

1	2	3	4	5	$\Sigma$

Ime i prezime, JMBAG: \_\_\_\_\_

## ELEMENTARNA GEOMETRIJA

prvi kolokvij - 28. studenoga 2022.

**Napomene:** Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora. **Svaki zadatak rješavajte na zasebnom listu!** Peti zadatak (teorijski) možete rješavati i na ovom papiru. Ovaj papir obavezno predajte uz svoj test.

1. (7 b) Duljine stranica jednakokračnog trokuta  $ABC$  su  $|AB| = 18$  i  $|BC| = |CA| = 15$ . Za točke  $D$  i  $E$  na stranicama  $\overline{BC}$  i  $\overline{CA}$  vrijedi  $|BD|:|DC| = 2:1$  i  $|CE|:|EA| = 2:1$ . Dužina  $\overline{DE}$  siječe visinu iz vrha  $C$  trokuta  $ABC$  u točki  $S$ .

Izračunajte duljinu  $|ES|$ .

2. (7 b) Dane su duljine  $b, c, d$  i  $e$ . Konstruirajte trapez  $ABCD$  u kojem je  $AB \parallel CD$  tako da vrijedi

$$|BC| = b, \quad |CD| = c, \quad |DA| = d, \quad |AC| = e.$$

Napišite opis konstrukcije.

Dokažite da konstruirani lik zadovoljava tražena svojstva. U kojim slučajevima nije moguće provesti konstrukciju? Koliko najviše može biti rješenja (nesukladnih)?

3. (3+4 = 7 b) Dan je pravokutnik  $ABCD$  sa stranicama duljina  $|AB| = 4$  i  $|AD| = 1$ . Točka  $E$  se nalazi na stranici  $\overline{AB}$ , bliže točki  $B$  nego točki  $A$ . Točka  $F$  se nalazi na stranici  $\overline{CD}$ , bliže točki  $D$  nego točki  $C$ . Poznato je da vrijedi  $\sphericalangle AEF \cong \sphericalangle CEB$ .

Dokažite:

(a) ako vrijedi  $\sphericalangle AFD \cong \sphericalangle EFC$ , onda je  $|AF| + |FE| + |EC| = 5$ ;

(b) ako vrijedi  $|AF| + |FE| + |EC| = 5$ , onda je  $\sphericalangle AFD \cong \sphericalangle EFC$ .

4. (7 b) Na dužini  $\overline{AC}$  nalazi se točka  $B$ . Neka su  $D$  i  $E$  točke takve da vrijedi  $AD \parallel BE$  i  $BD \parallel CE$ . Točka  $P$  je polovište dužine  $\overline{AC}$ . Dokažite da za površine trokuta  $DEP$ ,  $ABD$  i  $BCE$  vrijedi

$$P(DEP) = \frac{1}{2}(P(ABD) + P(BCE)).$$

*Uputa: Promatrane površine zamijenite površinama trokuta s istom osnovicom. Odredite vezu između udaljenosti točaka  $A, C$  i  $P$  od pravca  $DE$ .*

*Okrenite list!*

5. (17 b)

(a) (5+2) Dokažite da zbroj mjera unutarnjih kutova svakog trokuta iznosi  $180^\circ$ .

Napišite sve tvrdnje na koje se u dokazu pozivate. Ne trebate ih dokazivati.

Koristeći taj teorem, odredite mjeru unutarnjeg kuta pravilnog mnogokuta koji ima 45 vrhova. Ako koristite neke dodatne formule, objasnite kako se do njih dolazi.

(b) (2) Neka je  $ABC$  trokut sa stranicama duljina  $a, b, c$  te kutovima mjera  $\alpha, \beta, \gamma$ . Koje uvjete treba zadovoljavati drugi trokut  $A_1B_1C_1$  da bismo po SSK<sup>></sup> poučku mogli zaključiti da je  $A_1B_1C_1 \sim ABC$  ?

(c) (1+5) Iskažite i dokažite teorem o nejednakosti trokuta.

(d) (2) Romb ima stranice duljine  $a = 25$  i jednu dijagonalu duljine  $d = 14$ . Izračunajte površinu tog romba.