

1	2	3	4	5	$\Sigma$

Ime i prezime, JMBAG: \_\_\_\_\_

## ELEMENTARNA GEOMETRIJA

pismeni ispit - 16. veljače 2024.

Svaki zadatak rješavajte na zasebnom listu.

Obrazložite svoje tvrdnje.

1. Odredite duljine stranica pravokutnog trokuta čiji je opseg 900, ako je poznato da nožište visine dijeli hipotenuzu u omjeru 25 : 144.
2. Neka je  $ABCDEF$  šesterokut upisan u kružnicu. Dužina  $\overline{BE}$  siječe dužinu  $\overline{AC}$  u točki  $G$ , a dužinu  $\overline{DF}$  u točki  $H$ . Ako je  $|AG| = |GH| = 4$ ,  $|CG| = 3$ ,  $|BG| = 2$  i  $|DH| = 1$ , odredite zbroj duljina dijagonala  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BE}$  i  $\overline{DF}$ .
3. Za duljine  $a$ ,  $b$ ,  $c$  stranica trokuta vrijedi  $a^2 - b^2 + c^2 = ac$ . Dokažite da je mjera jednog kuta tog trokuta aritmetička sredina mjera preostalih dvaju kutova.
4. Stranica  $\overline{BC}$  trokuta  $ABC$  podijeljena je točkama  $M$  i  $N$  na tri dijela jednakih duljina ( $|BM| = |MN| = |NC|$ ). Neka je  $T$  točka na dužini  $\overline{MN}$ . Paralele s  $\overline{TA}$  kroz točke  $M$  i  $N$  sijeku stranice  $\overline{AB}$  i  $\overline{AC}$  redom u točkama  $D$  i  $E$ . Dokažite da dužine  $\overline{TD}$  i  $\overline{TE}$  dijele trokut na tri dijela jednakih površina.
5. Neka je  $ABCA_1B_1C_1$  uspravna trostrana prizma čiji su svi bridovi duljine  $a$ , te vrijedi  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ . Neka je  $M$  polovište brida  $\overline{AC}$ , a  $N$  polovište brida  $\overline{B_1C_1}$ . Prizma je presječena ravninom koja sadrži točke  $M$  i  $N$  i okomita je na osnovke prizme. Izračunajte volumen i oplošje većeg od dva dobivena tijela.

**Napomene:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak vrijedi 20 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.