dokazu nemojte koristiti ostale jednakosti niti teoreme o sličnosti trokuta.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 26. travnja 2023.

Zadatak 2. U trokutu $\triangle ABC$, dužina $\overline{BB_1}$ je težišnica, a točka D polovište te težišnice. Točka E je sjecište pravca AD i stranice \overline{BC} . Dokažite da vrijedi

$$|BE| = \frac{1}{3}|BC|.$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 26. travnja 2023.

Zadatak 3. U konveksnom četverokutu $ABCD$ povučene su simetrale svih unutarnjih kutova. Simetrale kutova $\sphericalangle A$ i $\sphericalangle B$ sijeku se u točki K , simetrale kutova $\sphericalangle B$ i $\sphericalangle C$ u točki L , simetrale kutova $\sphericalangle C$ i $\sphericalangle D$ u točki M , dok se simetrale kutova $\sphericalangle D$ i $\sphericalangle A$ sijeku se u točki N . Dokažite da je četverokut $KLMN$ tetivan.

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 26. travnja 2023.

Zadatak 4. U siljastokutnom trokutu $\triangle ABC$ zadana je točka T . Neka su nožišta okomica iz T na stranice \overline{BC} , \overline{CA} i \overline{AB} redom točke D , E i F . Dokažite da vrijedi

$$|BD|^2 + |CE|^2 + |AF|^2 = |CD|^2 + |AE|^2 + |BF|^2.$$

ELEMENTARNA MATEMATIKA 2

Prvi kolokvij – 26. travnja 2023.

Zadatak 5. Točka M nalazi se na luku \widehat{BC} kružnice opisane jednakostraničnom trokutu $\triangle ABC$. Neka je T sjecište stranice \overline{BC} i tetive \overline{AM} .

(a) Dokažite sljedeće sličnosti:

$$\triangle CMA \sim \triangle TMB, \triangle BMA \sim \triangle TMC, \triangle CAM \sim \triangle TAC.$$

(b) Dokažite da vrijedi $|MA| = |MB| + |MC|$.

Uputa: Tvrdnju pod (b) možete dokazati koristeći tvrdnje iz (a) dijela zadatka.