

Ime, prezime i JMBAG: _____

ELEMENTARNA GEOMETRIJA

popravni kolokvij - 4. ožujka 2021.

Napomene: Vrijeme rješavanja je 150 minuta.

Nije dozvoljeno korištenje nikakvih pomagala osim geometrijskog pribora.

Teorijski dio rješavajte na ovim papirima, a ostale zadatke svaki na zasebnom listu.

Obavezno napišite svoje ime, prezime i JMBAG na svaki list papira koji predate.

T1. (5 b) Uredno nacrtajte koristeći geometrijski pribor (nije potrebno konstruirati):

- (a) jedan raznostranični šiljastokutni trokut i njegovo težište,
- (b) jedan raznostranični tupokutni trokut i njegov ortocentar,
- (c) jedan raznostranični pravokutni trokut i njegov Eulerov pravac.

Iskažite teorem o Eulerovom pravcu.

T2. (6 b) Definirajte tangencijalni četverokut.

Navedite jednu karakterizaciju tangencijalnog četverokuta.

Napomena: Karakterizacija mora sadržavati izraz "ako i samo ako".

Dopunite nazivima različitih vrsta paralelograma:

_____ je nužno tangencijalan, a ne mora biti tetivan četverokut.

_____ je uvijek tetivan, a ne mora biti tangencijalan četverokut.

_____ je tetivno–tangencijalni četverokut.

T3. (7 b) Dokažite tvrdnju Euklidovog teorema koja povezuje duljinu visine na hipotenuzu pravokutnog trokuta s duljinama dužina na koje nožište te visine dijeli hipotenuzu.

Ime, prezime i JMBAG: _____

T4. (3 b) Primjenom teorema o kosinusu na jednakostraničan trokut izračunajte $\cos 60^\circ$.

T5. (3 b) Definirajte pojam *ortogonalna projekcija točke na ravninu*.

Što je ortogonalna projekcija pravca na ravninu? Ovisi li to o njihovom međusobnom odnosu?

T6. (10 b)

Definirajte centralnu simetriju ravnine.

Definirajte izometriju ravnine.

Dokažite da je centralna simetrija izometrija ravnine.

Zadatke koji slijede rješavajte na zasebnim papirima.

1. (10 b) Zadan je pravokutan trokut čija je hipotenuza duljine 25, a duljina jedne katete 24. Izračunajte udaljenost između središta upisane i središta opisane kružnice tog trokuta.
2. (12 b) Zadan je kvadrat $ABCD$ stranice duljine a . Neka je P točka u ravnini tog kvadrata takva da je $\sphericalangle PAB = \sphericalangle PBA = 75^\circ$, a točke C , D i P su s iste strane pravca AB . Izračunajte udaljenost $|PC|$ i veličinu kuta $\sphericalangle CPD$.
3. (12 b) Neka je $ABCDE$ peterokut upisan u kružnicu k (tetivni peterokut). U njegovim vrhovima povučene su tangente na kružnicu k . Sjecišta tangenata u susjednim vrhovima određuju novi peterokut $A_1B_1C_1D_1E_1$ čiji se kutovi odnose kao

$$\alpha_1 : \beta_1 : \gamma_1 : \delta_1 : \varepsilon_1 = 6 : 6 : 7 : 3 : 8.$$

Odredite mjere kutova peterokuta $ABCDE$.

4. (10 b) Dvije kružnice k_1 i k_2 diraju se izvana u točki D . Pravac prolazi točkom D te siječe kružnicu k_1 još u točki A , a kružnicu k_2 u B . U točki A povučena je tangenta t_1 na kružnicu k_1 , a u točki B tangenta t_2 na kružnicu k_2 . Dokažite da su pravci t_1 i t_2 paralelni.
5. (12 b) Dan je uspravni valjak s osnovkama B_1 i B_2 čiji je osni presjek kvadrat stranice duljine 12. Uočimo dva stošca: stožac s osnovkom B_1 i vrhom u središtu druge osnovke valjka, te stožac s osnovkom B_2 i vrhom u središtu valjka. Odredite volumen tijela koje nastaje presjekom tih dvaju stožaca.