

KONSTRUKTIVNE METODE U GEOMETRIJI

prvi kolokvij - 26. travnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom papiru. Vrijeme pisanja je 120 minuta.
Dozvoljeno je koristiti isključivo geometrijski pribor i pribor za pisanje.

1. Dane su duljine a , b , c i d . Konstruirajte dužinu duljine $\sqrt{\frac{abcd}{ab+cd}}$.

Napišite opis konstrukcije. Skicirajte korake konstrukcije koje ne opisujete detaljno.

2. Dane su duljine a i b te kut δ . Konstruirajte trokut ABC tako da vrijedi:

$$a = |BC|, \quad b = |CA|, \quad \delta = |\sphericalangle BAC| - |\sphericalangle CBA|.$$

Napišite opis konstrukcije te dokažite njenu ispravnost.

3. Dane su kružnice k_1 i k_2 . Konstruirajte trokut ABC i točku D na dužini \overline{BC} tako da AD bude simetrala kuta $\sphericalangle BAC$ i da kružnice k_1 i k_2 budu upisane trokutima ABD i ADC .

Napišite opis konstrukcije i odredite u kojim slučajevima zadatak nema rješenja.

Konstrukciju zajedničkih tangenata nije potrebno opisivati.

4. Dani su pravci a , b i c te točka S . Konstruirajte pravokutnik $ABCD$ tako da točka A bude na pravcu a , točka B na pravcu b , točka C na pravcu c i da je S sjecište njegovih dijagonala.

Napišite opis konstrukcije i diskutirajte broj rješenja.

5. Dana je kružnica k i dvije točke A i B na toj kružnici. Za točku C na kružnici k (različitu od A i B) neka je T težište trokuta ABC . Odredite geometrijsko mjesto svih točaka T .

Opišite precizno taj skup i dokažite svoju tvrdnju.