1	2	3	4	5	Σ

Ime i prezime, JMBAG: ______________________________

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

drugi kolokvij - 6. veljače 2023.

Napomene: Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora. **Rješavajte svaki zadatak na zasebnom listu!** Ovaj papir obavezno predajte uz svoj test.

1. (7 b) Tetive $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ kružnice k međusobno su okomite i sijeku se u točki E. Neka je N nožište okomice iz točke E na pravac AC te neka je P sjecište pravaca NE i BD. Dokažite da je P polovište dužine $\overline{BD}$.

2. (7 b) Neka je $\overline{AB}$ tetiva kružnice sa središtem O (ali ne njen promjer) i neka je C točka na toj tetivi. Kružnica k_1 prolazi točkama O, A i C, a kružnica k_2 točkama O, B i C. Dokažite da su kružnice k_1 i k_2 sukladne.

3. (7 b) Točka P nalazi se unutar kvadrata $ABCD$. Neka su K, L, M i N redom osnosimetrične slike točke P s obzirom na pravce AB, BC, CD i DA. Dokažite da površina četverokuta $KLMN$ ne ovisi o izboru točke P.

4. (7 b) Dana je kocka $ABCDA'B'C'D'$ brida duljine a. Neka je P polovište brida $\overline{DD'}$. Ravnina $DBB'D'$ dijeli četverostranu piramidu $AA'PDC$ na dva dijela. Odredite volumen manjeg od njih.

Okrenite list!

5. $(5 + 5 + 3 + 4 = 17 \text{ b})$

(a) Bez primjene adicijskih formula izračunajte sinus kuta od $75°$.

(b) i. Kako se naziva četverokut kome se može upisati kružnica, a kako četverokut kome se može opisati kružnica?

ii. Ako je $ABCD$ četverokut kome se može upisati kružnica sa središtem O, dokažite da je zbroj površina trokuta ABO i CDO jednak polovini površine četverokuta $ABCD$.

iii. Neka je $ABCD$ četverokut kome se može opisati kružnica te neka je S sjecište njegovih dijagonala. Dokažite da su trokuti ASD i BSC slični.

(c) Zadana je točka O. Ako je f rotacija oko O za kut α, a g centralna simetrija u odnosu na točku O, koje su izometrije njihove kompozicije $f \circ f$, $g \circ g$ i $f \circ g$?

(d) i. Navedite sve međusobne položaje pravca i ravnine. Kada kažemo da je pravac okomit na ravninu?

ii. Kažemo da je konveksni poliedar pravilan ako su mu sve strane sukladni pravilni n-terokuti, a u svakom se vrhu sastaje jednako mnogo (m) bridova. Jedan od pravilnih poliedara je pravilni heksaedar. Za pravilni heksaedar provjerite Eulerovu formulu te navedite pripadne m i n.