

# Teme za diplomske radove za ak. godinu 2024/2025

PMF–Matematički odsjek

## Popis tema

Adamović Dražen: Tenzorske algebre i primjene	1
Antonić Nenad, Novak Andrej: Primjena inačice Cahn-Hilliardove jednadžbe na uslikavanje digitalnih slika	2
Arambašić Ljiljana: Kompleksni brojevi i geometrija	3
Basrak Bojan: Propp-Wilsonov algoritam egzaktne simulacije	4
Basrak Bojan: Statistička analiza kandidata za upis na PMF-Matematičkom odsjeku	5
Bašić Matija: Geometrijski ekstremi	6
Bombardelli Mea: Trigonometrijski identiteti	7
Bosner Nela: Algoritmi roja čestica	8
Bosner Nela: Brza metoda za rješavanje diskretizirane 2D Poissonove jednadžbe pomoću FFT-a	9
Bosner Nela: Računanje i analiza matrice eksponencijalne funkcije	10
Bosner Nela: Računanje i analiza matrice logaritamske funkcije	11
Bošnjak Barbara: Apstraktni sustavi korijena	12
Brückler Franka Miriam: Simetrija u matematici i likovnoj umjetnosti kroz povijest	13
Bujanović Zvonimir: Prijenos stila slike korištenjem dubokog učenja	14
Bujanović Zvonimir: Razvoj web-aplikacija pomoću Next.js	15
Bujanović Zvonimir: WebAssembly: web-aplikacije visokih performansi	16
Čačić Vedran: Veliki kardinalni brojevi	17
Čačić Vedran: Nepotpunost teorije nasljedno konačnih skupova	18
Čižmešija Aleksandra: Tetivni mnogokuti	19

Čižmešija Aleksandra: Izgradnja računске operacije dijeljenja razlomaka u nastavi matematike u osnovnoj školi	20
Čižmešija Aleksandra: Komparativna analiza izgradnje koncepta razlomka u hrvatskom i singapurskom matematičkom kurikulumu	22
Čižmešija Aleksandra: Učenje i poučavanje matematičkog modeliranja	23
Drmač Zlatko: Jezgrene metode u strojnom učenju	25
Drmač Zlatko: Prepoznavanje akcije u video zapisu ili na slici pomoću tenzorskih dekompozicija	26
Dujella Andrej: Polinomijalni AKS algoritam za dokazivanje prostosti	27
Dujella Andrej: Primjena paradoksa rođendana u kriptanalizi	28
Dujella Andrej: Hillova šifra	29
Erceg Marko: Primjene kvadratičnog programiranja u optimizaciji prinosa i rizika	30
Erceg Marko: Optimizacija oblika za eliptičke parcijalne diferencijalne jednadžbe	31
Erceg Marko: Optimizacija portfelja s kombinatornim ograničenjima korištenjem cjelobrojnog programiranja	32
Franušić Zrinka: Baricentrične koordinate	33
Franušić Zrinka: Kvaternioni	34
Franušić Zrinka: Pozitivno definitne matrice	35
Franušić Zrinka: QR faktorizacija	36
Gogić Ilja: Homogene $C^*$ -algebre	37
Gogić Ilja: Spektralno ograničeni operatori	38
Goldstein Pavle: Analiza proteinskih familija	39
Goldstein Pavle: Geometrijske tehnike za analizu podataka	40
Goldstein Pavle: Optimizacija skrivenih Markovljevih modela	41
Horvat Marko: Sinteza programa za računanje s realnim brojevima	42
Horvat Marko: Kompajler za funkcijski programski jezik s parcijalnom aplikacijom	44
Horvat Marko: Diferencijalna privatnost u društvenim mrežama	45
Horvat Marko: Algoritamska slučajnost	46
Huzak Miljenko: Informacijska geometrija	47

Huzak Miljenko: Analiza čimbenika rizika na doživljenje u kliničkim studijama	48
Huzak Miljenko: Ispitivanje osjetljivosti pouzdanih intervala za omjere sredina na odstupanja od normalnosti	49
Igaly Goran: ASP.NET Core i izrada web aplikacije korištenjem okvira ASP.NET Core MVC	50
Igaly Goran: Obrada terenskih fotografija za analizu obojenja gušterica <i>Podarcis siculus</i> i <i>Podarcis melisellensis</i>	51
Igaly Goran: Kviz kao metodički alat u nastavi matematike i infomatike	52
Ilišević Dijana: Mazur-Ulamov teorem	53
Iljazović Zvonko: Uređeni skupovi	54
Iljazović Zvonko: Razni aspekti konvergencije redova	55
Jazbec Anamarija: Analiza polimorfizama za progesteronski receptor na pojavnost idiopatskog prijevremenog poroda klasifikacijskim stablom i logističkom regresijom	56
Jurak Mladen: Ubrzanje metode konačnih diferencija CUDA paralelizacijom	57
Jurak Mladen: Mrežno programiranje s Qt6 bibliotekom	59
Kamčev Nina, Dražić Goran: Analiza licitacija u igri bridž	60
Kamčev Nina: Model preferencijalnog povezivanja	61
Kamčev Nina: Točno uzorkovanje slučajnih regularnih grafova	62
Kazalicki Matija: Groverov algoritam i primjene	63
Kazalicki Matija: Kvantni kodovi za ispravljanje grešaka	64
Kovač Vjekoslav: Maksimalna lema Christa i Kiseleva	65
Kozić Slaven: Reprzentacije prostih Liejevih algebri	66
Kunštek Petar: Gradijentne metode i uvjeti optimalnosti u teoriji upravljanja	67
Kunštek Petar: Metoda prosječnog stohastičkog gradijenta i primjene	68
Kunštek Petar: Optimizacija oblika za eliptičke sustave	69
Lazić Petra: Proces rađanja i umiranja s primjenama	70
Lubura Strunjak Snježana: Linearni modeli mješovitih efekata: analiza podataka s ponovljenim mjerenjima	71
Lubura Strunjak Snježana: Bayesovski linearni i generalizirani linearni modeli – primjena u društvenim znanostima	72

Ljulj Matko: Funkcijske jednadžbe na matematičkim natjecanjima	73
Ljulj Matko: Svojstveni problem za model elastične žice	74
Manger Robert, Klobučar Barišić Ana: Razvoj RESTful API-ja u okruženju Ruby on Rails	75
Manger Robert, Klobučar Barišić Ana: Sustav za upravljanje bazom podataka Microsoft SQL Server	76
Manger Robert, Klobučar Barišić Ana: Pohlepni algoritmi za traženje maksimalnog težinskog nezavisnog skupa	77
Mihelčić Matej: Distribuirani CLUS-RM	78
Mihelčić Matej: Ulmanov algoritam za rješavanje problema izomorfizama podgrafova	79
Mihelčić Matej: aMUSEd: model za generiranje slike iz teksta	80
Mihelčić Matej: JHipster	81
Milin Šipuš Željka: Grupe ornamentata	82
Mrazović Rudi: Vezna perkolacija na kvadratnoj rešetci	83
Mrazović Rudi: Vremena miješanja	84
Najman Filip: Sigurno računanje među više sudionika	85
Najman Filip: Teorija igara i kriptografija	86
Nakić Ivica: Nelinearno upravljanje linearnim sustavima	87
Orel Ognjen: Metode za pronalazak znanja iz podataka u grafovskim bazama podataka	88
Orel Ognjen: Primjena matematičkih metoda u poslovnoj inteligenciji	89
Orel Ognjen: Detekcija anomalija u skupovima podataka	90
Pejković Tomislav: Djeljivost u rekurzivno zadanim nizovima	91
Pezer Martina, Planinić Hrvoje: Društveno-ekonomski čimbenici kvalitete života starijih osoba	92
Pezer Martina, Wagner Vanja: Rasprostranjenost i moguće odrednice neprijavljenog rada	93
Pezer Martina, Wagner Vanja: Analiza adekvatnosti potpora za djecu u smanjenju rizika od siromaštva	94
Pezer Martina, Planinić Hrvoje: Analiza koruptivnog rizika u javnoj nabavi	95
Planinić Hrvoje: Točkovni procesi na linearnim mrežama i primjene	96
Planinić Hrvoje: Skriveni Markovljevi modeli i primjene	97

Prlić Ana: Matrične dekompozicije	98
Prlić Ana: Metoda najmanjih kvadrata	99
Radulović Marko: Matematičko modeliranje zaraznih bolesti	100
Radulović Marko: Optimizacija portfelja	101
Radulović Marko: Statistički modeli financijskih tržišta	102
Radulović Marko: Modeliranje kreditnog rizika	103
Radunović Goran: Fraktalna svojstva grafova nigdje diferencijabilnih funkcija	104
Resman Maja: Ergodička teorija i primjene u dinamičkim sustavima	105
Sandrić Nikola: Harmonijska analiza i slučajni procesi	106
Sandrić Nikola: SARIMA modeli i njihova primjena	107
Slijepčević Siniša: Regresijska stabla odluke i primjena u osiguranju	108
Slijepčević Siniša: Modeli slučajnih šuma i primjena u osiguranju	109
Slijepčević Siniša: Višeparametarska linearna regresija i utjecaj bacanja novčića na sreću u životu	110
Šain Glibić Ivana: Eulerova metoda za numeričko rješavanje stohastičkih diferencijalnih jednadžbi	111
Šain Glibić Ivana: Neparаметарski algoritmi strojnog učenja	112
Šiftar Juraj: Desarguesov teorem i kombinatoričke strukture	113
Šimić Goran, Lubura Strunjak Snježana: Povećana propusnost krvno-moždane barijere i nakupljanje metala u Alzheimerovoj bolesti: analiza omjera metala u likvoru/plazmi i povezanih proteina i neuropsiholoških markerâ	114
Varošanec Sanja: Baricentrične koordinate u kompleksnoj ravnini	116
Varošanec Sanja: Opisana kružnica trokuta i konstruktivni problemi	117
Varošanec Sanja: Presjeci tijela u kosoj projekciji	118
Vrdoljak Marko: Optimizacija portfelja uz regularizaciju 1-normom	119
Vrdoljak Marko: Mjere rizika i optimizacija	120
Wagner Vanja: Numeričke metode za rješavanje stohastičkih diferencijalnih jednadžbi	121
Wagner Vanja: Gaussovski procesi	122
Wagner Vanja, Tafro Azra: Primjena kopula u modeliranju rizika	123

**Mentor:** Adamović Dražen

## Tenzorske algebre i primjene

**Područje:** Algebra

**Prikladno za studij:** svi studiji (osim Biomedicinske matematike)

**Preduvjeti:** Poželjno je predznanje iz algebarskih kolegija

**Naslov na engleskom:** Tensor algebras and applications

**Opis teme:** U diplomskom radu proučavale bi se algebarske strukture usko vezane s tenzorskim produktom vektorskih prostora i modula. Naglasak će biti dan na strukturnu teoriju tenzorske algebre, te na vanjsku i simetričnu algebru. Ovisno o afinitetu studenata, proučavale bi se i primjene ovih algebri u teoriji reprezentacija.

**Literatura:**

W. H. Greub, *Multilinear algebra*, Springer, 1967.

S. Lang, *Algebra*, Springer, 2002.

**Mentor:** Antonić Nenad

**Suvoditelj:** Novak Andrej

## Primjena inačice Cahn-Hilliardove jednadžbe na uslikavanje digitalnih slika

**Područje:** primijenjena matematika

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Od kandidata se očekuje poznavanje klasične teorije parcijalnih diferencijalnih jednadžbi kao i entuzijazam prema programiranju i numeričkim simulacijama.

**Naslov na engleskom:** Application of a variant to Cahn-Hilliard equation on imprinting of binary images

**Opis teme:** Predložena tema se bavi istraživanjem matematičkih i numeričkih rješenja za klasu nelinearnih klasifikatora *Shock Filter Cahn-Hilliardove jednadžbe* (SFCHE) s primjenom na uslikavanje digitalnih slika. Cilj rada je dvojak: kao prvo, pružiti strogu matematičku osnovu temeljenu na teoremu o fiksnoj točki i regulariziranim rješenjima; a kao drugo, analizirati i testirati performanse različitih nelinearnih klasifikatora unutar okvira rekonstrukcije binarnih slika.

SFCHE je proširenje klasične Cahn-Hilliardove jednadžbe, a spaja difuzijske procese s nelinearnim morfološkim filtrima za poboljšanje slika. Ovaj pristup posebno je učinkovit u rekonstrukciji oštih rubova tijekom procesa uslikavanja slika, pri čemu izbor klasifikatora koji upravlja nelinearnim članom značajno utječe na kvalitetu rekonstruirane slike.

### Literatura:

- A. Bertozzi, S. Esedoglu, A. Gillette: Inpainting of binary images using the Cahn-Hilliard equation, *IEEE Transactions on Image Processing* 16 (2006) 285–291.
- A. Bertozzi, S. Esedoglu, A. Gillette: Analysis of a two-scale Cahn-Hilliard model for binary image inpainting, *Multiscale Modeling & Simulation* 6 (2007) 913–936.
- L. Cherfils, F. Hussein, A. Miranville: On the Bertozzi-Esedoglu-Gillette-Cahn-Hilliard equation with logarithmic nonlinear terms, *SIAM J. Imaging Sci.* 8 (2015) 1123–1140.
- A. Novak, N. Reinić: Shock filter as the classifier for image inpainting problem using the Cahn-Hilliard equation, *Comp. & Math. App.* 123 (2022) 105–114.
- S. Osher, L.I. Rudin: Feature-oriented image enhancement using shock filters, *SIAM J. Num. Anal.* 27 (1990) 919–940.

**Mentor:** Arambašić Ljiljana

## Kompleksni brojevi i geometrija

**Područje:** Geometrija

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preuvjeti:** Nema

**Naslov na engleskom:** Complex numbers and geometry

**Opis teme:** U ovom radu proučavamo kako se kompleksni brojevi mogu koristiti za rješavanje i razumijevanje geometrijskih problema kroz transformacije, konstrukcije i analize geometrijskih likova.

**Literatura:**

T. Andreescu, D. Andrica, Complex numbers from A to...Z, Boston; Basel; Berlin : Birkhaeuser Verlag, 2006.

L.-S Hahn, Complex Numbers and Geometry, Washington : The Mathematical Association of America, 1994.

**Mentor:** Basrak Bojan

## Propp-Wilsonov algoritam egzaktne simulacije

**Područje:** Vjerojatnost i statistika

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Propp-Wilson exact sampling algorithm

**Opis teme:** Koristeći ideju sparivanja, Propp i Wilson su 1996. godine predložili algoritam egzaktne simulacije iz zadane razdiobe na konačnom skupu stanja. Za razliku od standardnih metoda simulacija stacionarne razdiobe Markovljevih lanaca, ovaj algoritam, krećući iz prošlosti, simulira nekoliko Markovljevih lanaca istovremeno sve dok ne postigne sparivanje. Algoritam se danas široko koristi, posebno u statističkoj mehanici. Cilj rada je detaljno prikazati sam algoritam i njegovu teorijsku pozadinu, te pokazati kako funkcionira kroz simulacijske studije.

### Literatura:

Haggstrom, O. (2002) *Finite Markov Chains and Algorithmic Applications*. Cambridge University Press.

Propp, J.G. i Wilson, D.B., (1996) Exact sampling with coupled Markov chains and applications to statistical mechanics. *Random Structures & Algorithms*, 9, 223–252.

**Mentor:** Basrak Bojan

## Statistička analiza kandidata za upis na PMF-Matematičkom odsjeku

**Područje:** Statistika

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** Statistički praktikum 1

**Naslov na engleskom:** Statistical analysis of candidates for admission to the PMF-Mathematics Department

**Opis teme:** Već dulji niz godina, PMF-Matematički odsjek prikuplja podatke o školskim postignućima i drugim karakteristikama kandidata za upis na preddiplomske studije. Cilj diplomskog rada je usporediti podatke o upisima kroz godine te formulirati i provesti statistički test o potencijalnim točkama promjene u ovim podacima. Prilikom statističke analize očekuje se da rad uzme u obzir i fluktuacije u izvedbi mature odn. u demografskim trendovima ukoliko je to moguće. Iako će iz podataka biti uklonjeni osnovni osobni identifikacijski podaci, od potencijalnog studenta se očekuje i iznimna odgovornost u raspolaganju podacima.

**Literatura:**

Findrik, Ž. (2000) Primjena logističke regresije na analizu uspješnosti studiranja. Diplomski rad.

Jerčić V. (2011). Analiza točaka promjene: teorija i primjena. Diplomski rad.

**Mentor:** Bašić Matija

## Geometrijski ekstremi

**Područje:** Elementarna geometrija, Algebra, Metodika nastave matematike

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Geometrical extremes

**Opis teme:** U diplomskom radu će se pristupiti velikoj temi optimizacije kroz geometrijske probleme iz više različitih perspektiva. Neke od tih perspektiva uključuju traženje ekstrema u geometrijskim problemima koristeći geometrijske transformacije, klasične algebarske nejednakosti, modeliranje funkcijama i diferencijalni račun, te manje standardne metode poput parcijalnih varijacija i principa tangente. Ovisno o afinitetima studentice, obradit će se razni klasični problemi poput izoperimetrijskog i Malfattijevog problema, odnosno prikazat će se metode za niz zadataka postavljenih na matematičkim natjecanjima različitih razina. Za neke primjere će se istaknuti didaktički potencijal, te oblikovati nastavne aktivnosti popraćene metodičkim napomenama za primjenu u nastavi matematike.

### Literatura:

Andreescu, Mushkarov, Stoyanov - Geometric Problems on Maxima and Minima, Birkhauser, 2006.

Zadaci s matematičkih natjecanja u Republici Hrvatskoj

Zadaci s Međunarodne matematičke olimpijade <https://www.imo-official.org/problems.aspx>

**Mentor:** Bombardelli Mea

## Trigonometrijski identiteti

**Područje:** geometrija

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Trigonometric identities

**Opis teme:** Tema ovog rada su trigonometrijski identiteti. Prikazat će se raznovrsni dokazi različitih identiteta, s posebnim naglaskom na nestandardne i nealgebarske dokaze. Također se mogu opisati nastavne aktivnosti za učenike.

**Literatura:**  
razni udžbenici i časopisi, internet

**Mentor:** Bosner Nela

## Algoritmi roja čestica

**Područje:** Optimizacija

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Strukture podataka i algoritmi; Programiranje

**Naslov na engleskom:** Particle swarm algorithms

**Opis teme:** Algoritmi roja čestica pripadaju skupini prirodom inspiriranih algoritama, koji su razvijeni upotrebom mehanizama sistema i fenomena iz prirodnog svijeta. Takvi algoritmi su se pokazali kao vrlo uspješni rješavači problema iz raznih područja. Algoritmi koji bi se obradili u ovoj radnji inspirirani su društvenim ponašanjem životinja. Osnovna ideja tog ponašanja da individue mogu učiti iz svog iskustva, ali i iz iskustva ostalih. Zbog toga grupa može riješiti kompleksne zadatke koji su iznad mogućnosti bilo koje individue u grupi, zahvaljujući međusobnoj komunikaciji i koordinaciji. Primjer takvog ponašanja u prirodi je jato ptica ili plova riba. Algoritmi roja čestica koriste informacije kretanja same individue, koja pamti rezultate svog pretraživanja, ali i ostalih članova grupe kroz društvenu komunikaciju. Fokus radnje bit će upravo na takvim algoritmima, a oni su pogodni za rješavanje problema optimizacije. Osim opisa i razrade samih algoritama, na kraju radnje prikazali bi se rezultati obrađenih algoritama na konkretnim primjerima, implementiranim u pogodnom softverskom paketu.

### Literatura:

Anthony Brabazon, Michael O'Neill, Seán McGarraghy, "Natural Computing Algorithms", Natural Computing Series, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2015.

**Mentor:** Bosner Nela

## Brza metoda za rješavanje diskretizirane 2D Poissonove jednačbe pomoću FFT-a

**Područje:** Numeričko rješavanje diferencijalnih jednačbi; numerička linearna algebra

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Numerička analiza 2; Znanstveno računanje 2; Numeričke metode financijske matematike

**Naslov na engleskom:** A fast FFT based solver for discretized 2D Poisson equation

**Opis teme:** Diskretizacijom 2D Poissonove jednačbe pomoću konačnih diferencija dobiva se sustav linearnih jednačbi često velikih dimenzija. Matrica dobivenog sustava ima posebnu strukturu, a njena svojstva su prilično dobro istražena. Postoji nekoliko vrsta metoda koje takav sustav mogu riješiti brzo i efikasno, poput iterativnih metoda i multigrida. No, u ovom radu obradila bi se metoda bazirana na dijagonalizaciji (spektralnoj dekompoziciji) i brzom Fourierovom transformaciji (FFT). FFT je rekurzivna tehnika za računanje diskretne Fourierove transformacije sa reduciranom složenosti, koja rezultira rješavačem linearog sustava složenosti  $O(n \log(n))$ , gdje je  $n$  dimenzija sustava. Obzirom da se matrica sustava diskretizirane Poissonove jednačbe može zapisati preko Kroneckerovog produkta, ovaj pristup iskorištava taj oblik i radi samo sa matricama dimenzije  $n^{\frac{1}{2}}$ . U radnji bi se predstavila neka osnovna svojstva Kroneckerovog produkta. Jedan od faktora tog produkta koji čini matricu sustava, ima poznati i poseban oblik spektralne dekompozicije, pri čemu matrica svojstvenih vektora sadrži trigonometrijske elemente na koje se može primijeniti diskretna Fourierova transformacija. Na posljetku, povezivanje Kroneckerovog produkta, spektralne dekompozicije jednog njegovog faktora, i FFT-a dobivamo efikasan rekurzivni algoritam. Na kraju rada, algoritam bi se ilustrirao na konkretnim primjerima, izrađenima u MATLAB-u ili nekom višem programskom jeziku.

### Literatura:

T. Lyche, "Numerical Linear Algebra and Matrix Factorizations", Springer, Cham, 2020.

J. Demmel, "Applied numerical linear algebra", SIAM, Philadelphia, 1997.

R. A. Horn, C. R. Johnson, "Topics in matrix analysis", Cambridge University Press, Cambridge, 1991.

**Mentor:** Bosner Nela

## Računanje i analiza matrične eksponencijalne funkcije

**Područje:** Numerička linearna algebra; Numerička analiza; Matematička analiza;

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, ili Numeričke metode financijske matematike, ili Pratikum iz numeričkih metoda u statistici

**Naslov na engleskom:** Computing and analysis of matrix exponential

**Opis teme:** Funkcije matrica se danas naširoko primjenjuju u znanosti i tehnici. Matrična eksponencijalna funkcija ima ključnu ulogu kod rješavanja diferencijalnih jednadžbi, a i kod metoda za uvjetnu optimizaciju na Stiefelovoj mnogostrukosti koja se sastoji od ortogonalnih matrica. Tema uključuje teoriju matrica, numeričku analizu, teoriju aproksimacija i razvoj algoritama. Ova radnja bi najprije obuhvatila teoriju matričnih funkcija, a zatim bi prikazala osnovna svojstva matrične eksponencijalne funkcije zajedno sa uvidom u osjetljivost rješavanja ovog problema koja se bazira na Fréchetovoj derivaciji. Osim toga, predstavilo bi se nekoliko numeričkih metoda za računanje funkcije koje imaju dokazanu praktičnu vrijednost. Jedna od tih metoda, je implementirana u MATLAB-u i u širokoj je upotrebi. Za prikazane numeričke algoritme također bi se napravila analiza točnosti, stabilnosti i složenosti. Na kraju rada, algoritmi bi se ilustrirali na konkretnim primjerima, izrađenima u MATLAB-u ili nekom višem programskom jeziku.

### Literatura:

N. J. Higham, *Functions of Matrices: Theory and Computation*, Philadelphia, SIAM., 2008.

G. H. Golub and C. F. van Loan, *Matrix Computations, Third Edition*, M. D. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.

R. A. Horn and C. R. Johnson, *Topics in Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1991.

**Mentor:** Bosner Nela

## Računanje i analiza matrice logaritamske funkcije

**Područje:** Numerička linearna algebra; Numerička analiza; Matematička analiza;

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Poželjno znanje iz kolegija Numerička analiza 1 i 2, ili Numeričke metode financijske matematike, ili Pratikum iz numeričkih metoda u statistici

**Naslov na engleskom:** Computing and analysis of matrix logarithm

**Opis teme:** Funkcije matrica se danas naširoko primijenjuju u znanosti i tehnici. Važnost matrice logaritamske funkcije može se pripisati tome što je ona inverzna funkcija matrice eksponencijalne funkcije, ključne funkcije kod rješavanja diferencijalnih jednačina. Logaritam od  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  je bilo koja matrica  $X$  takva da je  $e^X = A$ . Ako pretpostavimo da  $A$  nema svojstvene vrijednosti u  $\mathbb{R}^-$  tada "log" uvijek označava glavnu granu logaritma, koji je predstavlja jedinstveni matricni logaritam čije spektral leži u traci  $\{z : -\pi < \text{Im}(z) < \pi\}$ . Tema uključuje teoriju matrica, numeričku analizu, teoriju aproksimacija i razvoj algoritama. Ova radnja bi najprije obuhvatila teoriju matricnih funkcija, a zatim bi prikazala osnovna svojstva matrice logaritamske funkcije zajedno sa uvidom u osjetljivost rješavanja ovog problema koja se bazira na Fréchetovoj derivaciji. Osim toga, predstavilo bi se nekoliko numeričkih metoda za računanje funkcije, te istražila neka njihova svojstva. Za prikazane numeričke algoritme također bi se napravila analiza točnosti, stabilnosti i složenosti. Na kraju rada, algoritmi bi se ilustrirali na konkretnim primjerima, izrađenima u MATLAB-u ili nekom višem programskom jeziku.

### Literatura:

N. J. Higham, *Functions of Matrices: Theory and Computation*, Philadelphia, SIAM., 2008.

G. H. Golub and C. F. van Loan, *Matrix Computations, Third Edition*, M. D. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1996.

R. A. Horn and C. R. Johnson, *Topics in Matrix Analysis*, Cambridge University Press, 1991.

**Mentor:** Bošnjak Barbara

## Apstraktni sustavi korijena

**Područje:** Algebra

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Abstract root systems

**Opis teme:** U ovom diplomskom radu proučavat će se apstraktni sustavi korijeni. Kao glavni teorem u radu, obradit će se klasifikacija nerastavljivih sustava korijena, preko Dynkinovih dijagrama.

**Literatura:**

Victor Kac, *Intorduction to Lie Algebras - lecture notes*, [https://math.mit.edu/classes/18.745/Notes/Lecture\\_18\\_Notes.pdf](https://math.mit.edu/classes/18.745/Notes/Lecture_18_Notes.pdf)

Brian Hall, *Lie Groups, Lie Algebras, and Representations: An Elementary Introduction*, AMS Graduate Texts in Mathematics, 2015.

**Mentor:** Brückler Franka Miriam

## Simetrija u matematici i likovnoj umjetnosti kroz povijest

**Područje:** povijest matematike; metodika nastave matematike; popularizacija matematike

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** Povijest matematike

**Naslov na engleskom:** Symmetry in mathematics and visual arts through history

**Opis teme:** Dobro je poznato da je jedna od poveznica između matematike i likovnih umjetnosti koncept simetrije. U ovom će se radu opisati povijesne paralele i međutjecaji pojma simetrije u matematici i umjetnosti, a posebna pozornost obratit će se na mogućnosti korištenja tih poveznica u nastavi. Prateći povijesne pristupe i primjere simetrija u umjetnosti, od prapovijesti do modernog doba, vidjet ćemo kako ih danas matematički opisujemo, ali i kako su utjecali na razvoj matematičkog pojma simetrije.

### Literatura:

Brückler, F. M., Stilinović, V. From Friezes to Quasicrystals: A History of Symmetry Groups. U: B. Sriraman (ur.), Handbook of the History and Philosophy of Mathematical Practice (str. 1823-1863). Cham: Springer, 2024.

Grünbaum, B., Grünbaum, Z. Symmetry in Moorish and Other Ornaments. Comp. & Maths. with Appls., 12B (3/4) 641–653. 1986.

Jablan S. V. Symmetry, Ornament and Modularity. Singapore: World Scientific Publishing, 2002.

Pedoe, D. Geometry and the Visual Arts. Dover Publ., 1983.

Selzer, M.I. The History of the Concept of Symmetry (second edition). U: The Symmetry Norm and the Asymmetric Universe, KeepAheadPress, 2016.

Stewart, I. Why Beauty is Truth – the History of Symmetry. Basic Books, 2007.

Walser, H. Symmetry. Providence, R.I.: The Mathematical Association of America, 2000.

Weyl, H. Simmetrija [Symmetry]. Moskva: Nauka, 1968.

**Mentor:** Bujanović Zvonimir

## Prijenos stila slike korištenjem dubokog učenja

**Područje:** Računarstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** poznavanje osnovne teorije i implementacije neuronskih mreža

**Naslov na engleskom:** Image style transfer using deep learning

**Opis teme:** Duboko učenje ima široku primjenu u obradi slike, a jedna od zanimljivih primjena je prijenos stila slike. Cilj prijenosa stila slike je prikazati sadržaj jedne zadane slike korištenjem umjetničkih elemenata druge zadane slike. Postoji nekoliko tehnika dubokog učenja kojima je moguće ostvariti ovaj efekt, na primjer, korištenjem konvolucijskih neuronskih mreža te suparničkih ili transformerskih mreža.

U ovom diplomskom radu student će obraditi matematičku teoriju dubokog učenja potrebnu za implementaciju prijenosa stila slike korištenjem jedne ili više tehnika dubokog učenja. Implementirat će neku od ovih tehnika korištenjem standardnih alata dubokog učenja, poput *TensorFlow*, *Keras* ili *PyTorch*.

### Literatura:

D. Foster: *Generative Deep Learning: Teaching Machines to Paint, Write, Compose, and Play*, O'Reilly Media, 2023.

L. Gatys, A. Ecker, M. Bethge: *A Neural Algorithm of Artistic Style*, <https://arxiv.org/abs/1508.06576>

J. Zhu, T. Park, P. Isola, A. Efros: *Unpaired Image-to-Image Translation using Cycle-Consistent Adversarial Networks*, Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, pp. 2223–2232, 2017, <https://arxiv.org/abs/1703.10593>

Y. Deng et al.: *StyTr2: Image Style Transfer with Transformers*, 2022 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, <https://arxiv.org/abs/2105.14576>

**Mentor:** Bujanović Zvonimir

## Razvoj web-aplikacija pomoću Next.js

**Područje:** Računarstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** poznavanje programskog jezika JavaScript

**Naslov na engleskom:** Developing web-applications with Next.js

**Opis teme:** Jedna od dominantnih tehnologija za razvoj modernih web-aplikacija je React. To je razvojni okvir za JavaScript koji se fokusira na klijentsku stranu aplikacije i izgradnju korisničkih sučelja. U posljednjih par godina, sve veću popularnost doživljava Next.js, nadogradnja React-a koja proširuje njegove funkcionalnosti i na serversku stranu. Za razliku od React-a, Next.js omogućava renderiranje web-stranice i na serverskoj strani, ima ugrađeno jednostavno usmjeravanje, te omogućava stvaranje krajnjih točaka za API pozive. Na taj način Next.js omogućava razvoj kompletnih (engl. *full stack*) web-aplikacija.

Cilj ovog diplomskog rada je opisati razvojni okvir Next.js i demonstrirati njegove mogućnosti izradom odgovarajuće složenije web-aplikacije.

### Literatura:

Dokumentacija razvojnog okvira Next.js, <https://nextjs.org/docs>

Dokumentacija razvojnog okvira React, <https://react.dev/learn>

**Mentor:** Bujanović Zvonimir

## WebAssembly: web-aplikacije visokih performansi

**Područje:** Računarstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** poznavanje programskog jezika JavaScript

**Naslov na engleskom:** WebAssembly: high performance web-applications

**Opis teme:** Moderne web-aplikacije u sve većem broju slučajeva nastoje zamijeniti klasične desktop aplikacije. Od aplikacija za obradu slike i videa, do primjena strojnog učenja i računalnih igara, ova pojava zahtijeva iznimno efikasno izvođenje aplikacija unutar preglednika. Tradicionalno, web-aplikacije se na klijentskoj strani implementiraju u (interpretiranom) programskom jeziku JavaScript koji nije najpogodniji za tu svrhu. Stoga je u zadnjih par godina razvijen standard WebAssembly, binarni instrukcijski format koji se unutar preglednika prevodi u strojni kod i izvršava iznimno efikasno. Paralelno tome, pojavili su se prevoditelji klasičnih programskih jezika poput C-a, C++-a i Rust-a u WebAssembly. Time su omogućene dvije kritične funkcionalnosti: (i) web-aplikacije se unutar preglednika mogu izvršavati na gotovo nativnoj brzini; (ii) velika baza postojećeg efikasnog koda u klasičnim programskim jezicima može se lako koristiti unutar web-aplikacija.

Cilj ovog diplomskog rada je opisati osnovne koncepte programskog jezika Rust, te integraciju koda pisanog u Rust-u u web-aplikacije putem standarda WebAssembly. Poseban naglasak će biti stavljen na dvosmjernu komunikaciju između Rust-a i JavaScript-a, te direktnu manipulaciju elementima web-stranice iz Rust-a. Student će demonstrirati mogućnosti i performanse ove kombinacije izradom odgovarajuće složenije web-aplikacije.

### Literatura:

Rust and WebAssembly, <https://rustwasm.github.io/docs/book/>

Dokumentacija standarda WebAssembly, <https://developer.mozilla.org/en-US/docs/WebAssembly>

Dokumentacija programskog jezika Rust, <https://www.rust-lang.org/>

**Mentor:** Čačić Vedran

## Veliki kardinalni brojevi

**Područje:** Teorija skupova

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Razumijevanje kumulativne hijerarhije

**Naslov na engleskom:** Large cardinal numbers

**Opis teme:** Teorija skupova, implementirana u obliku teorije prvog reda nazvane ZFC, obično se uzima za temelj današnje matematike. Njen model je *kumulativna hijerarhija*, s razinama koje su skupovi indeksirani ordinalnim brojevima. Iako (zbog Gödelovih rezultata) nije moguće konstruirati indeks dovoljno visoke razine da kumulativna hijerarhija do nje tvori model za čitavu teoriju skupova, pokazuje se da svejedno možemo opisati odnosno navesti brojna svojstva i relacije među takvim dovoljno velikim indeksima.

Jedna od važnih primjena teorije skupova proučavanje je kardinalnih brojeva: reprezentanata skupova s obzirom na relaciju ekvipotentnosti, odnosno postojanja bijekcije između skupova. Najjednostavniji način reprezentacije takvih brojeva u teoriji ZFC upravo je kroz posebne, tzv. *inicijalne* ordinalne brojeve, i pokazuje se da su svi ordinalni brojevi iz prethodnog odlomka inicijalni. Zovemo ih *velikim kardinalnim brojevima*. Zbog spomenutih problema s nemogućnošću konstrukcije, često se ZFC proširuje dodatnim aksiomima koji tvrde postojanje velikih kardinalnih brojeva određenog tipa.

Diplomski rad zamišljen je kao pregled osnovnih rezultata iz teorije velikih kardinalnih brojeva, raznih vrsta velikih kardinalnih brojeva koje se obično proučavaju, te odnosa među njima.

### Literatura:

Frank R. Drake, Set Theory: An Introduction to Large Cardinals, Department of Pure Mathematics, The University of Leeds, Volume 76, 1974

Thomas Jech, Set Theory: The Third Millennium Edition, Springer Science & Business Media, 2007

Benedikt Löwe, Large Cardinals, lecture notes, 2022

**Mentor:** Čačić Vedran

## Nepotpunost teorije nasljedno konačnih skupova

**Područje:** Matematička logika, teorija skupova

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Razumijevanje Gödelovih rezultata o nepotpunosti aritmetike

**Naslov na engleskom:** Incompleteness of the theory of hereditarily finite sets

**Opis teme:** Gödelovi teoremi nepotpunosti su svakako među najvažnijim rezultatima matematičke logike, i njihov značaj seže duboko u filozofiju matematike: dokaz jest univerzalno sredstvo utvrđivanja matematičke istine, ali u dovoljno izražajnim teorijama formalni dokaz nikada ne može biti dovoljan za tu svrhu. Konkretno, nika-ko ne može biti dovoljan za utvrđivanje konzistentnosti same teorije.

Nažalost, pojam *dovoljno izražajne* teorije nije sam za sebe dovoljno precizno formuliran: uglavnom se kao kriterij koristi mogućnost provođenja aritmetičkog zaključivanja, jer je to ono što je Gödel originalno koristio. Također, u izvjesnom smislu možemo reći da je PA (Peanova aritmetika) *najjednostavnija* od svih refleksivnih teorija; onih koje dovoljno dobro modeliraju vlastitu metateoriju, uključujući pojam dokaza i konzistentnosti osnovne teorije.

Ipak, baš zbog svoje jednostavnosti, aritmetika nije najprirodniji izbor za refleksiju metateorije... kako su formule nizovi odnosno stabla simbola, pokazuje se da je teorija u kojoj su formiranja takvih struktura osnovnije operacije (umjesto aritmetičkih) bolji izbor za razumijevanje fenomena nepotpunosti. Jedna takva teorija je HF, teorija *nasljedno konačnih* skupova. Diplomski rad je zamišljen kao prezentacija Gödelovih rezultata u potpunosti razvijenih na teoriji HF, izbjegavajući koliko je god moguće neodređenost kodiranja i neesencijalnu upotrebu prirodnih brojeva.

### Literatura:

S. Świerczkowski, Finite sets and Gödel's incompleteness theorems, EuDML, 2003, <https://eudml.org/doc/285944>

**Mentor:** Čižmešija Aleksandra

## Tetivni mnogokuti

**Područje:** euklidska geometrija, metodika nastave matematike

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** Ostvareni ECTS bodovi iz predmeta Metodika nastave matematike 1 i 2.

**Naslov na engleskom:** Cyclic polygons

**Opis teme:** Dobro je poznato da se svakom trokutu može opisati kružnica, no to ne vrijedi za svaki četverokut. Stoga četverokute koji imaju ovo svojstvo, tj. čija sva četiri vrha pripadaju istoj kružnici, odnosno čije su sve stranice tetive iste kružnice nazivamo tetivnim (ili cikličkim) četverokutima. Ova klasa četverokuta ima mnoga zanimljiva svojstva. Primjerice, nasuprotni kutovi su im suplementarni, a algebarska veza duljina njihovih stranica i dijagonala dana je Ptolomejevim teoremom. Čak što-više, ova su svojstva ujedno i karakterizacije tetivnih četverokuta, tj. vrijede i njihovi obrati. U ovom diplomskom radu bit će istražena svojstva ove klase četverokuta, ali i nekih njihovih analogona s više vrhova (npr. tetivnih peterokuta i šesterokuta), kao i svojstva njihove generalizacije, tzv. tetivnih (ili cikličkih) mnogokuta, tj. mnogokuta kojima se može opisati kružnica. Između ostalog, bit će dokazana i eksplicitna formula za površinu takvih konveksnih mnogokuta kao generalizacija poznate Brahmaguptine formule za tetivne četverokute.

### Literatura:

G.W.I.S. Amarasinghe, *A Concise Elementary Proof for the Ptolemy's Theorem*, Global Journal of Advanced Research on Classical and Modern Geometries (GJARCMG) 2(1) (2013), 20–25.

H.S.M. Coxeter, S.L. Greitzer, *Geometry Revisited*, New Mathematical Library, vol. 19. Random House Inc, New York (1967).

P. Dulio, E. Laeng, *Generalization of Heron's and Brahmagupta's equalities to any cyclic polygon*, Aequationes Mathematicae 95 (2021), 941–952.

D.P. Robbins, *Areas of Polygons Inscribed in a Circle*, The American Mathematical Monthly, 102(6) (1995), 523–530.

**Mentor:** Čižmešija Aleksandra

## Izgradnja računске operacije dijeljenja razlomaka u nastavi matematike u osnovnoj školi

**Područje:** metodika nastave matematike

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** Ostvareni ECTS bodovi iz predmeta Metodika nastave matematike 1 i 2.

**Naslov na engleskom:** Constructing fraction division in lower secondary mathematics education

**Opis teme:** Izgradnja koncepta razlomka osobito je važan dio matematičkog kurikula za osnovnu školu budući da razlomci i računске operacije s njima predstavljaju osnovu algebarskog mišljenja i ključni su element za daljnji razvoj i napredovanje učenika u matematici. Zbog svoje kognitivne složenosti, veze s operacijama množenja i oduzimanja, dostupnih različitih procedura za njegovo izvođenje te konceptualno različitih interpretacija u kontekstualiziranim zadacima (mjerno vs. partitivno dijeljenje), operacija dijeljenja razlomaka predstavlja osobiti izazov u poučavanju matematike. Brojna svjetska istraživanja ukazuju da poteškoće u konceptualnom razumijevanju ove operacije nemaju samo učenici, već i njihovi učitelji. Stoga je cilj ovog diplomskog rada matematički (algebarski) fundirati dijeljenje pozitivnih razlomaka te dati pregled dostupne literature vezane uz istraživanja s njime povezanih miskoncepcija. Nakon analize metodičkih pristupa primijenjenih pri izgradnji ove operacije u aktualnim hrvatskim školskim udžbenicima, u radu će biti dan prijedlog metodičkih koraka, postupaka, modela i učeničkih aktivnosti koje pridonose balansiranom razvoju konceptualnog razumijevanja ove računске operacije i proceduralne spretnosti u njenom izvođenju.

### Literatura:

A. Jansen, C. Hohensee, *Examining and elaborating upon the nature of elementary prospective teachers' conceptions of partitive division with fractions*, Journal of Mathematics Teacher Education, 19(6) (2016), 503–522.

H. J. Kang, *Preservice Elementary Teachers' Understanding of Fraction Multiplication and Division in Multiple Contexts*, International Electronic Journal of Elementary Education, 15(2)(2022), 109–121.

M. Y. Lee, *Pre-service teachers' flexibility with referent units in solving a fraction division problem*, Educational Studies in Mathematics, 96(3)(2017), 327–348.

Udžbenici iz matematike za 6. razred osnovne škole, razni izdavači

J. A. Van de Walle, K. S. Karp, J. M. Bay-Williams, *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 7th edition, Allyn & Bacon, 2009.

J. A. Van de Walle, J. M. Bay-Williams, L. H. Lovin, K. S. Karp, *Teaching Student-Centered Mathematics. Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6 - 8*, Pearson, 2018.

**Mentor:** Čižmešija Aleksandra

## Komparativna analiza izgradnje koncepta razlomka u hrvatskom i singapurskom matematičkom kurikulumu

**Područje:** metodika nastave matematike

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** Ostvareni ECTS bodovi iz predmeta Metodika nastave matematike 1 i 2.

**Naslov na engleskom:** Comparative analysis of constructing the concept of fraction in the Croatian and Singaporean mathematics curriculum

**Opis teme:** Singapursko matematičko obrazovanje u cijelom je svijetu prepoznato i priznato po razvijanju zavidnih matematičkih kompetencija svojih učenika, redovito rangiranih na samom vrhu međunarodnih TIMSS i PISA istraživanja. Stoga je uvid u matematički kurikulum i udžbenike ove dalekoistočne zemlje izvrsna podloga za razumijevanje njenog matematičkog uspjeha, ali i inspiracija za unapređenje poučavanja matematike u hrvatskim školama. Dok se prema hrvatskom matematičkom kurikulumu koncept razlomka uvodi tek u petom, a izgradnjom zaključuje u šestom razredu osnovne škole, singapurski matematički kurikulum taj koncept uvodi već u drugom razredu, a onda ga spiralno nadograđuje svake godine do šestog razreda. Ovaj rad će dublje istražiti metodičke korake, modele i postupke kojima se izgrađuje koncept razlomka u singapurskom primarnom obrazovanju, predložiti niz učeničkih aktivnosti prikladnih za inoviranje naše nastavne prakse, te usporediti povezane ishode učenja singapurskog i hrvatskog matematičkog kurikuluma.

### Literatura:

Ministry of Education, Singapore, *Mathematics Syllabus, Primary One to Six*, 2021.

Ministarstvo znanosti i obrazovanja, Republika Hrvatska, *Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije*, 2019.

J. A. Van de Walle, K. S. Karp, J. M. Bay-Williams, *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 7th edition, Allyn & Bacon, 2009.

J. A. Van de Walle, J. M. Bay-Williams, L. H. Lovin, K. S. Karp, *Teaching Student-Centered Mathematics. Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6 - 8*, Pearson, 2018.

**Mentor:** Čižmešija Aleksandra

## Učenje i poučavanje matematičkog modeliranja

**Područje:** metodika nastave matematike

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** Ostvareni ECTS bodovi iz predmeta Metodika nastave matematike 1 i 2.

**Naslov na engleskom:** The learning and teaching of mathematical modelling

**Opis teme:** Tijekom svoje duge povijesti matematika kao disciplina nikada nije bila izolirana od svijeta koji je okružuje, a njena priroda oduvijek je višestruka. Ona je *temeljna znanost* koja se bavi objektima i problemima koje sama generira, ali i *primijenjena znanost* koja adresira probleme i pitanja u drugim disciplinama. Matematika daje i *sustav praktičnih alata i instrumenata* u kulturi i društvu, a stvara i *prostor za estetsko izražavanje i doživljaj*. Konačno, matematika je *obrazovni predmet* koji se realizira u mnoštvu različitih oblika i na različite načine zrcali preostala četiri navedena aspekta. Stoga ne čudi što u srcu svih suvremenih definicija matematičke kompetencije nalazi sposobnost osobe za razvoj, primjenu i interpretaciju matematičkih koncepata, činjenica, postupaka i rasuđivanja potrebnih za rješavanje niza problema u svakodnevnim, a osobito u osobnim, profesionalnim, društvenim i znanstvenim kontekstima. Kako bi se primjenom matematike riješile izvanmatematičke situacije i iz njih proizašli problemi, treba ih prevesti u prikladne matematičke modele. Konstrukcija takvog modela, tzv. *matematičko modeliranje*, sastoji se od predstavljanja glavnih elemenata promatranog konteksta matematičkim objektima te pitanja vezanih uz kontekst matematičkim pitanjima. Daljnji proces sastoji se od traženja odgovora na matematička pitanja te interpretacije tih odgovora u terminima izvornog konteksta. Prema tome, jedna od ključnih zadaća matematike kao nastavnog predmeta u obrazovnom sustavu jest učenike osposobiti za matematičko modeliranje, što implicira potrebu razvoja kompetencija nastavnika matematike za njegovo poučavanje. U ovom diplomskom radu bit će opisan i konkretnim primjerima ilustriran konceptualni i teorijski okvir za opis i edukacijska istraživanja pojma matematičkog modela i procesa modeliranja, definirane i raspravljene s njima povezane učeničke i nastavničke kompetencije te razmotreni izazovi implementacije matematičkog modeliranja u matematičke kurikulume i nastavnu praksu.

### Literatura:

M. Niss, W. Blum, *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*, Routledge, Taylor and Francis Group, London and New York, 2020.

Ministarstvo znanosti i obrazovanja, Republika Hrvatska, *Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije*, 2019.

J. A. Van de Walle, K. S. Karp, J. M. Bay-Williams, *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*, 7th edition, Allyn & Bacon, 2009.

**Mentor:** Drmač Zlatko

## Ježgrene metode u strojnom učenju

**Područje:** Numerička matematika, strojno učenje, znanstveno računanje

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Potrebno je predznanje iz teorije Hilbertovih prostora, teorije matrica i elementi teorije mjere.

**Naslov na engleskom:** Kernel Methods in machine learning

**Opis teme:** Ulaganje podataka u prostor velike dimenzije je važna tehnika metoda strojnog učenja. Podaci  $x, y$  iz originalnog skupa podataka se pogodno odabranom funkcijom  $\Phi$  preslikavaju u Hilbertov prostor  $\mathcal{H}$  u kojem je skalarni produkt  $(\Phi(x), \Phi(y)) = k(x, y)$ , gdje je  $k(\cdot, \cdot)$  tzv. jezgra. U primjenama je  $\mathcal{H}$  ogromne dimenzije (uključujući beskonačnu), tako da se sve operacije konkretnog algoritma moraju izvesti u terminima jezgre - to je tzv. ježgrena trik.

U ovoj radnji će biti proučavane pozitivno definitne jezgre i njihova primjena na odabrane metode strojnog učenja. Potrebno je predznanje iz teorije Hilbertovih prostora, teorije matrica i elementi teorije mjere.

Za praktični dio je nužna vještina programiranja (Matlab ili Python). Sve proučavane metode će biti testirane na primjerima iz realnih aplikacija. Otvorena je mogućnost istraživačkog rada na ovoj temi.

### Literatura:

1. J. Suzuki, Kernel methods for machine learning with Math and Python, Springer 2022.
2. G. Patane, An introduction to Laplacian spectral distance and kernels, Springer 2022.
3. Odabrana literatura iz metoda strojnog učenja.

**Mentor:** Drmač Zlatko

## Prepoznavanje akcije u video zapisu ili na slici pomoću tenzorskih dekompozicija

**Područje:** Umjetna inteligencija, strojno učenje, znanstveno računanje, numerička matematika

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Teorija matrica, multilinearna algebra, znanstveno računanje, primijenjena matematika

**Naslov na engleskom:** Tensor decompositions for action recognition in videos and images

**Opis teme:** Prepoznavanje akcije u video zapisu ili na slici spada u probleme računalnog vida kao dijela umjetne inteligencije. Za učitani kratki video zapis, algoritam treba prepoznati sadržaj, tj. izvijestiti o kojoj od ranije naučenih radnji/akcija se radi. Primjene uključuju npr. autonomna vozila, video nadzor/sigurnosne kamere. U odnosu na probleme prepoznavanja znakova ili lica na slici (koja je reprezentirana matricom), prepoznavanje akcije ima i vremensku komponentu, tako da je tenzor reda tri prirodan matematički model za obradu video zapisa.

U ovoj radnji će biti analizirani odabrani algoritmi numeričke multilinearne algebre koji uspješno rješavaju problem prepoznavanja akcije. Bit će korištene tenzorske dekompozicije (npr. SVD višeg reda (HOSVD), Tuckerova dekompozicija, CPA itd.). Rad na ovoj temi uključuje teoriju matrica i tenzora, numeričke metode i razvoj softwarea. Otvorena je mogućnost istraživačkog rada na ovoj temi.

Za praktični dio je nužna vještina programiranja (Matlab ili Python). Sve proučavane metode će biti testirane na primjerima iz realnih aplikacija.

### Literatura:

1. M. Sun, S. Wang, X. Liu, C. Jia, C. Zhou, Human Action Recognition Using Tensor Principal Component Analysis, *Journal of Computational Information Systems*, 8 (2012)
2. Zhang, J., Han, Y. Jiang, J. Tucker decomposition-based tensor learning for human action recognition. *Multimedia Systems* 22, 343–353 (2016)
3. Y. M. Lui, J. R. Beveridge and M. Kirby, Action classification on product manifolds, 2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Francisco, CA, USA, (2010)
4. Odabrana literatura iz numeričke linearne algebre i algoritama s tenzorima.

**Mentor:** Dujella Andrej

## Polinomijalni AKS algoritam za dokazivanje prostosti

**Područje:** Teorija brojeva, kriptografija

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Polynomial time AKS algorithm for primality proving

**Opis teme:** U radu će se opisati i analizirati prvi polinomijalni algoritam za dokazivanje prostosti koji su 2002. godine otkrili Agrawal, Kayal i Saxena. Originalni prijedlog algoritma imao je neke manje nedostatke, koji su svi u međuvremenu uklonjeni. Kao i većini algoritama za testiranje i dokazivanje prostosti, polazište mu je jedna varijanta Malog Fermatovog teorema.

### Literatura:

M. Dietzfelbinger, *Primality Testing in Polynomial Time. From Randomized Algorithms to "PRIMES is in P"*, Springer, 2004.

M. Agrawal, N. Kayal, N. Saxena, *PRIMES is in P*, *Annals of Mathematics* 160 (2004), 781–793.

A. Dujella, *Algoritmi u teoriji brojeva*, skripta, 2021.

**Mentor:** Dujella Andrej

## Primjena paradoksa rođendana u kriptanalizi

**Područje:** Kriptografija

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Applications of the birthday paradox in cryptanalysis

**Opis teme:** Paradoks rođendana kaže da u društvu od barem 23 osobe, s vjerojatnošću većom od 50%, postoje bar dvije osobe koje imaju rođendan istog dana. Poopćenje ovog fenomena često omogućuje relativno jednostavna poboljšanja efikasnosti algoritama koji se zasnivanju na traženju kolizija u nekim strukturama. Ova ideja ima mnoge važne primjene u kriptanalizi različitih kriptosustava i hash algoritama, od kojih će se neke obraditi u ovom radu.

### Literatura:

A. Joux, *Algorithmic Cryptanalysis*, Chapman & Hall/CRC, 2009.

D. R. Stinson, *Cryptography. Theory and Practice*, CRC Press, 2005.

A. Dujella, M. Maretić, *Kriptografija*, Element, 2007.

**Mentor:** Dujella Andrej

## Hilova šifra

**Područje:** Kriptografija

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Hill cipher

**Opis teme:** Lester Hill je 1929. godine izumio poligramsku šifru kod koje se  $m$  uzastopnih slova otvorenog teksta zamjenjuje s  $m$  slova u šifratu. U šifriranju se koriste invertibilne  $m \times m$  matrice u prstenu  $\mathbb{Z}_{26}$ . Iako je šifra vrlo sigurna na napad "samo šifrat", pokazalo se da ju je lako razbiti pomoću napada "poznati otvoreni tekst", a pogotovo pomoću napada "odabrani otvoreni tekst". U radu će se opisati matematička pozadina Hillove šifre te poznati napadi na nju.

**Literatura:**

R. Klima, N. Sigmon, *Cryptology Classical and Modern*, CRC Press, 2019.

A. Sinkov, *Elementary Cryptanalysis. A Mathematical Approach*, Mathematical Association of America, 1966.

A. Dujella, M. Maretić, *Kriptografija*, Element, 2007.

**Mentor:** Erceg Marko

## Primjene kvadratičnog programiranja u optimizaciji prinosa i rizika

**Područje:** optimizacija

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** Uvod u optimizaciju

**Naslov na engleskom:** Applications of quadratic programming in mean-variance optimisation

**Opis teme:** Optimizacija je ključni alat u ekonomiji, posebno kada se koristi za odabir optimalnih investicijskih strategija. Među različitim metodama optimizacije, kvadratično programiranje igra važnu ulogu u problemima koji uključuju uravnotežavanje između prinosa i rizika, što je temeljna komponenta teorije portfelja. U ovoj temi proučavat će se primjena kvadratičnog programiranja na optimizaciju portfelja, s posebnim naglaskom na optimizaciju očekivanog prinosa i minimizaciju rizika, koji se mjeri varijancom. Cilj je analizirati kako se kvadratično programiranje može koristiti za modeliranje tih problema, te kako ova metoda omogućuje postizanje optimalnog omjera između prinosa i rizika u jednom investicijskom ciklusu.

### Literatura:

G. Cornuéjols, J. Peña, R. Tütüncü: Optimization Methods in Finance, Cambridge University Press, 2018.

M. Gilli, D. Maringer, E. Schumann: Numerical Methods and Optimization in Finance, Academic Press, 2019.

**Mentor:** Erceg Marko

## Optimizacija oblika za eliptičke parcijalne diferencijalne jednačbe

**Područje:** Optimizacija, parcijalne diferencijalne jednačbe

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika

**Preduvjeti:** Parcijalne diferencijalne jednačbe 1, Normirani prostori

**Naslov na engleskom:** Shape optimisation for elliptic partial differential equations

**Opis teme:** Tema ovog rada je optimizacija oblika za eliptičke parcijalne diferencijalne jednačbe, koja predstavlja važnu granu matematičke optimizacije i ima široku primjenu u raznim tehničkim i prirodnim znanostima. U optimizaciji oblika, cilj je pronaći optimalnu geometrijsku strukturu područja tako da promatrana parcijalna diferencijalna jednačba zadovolji zadane kriterije, poput minimizacije energije ili maksimizacije učinkovitosti. U radu će se proučavati problemi u kojima je pripadajuća parcijalna diferencijalna jednačba eliptičkog tipa. Cilj je analitičkim metodama dokazati postojanje optimalnog oblika, pri čemu će poseban naglasak biti na izboru načina mjerenja udaljenosti između oblika, s važnom ulogom Hausdorffove metrike. Rezultati će se ilustrirati numeričkim primjerima.

### Literatura:

M. C. Delfour, J.-P. Zolésio: Shapes and geometries. Metrics, analysis, differential calculus, and optimization, drugo izdanje, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2011.

A. Henrot, M. Pierre: Shape variation and optimization. A geometrical analysis, EMS Tracts in Mathematics 28, European Mathematical Society, 2018.

O. Pironneau: Optimal shape design for elliptic systems, Springer, 1984.

**Mentor:** Erceg Marko

## Optimizacija portfelja s kombinatornim ograničenjima korištenjem cjelobrojnog programiranja

**Područje:** optimizacija

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** Uvod u optimizaciju

**Naslov na engleskom:** Portfolio optimisation with combinatorial constraints using integer programming

**Opis teme:** Optimizacijske tehnike omogućuju učinkovito rješavanje složenih problema u ekonomiji, kao što su odabir i upravljanje portfeljem. Kada portfelji uključuju diskretne ili kombinatorne uvjete, poput ograničenog broja ulaganja ili minimalnog broja transakcija, klasične metode optimizacije često nisu dovoljne, odnosno nisu optimalne, te se primjenjuju složeniji algoritmi. Ova tema bavi se proučavanjem primjene cjelobrojnog programiranja u optimizaciji portfelja koji su podložni kombinatornim ograničenjima. Naglasak će biti na istraživanju kako se takvi problemi modeliraju te kako se uz pomoć cjelobrojnih modela mogu pronaći optimalne strategije koje zadovoljavaju zadane uvjete, uzimajući u obzir diskretnu prirodu investicijskih odluka.

### Literatura:

G. Cornuéjols, J. Peña, R. Tütüncü: Optimization Methods in Finance, Cambridge University Press, 2018.

M. Gilli, D. Maringer, E. Schumann: Numerical Methods and Optimization in Finance, Academic Press, 2019.

**Mentor:** Franušić Zrinka

## Baricentrične koordinate

**Područje:** Afina geometrija

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** -

**Naslov na engleskom:** Barycentric coordinates

**Opis teme:** Baricentrične koordinate su alat koji se primarno koristi u geometriji za opisivanje položaja točke u odnosu na vrhove trokuta, odnosno općenito simpleksa, a primjenjuju se u računalnoj grafici, fizici, teoriji optimizacije, itd. U dvodimenzionalnom afinom (ili euklidskom) prostoru baricentrične koordinate točke  $T$  u odnosu na trojku točaka  $(A, B, C)$  u općem položaju dane su trojkom realnih brojeva  $(\alpha, \beta, \gamma)$  za koju vrijedi

$$\vec{OT} = \alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB} + \gamma\vec{OC}, \quad \alpha + \beta + \gamma = 1.$$

Svaku koordinatu možemo interpretirati kao relativnu "težinu" ili "utjecaj" odgovarajućeg vrha trokuta  $ABC$  na položaj točke  $T$ . U radu bi se opisale neke osnovne primjene ovih koordinata u klasičnoj geometriji trokuta.

### Literatura:

H. S. M. Coxeter, *Introduction to Geometry*, 2nd ed., New York: Wiley, 1969.

A. A. Ungar, *Barycentric Calculus in Euclidean and Hyperbolic Geometry – A Comparative Introduction*, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2010.

**Mentor:** Franušić Zrinka

## Kvaternioni

**Područje:** Linearna algebra, geometrija

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** -

**Naslov na engleskom:** Quaternions

**Opis teme:** U radu bi se opisala Hamiltonova generalizacija kompleksnih brojeva, odnosno algebra kvaterniona  $\mathbb{H}$  te pokazala njihova najvažnija svojstva. Kvaternion  $q$  se definira kao

$$q = a + b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k},$$

gdje su  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , a  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  su imaginarne jedinice (tj. generalizacije drugog korijena iz  $-1$ ) za koje vrijedi  $\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = \mathbf{ijk} = -1$ . Posebno je zanimljivo što se kvaternioni mogu povezati s rotacijama u prostoru. Zbog toga se uvelike primjenju u računalnoj grafici, fizici, kemiji, robotici itd.

**Literatura:**

R. Fenn, *Geometry*, Springer, 2003.

A. J. Hanson, *Visualizing quaternions*, Elsevier, 2006.

D. C. Lay, S. R. Lay, J. J. McDonald, *Linear Algebra and Its Applications*, Pearson, 2020.

**Mentor:** Franušić Zrinka

## Pozitivno definitne matrice

**Područje:** Linearna algebra

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** -

**Naslov na engleskom:** Positive definite matrices

**Opis teme:** Simetrična realna matrica  $A$  reda  $n$  (ili općenito hermitska kompleksna) je pozitivno definitna ako je  $x^t Ax > 0$  za sve vektore (stupčane matrice)  $x$  iz  $\mathbb{R}^n$  različite od nulvektora (odnosno sve nenulvektore  $x \in \mathbb{C}^n$  u slučaju kompleksne matrice). U radu bi se pokazali neki kriteriji pozitivne definitnosti matrica. Na primjer, kriterij koji koristi svojstvene vrijednosti matrice i Sylvesterov kriterij. Pozitivno definitne matrice imaju mnoge primjene u matematici, a često se vezuju uz optimizaciju i probleme određivanja minimuma (maksimuma). Neke od standardnih primjena obradile bi se i u radu.

**Literatura:**

H. Anton, A. Kaul, *Elementary Linear Algebra*, 12th ed., Wiley, 2019.

G. Strang, *Linear Algebra and Its Application*, 4th ed., Thomson, Brooks/Cole, 2006.

**Mentor:** Franušić Zrinka

## QR faktorizacija

**Područje:** Linearna algebra, numerička matematika

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** -

**Naslov na engleskom:** QR factorization

**Opis teme:** QR faktorizacija ili QR dekompozicija je prikaz matrice tipa  $m \times n$ ,  $m \geq n$ , punog ranga kao umnožak ortogonalne matrice  $Q$  (reda  $m$ ) i gornjotrokutaste matrice  $R$  (tipa  $m \times n$ ). Do ovoga prikaza dolazi se primjenom Gram-Schmidtove postupka. U radu bi se prikazale još neke metode dobivanja QR faktorizacije (pomoću Householderovih transformacija i Givensovih rotacija) te neke od brojnih primjena poput rješavanja sustava linearnih jednažbi, rješavanja problema najmanjih kvadrata, određivanja svojstvenih vrijednosti itd.

### Literatura:

H. Anton, A. Kaul, *Elementary Linear Algebra*, 12th Edition, Wiley, 2019.

G. Strang, *Linear Algebra and Its Application*, 4th ed., Thomson, Brooks/Cole, 2006.

L. N. Trefethen, D. Bau III, *Numerical Linear Algebra*, Siam, 1997.

**Mentor:** Gogić Ilja

## Homogene $C^*$ -algebre

**Područje:** funkcionalna analiza

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika

**Preduvjeti:** Operatori na normiranim prostorima

**Naslov na engleskom:** Homogeneous  $C^*$ -algebras

**Opis teme:** Klasa komutativnih  $C^*$ -algebri u potpunosti je opisana Geljfund-Naimarkovim teoremom: to su upravo algebre neprekidnih kompleksnih funkcija na lokalno kompaktnim Hausdorffovim prostorima koje trnu u beskonačnosti. Nakon komutativnih, sljedeća najjednostavnija klasa su *homogene  $C^*$ -algebre*, tj.  $C^*$ -algebre čije su sve ireducibilne reprezentacije iste konačne dimenzije. Međutim, problem klasifikacije takvih algebri postaje znatno kompliciraniji zbog određenih topoloških fenomena koji se ne javljaju u komutativnom slučaju.

U ovom diplomskom radu bi se obradila teorija homogenih  $C^*$ -algebri, s naglaskom na slavni Fell-Tomiyama-Takesakijev teorem, koji danu homogenu  $C^*$ -algebru reprezentira kao algebru prereza odgovarajućeg lokalno trivijalnog matičnog svežnja nad (primitivnim) spektrom algebre.

### Literatura:

B. Blackadar, *Operator Algebras. Theory of  $C^*$ -Algebras and von Neumann Algebras*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2006.

J. M. G. Fell, *The structure of algebras of operator fields*, Acta Math. **106** (1961) 233–280.

J. M. G. Fell and R. S. Doran, *Representations of  $*$ -algebras, locally compact groups, and Banach  $*$ -algebraic bundles*, Academic Press, Boston, 1988.

I. Gogić, *Potpuno ograničeni operatori i subhomogene  $C^*$ -algebre*, disertacija, 2010, PMF-MO.

D. Husemoller, *Fibre bundles*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 20, Springer-Verlag, New York, third ed. (1994).

I. Raeburn and D. P. Williams, *Morita equivalence and continuous-trace  $C^*$ -algebras*, American Mathematical Society, Providence, RI (1998).

J. Tomiyama and M. Takesaki, *Applications of fibre bundles to the certain class of  $C^*$ -algebras*, Tohoku Math. J. (2) **13** (1961) 498–522.

**Mentor:** Gogić Ilja

## Spektralno ograničeni operatori

**Područje:** funkcionalna analiza

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika

**Preduvjeti:** Operatori na normiranim prostorima

**Naslov na engleskom:** Spectrally bounded operators

**Opis teme:** Neka su  $A$  i  $B$  Banachove algebre. Za linearni operator  $T : A \rightarrow B$  kažemo da je *spektralno ograničen* ako postoji konstanta  $M > 0$  takva da vrijedi  $r(Ta) \leq Mr(a)$  za sve  $a \in A$ , pri čemu  $r(\cdot)$  označava spektralni radijus. Ako pak vrijedi  $r(Ta) = r(a)$  za sve  $a \in A$ , onda kažemo da je  $T$  *spektralna izometrija*. Spektralno ograničeni operatori igraju važnu ulogu u teoriji automatske neprekidnosti, budući da povezuju analitičku i algebarsku strukturu Banachove algebre. Oni su također usko vezani uz Jordanove homomorfizme. Npr. Mathieu-Ruddyjeva hipoteza iz 2007. (direktna generalizacija slavne Aupetit-Kaplanskyjeve hipoteze) pita da ako su  $A$  i  $B$  unitalne poluproste Banachove algebre, je li svaka unitalna surjektivna spektralna izometrija  $T : A \rightarrow B$  nužno Jordanov homomorfizam?

U ovom diplomskom radu bi se na sistematičan način obradila tema spektralno ograničenih operatora. Naglasak bi bio dan na opis spektralno ograničenih endomorfizama i/ili spektralnih izometrija Banachove algebre  $B(X)$  (ograničenih linearnih operatora na Banachovom prostoru  $X$ ), kao i (ovisno o afinitetu studenta) nekih drugih poluprostih Banachovih algebri.

### Literatura:

P. Ara and M. Mathieu, *Local multipliers of  $C^*$ -algebras*, Springer Monographs in Mathematics, Springer-Verlag, London, 2003.

B. Aupetit, *Spectrum-preserving linear mappings between Banach algebras or Jordan-Banach algebras*, J. London Math. Soc. **62** (2000), 91–924.

M. Brešar, P. Šemrl, *Linear maps preserving the spectral radius*, J. Funct. Anal. **142** (1996), 360–368.

A. Fošner and P. Šemrl, *Spectrally bounded linear maps on  $B(X)$* , Canad. Math. Bull. **47** (2004), 369–372.

P. Šemrl, *Spectrally bounded linear maps on  $B(H)$* , Quart. J. Math. Oxford (2) **49** (1998), 87–92.

**Mentor:** Goldstein Pavle

## Analiza proteinskih familija

**Područje:** statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Bioinformatika, Statistika

**Naslov na engleskom:** Analysis of Protein Families

**Opis teme:** U radu će se promatrati poravnati proteinski fragmenti iz nekih proteinskih familija. Metodama strojnog učenja provest će se njihova klasifikacija

**Literatura:**

Gerard Salton, Christopher Buckley, Term-weighting approaches in automatic text retrieval, In Information Processing and Management, Volume 24, Issue 5, 1988; Durbin et al, Biological Sequence Analysis; IGLOSS, Rabar et al, Bioinformatics, 2018

**Mentor:** Goldstein Pavle

## Geometrijske tehnike za analizu podataka

**Područje:** statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Bioinformatika, Statistika

**Naslov na engleskom:** Geometric Techniques for Data Analysis

**Opis teme:** U radu će se geometrijskim i statističkim tehnikama promatrati clustering ili klasifikacija bioloških nizova

**Literatura:**

Durbin et al, Biological Sequence Analysis; Clustering of protein domains for functional and evolutionary studies, Cullum et al

**Mentor:** Goldstein Pavle

## Optimizacija skrivenih Markovljevih modela

**Područje:** statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Bioinformatika, Statistika

**Naslov na engleskom:** Hidden Markov Model Optimization

**Opis teme:** U radu će se promatrati optimizacija skrivenih Markovljevih modela koji se koriste za poravnanje bioloških nizova. Koristiti će se standardne i neke nove tehnike optimizacije.

**Literatura:**  
Durbin et al, Biological Sequence Analysis

**Mentor:** Horvat Marko

## Sinteza programa za računanje s realnim brojevima

**Područje:** Sinteza programa

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Synthesis of programs for computing with real numbers

**Opis teme:** Današnji programi koji računaju s realnim brojevima moraju biti i ispravni i proizvoljno precizni. Htjeli bismo automatski generirati (sintetizirati) takve programe koji su pritom i efikasni, odnosno ništa manje brzi nego kad ih piše iskusani ekspert.

Cilj ovog rada je objasniti kako sintetizirati programe koji računaju s realnim brojevima iz konstruktivnih dokaza. Dajemo definicije relevantne za implementaciju okvira za izračunljive brojeve u programskom jeziku Haskell. Zatim uvodimo aksiomatizaciju izračunljivih brojeva koja je ključna za kasniju sintezu programa te objašnjavamo razne koncepte iz teorije kategorija i teorije tipova koji se koriste u ovom pristupu [5]. Pokazujemo kako se konstruktivni dokazi egzistencije drugog korijena realnog broja, korijena funkcije  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  i sl. mogu iskoristiti za sintezu programa pomoću alata Coq. Dobiveni programi za osnovne operacije nad izračunljivim brojevima koriste jednostavnu implementaciju [4] koju ubrzavamo promjenom reprezentacije realnih brojeva [2]).

Proučavamo kako kompajlirati programe u Haskellu koji koriste izračunljive realne brojeve u programe koji koriste strojne brojeve s pomičnim zarezom (*floating-point*) s garantiranim ogradama na greške. Iako ovo područje nije sasvim istraženo, postoje radovi koji predstavljaju efikasne tehnike ocjenjivanja grešaka izraza koji koriste brojeve s pomičnim zarezom [3], kao i tehnike optimizacije takvih izraza [1].

Kombiniranje tih tehnika u jedan "cjevovod" za sintezu programa omogućuje dobivanje programa koji maksimalno koriste strojne resurse te su vrlo precizni (iako ne i proizvoljno precizni kao oni koji koriste samo izračunljive brojeve); ograde preciznosti se mogu predstaviti korisniku jer se otkrivaju tijekom statičke analize.

### Literatura:

[1] Heiko Becker i dr., *Combining Tools for Optimization and Analysis of Floating-Point Computations*. 2018. <https://arxiv.org/abs/1805.02436>.

[2] Vasco Brattka i Peter Hertling. *Feasible real random access machines*. SOFSEM'96: Theory and Practice of Informatics, Springer Berlin Heidelberg, 1996., str. 335–342. ISBN: 978-3-540-49588-8.

- [3] Arnab Das i dr., *Scalable yet Rigorous Floating-Point Error Analysis*. SC20: International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis. 2020. str. 1–14.
- [4] Mauro Raguzin, *Implementacija izračunljivih realnih brojeva*. 2024. <https://github.com/mraguzin/realms>.
- [5] Michal Konečný, Sewon Park i Holger Thies. *Extracting efficient exact real number computation from proofs in constructive type theory*. 2022. <https://arxiv.org/abs/2202.00891>.

**Mentor:** Horvat Marko

## Kompajler za funkcijski programski jezik s parcijalnom aplikacijom

**Područje:** Formalni jezici

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Compiler for a functional programming language with partial application

**Opis teme:** Funkcijsko programiranje je paradigma programiranja u kojoj programe sastavljamo od funkcija u matematičkom smislu. Time su dobiveni programi bliži matematičkim konstrukcijama nego arhitekturi procesora, pa pisanje kompajlera za funkcijski programski jezik može biti vrlo izazovno. U ovom radu prvo ćemo dizajnirati funkcijski programski jezik koji dopušta parcijalnu aplikaciju funkcija. Zatim ćemo za njega isprogramirati kompajler u međuprikaz niske razine.

### Literatura:

- [1] Grune, Dick, Van Reeuwijk, Kees, Bal, Henri E., Jacobs, Criel J. H. i Langendoen, Koen, Modern Compiler design, Springer, New York, 2012.
- [2] Scott, Michael L., Programming Language Pragmatics, Morgan Kaufmann, Oxford, 2015.
- [3] Barendregt, Hendrik Pieter, The Lambda Calculus - Its Syntax and Semantics u Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, Elsevier, Oxford, 1984.
- [4] Sipser, Michael, Introduction to the Theory of Computation, Cengage Learning, Boston, 2012.

**Mentor:** Horvat Marko

## Diferencijalna privatnost u društvenim mrežama

**Područje:** Informacijska sigurnost

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Differential privacy in social networks

**Opis teme:** U ovom radu istražujemo koncept diferencijalne privatnosti, s posebnim naglaskom na njegovu primjenu i značaj u analizi podataka. Detaljno razrađujemo osnovne pojmove, metode i tehnike diferencijalne privatnosti, uključujući matematičke modele i algoritme koji osiguravaju zaštitu privatnosti pojedinaca. Također, razmatramo aspekte implementacije diferencijalne privatnosti u društvenim mrežama.

### Literatura:

H. Jiang, J. Pei, D. Yu, J. Yu, B. Gong and X. Cheng, "Applications of Differential Privacy in Social Network Analysis: A Survey," in IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, vol. 35, no. 1, pp. 108-127, 1 Jan. 2023

C. Task and C. Clifton, "A Guide to Differential Privacy Theory in Social Network Analysis," 2012 IEEE/ACM International Conference on Advances in Social Networks Analysis and Mining, Istanbul, Turkey, 2012, pp. 411-417

**Mentor:** Horvat Marko

## Algoritamska slučajnost

**Područje:** Izračunljivost, teorija mjere

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Algorithmic randomness

**Opis teme:** Postoje različiti pristupi matematičkoj formalizaciji pojma slučajnosti; najpoznatiju formalizaciju čini stohastička slučajnost. U ovom radu predstavljamo algoritamsku slučajnost prema Martin-Löfu (ML); kratko se osvrćemo i na definicije prema Kurtzu i Schnorru. Pokazujemo kako testirati ML-slučajnost pomoću stroja s proročištem. Povezujemo ML-slučajnost s Turing-izračunljivošću i dokazujemo Kučera-Gácsov teorem: svaki je skup izračunljiv iz nekog ML-slučajnog skupa.

### Literatura:

- [1] Avigad, Jeremy i Brattka, Vasco, Computability and analysis: the legacy of Alan Turing, u: Downey, Rod (ed.), Turing's Legacy: Developments from Turing's Ideas in Logic, Lecture Notes in Logic, vol. 42, Cambridge University Press, 2014., str 1-47.
- [2] Martin-Löf, Per, The definition of random sequences, Information and Control, Volume 9, Issue 6, 1966, str. 602-619.
- [3] Schnorr, Claus Peter, Zufälligkeit und Wahrscheinlichkeit, Lecture Notes in Mathematics, vol. 218, Springer, Berlin, 1971.
- [4] Nies, André, Computability and Randomness, Oxford University Press, New York, 2009.
- [5] Downey, Rodney i Hirschfeldt, Denis, Algorithmic randomness and complexity, Springer, New York, 2010.
- [6] Kučera, Antonín i Nies, André, Demuth's path to randomness, u Proceedings of the 2012 International Conference on Theoretical Computer Science: Computation, Physics and Beyond (WTCS 2012), str. 159–173, Springer, Berlin, 2012.

**Mentor:** Huzak Miljenko

## Informacijska geometrija

**Područje:** Matematička statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Predznanje iz predmeta "Matematička statistika" i "Uvod u diferencijalnu geometriju".

**Naslov na engleskom:** Information geometry

**Opis teme:** Cilj je definirati parametarski statistički model za konačno statističko obilježje kao Riemannovu mnogostrukost. Posebno će se izučavati Fisherova metrika na eksponencijalnim statističkim familijama i neke primjene u statistici.

**Literatura:**

N. Ay, J. Jost, H. Vân Lê, and L. Schwachhöfer, *Information Geometry*, Springer, 2017.  
M.K. Murray, and J.W. Rice, *Differential Geometry and Statistics*, Chapman & Hall, 1993.

**Mentor:** Huzak Miljenko

## Analiza čimbenika rizika na doživljenje u kliničkim studijama

**Područje:** Primijenjena statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Predznanje iz predmeta "Matematička statistika", "Primijenjena statistika" i "Odabrane statističke metode u biomedicini".

**Naslov na engleskom:** Analysis of survival risk factors in clinical studies

**Opis teme:** Cilj je primijeniti Coxov proporcionalni model hazarda za analizu doživljenja bolesnika od neke teške bolesti (npr., raka) nakon tretmana i identificirati ključne čimbenike rizika koji utječu na vrijeme doživljenja kao što su, npr., dob, stadij bolesti, terapije i drugi klinički čimbenici. U tu svrhu prikupit će se javno dostupni podatci o preživljavanju bolesnika (npr. iz studija raka dojke, pluća, prostate, itd., iz javno dostupnih baza ili literature), a zatim primijeniti Coxov model kako bi se identificirali čimbenici rizika i njihov utjecaj na doživljenje. Na kraju će se testirati adekvatnost korištenog modela.

**Literatura:**

D. G. Kleinbaum, and M. Klein, *Survival Analysis* 3rd ed., Springer, 2012.

**Mentor:** Huzak Miljenko

## Ispitivanje osjetljivosti pouzdanih intervala za omjere sredina na odstupanja od normalnosti

**Područje:** Primijenjena statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Predznanje iz predmeta "Primijenjena statistika", "Matematička statistika" i "Statistički praktikum 1".

**Naslov na engleskom:** Investigations of sensitivity of confidence intervals for ratio of means to deviation from normality

**Opis teme:** Cilj rada je usporedba osjetljivosti više pouzdanih intervala za omjer sredina dviju populacija baziranih na nezavisnim uzorcima. Analizirat će se osjetljivost pouzdanih intervala na odstupanja od normalnosti podataka, na način da će se vjerojatnost pokrivanja usporediti s nominalnom pouzdanošću za različite distribucije i različite veličine uzoraka. Te vjerojatnosti će se procijeniti metodom Monte Carlo. Pouzdani intervali za omjere sredina bit će dobiveni korištenjem više različitih metoda za njihovu konstrukciju, kao npr. logaritamskom transformacijom podataka, Fiellerovom metodom ili metodom *bootstrapa*.

### Literatura:

Efron, B. (2003). Second Thoughts on the Bootstrap. *Statistical Science*, Vol. 18, No. 2, 135–140

Hall, P., *The Bootstrap and Edgeworth Expansion*, Springer, 1996.

Berger, R.L., Hsu, J.C. (1996). Bioequivalence Trials, Intersection–Union Tests and Equivalence Confidence Sets. *Statistical Science*, Vol. 11, No. 4, 283–319.

Miller, R.G, Jr., *Beyond ANOVA Basics of Applied Statistics*, Wiley, 1986.

**Mentor:** Igaly Goran

## ASP.NET Core i izrada web aplikacije korištenjem okvira ASP.NET Core MVC

**Područje:** računarstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Baze podataka, Računarski praktikum 3, Računarski praktikum 2

**Naslov na engleskom:** ASP.NET Core and web application development using the ASP.NET Core MVC framework

**Opis teme:** ASP.NET Core je otvorenog koda koji može raditi na različitim operacijskim sustavima poput Windowsa, macOS-a ili Linuxa. U suštini koristi se međuplatfomski okvir (cross-platform framework) za izgradnju modernih web aplikacija temeljenih na oblaku. ASP.NET Core MVC je dio ASP.NET Core ekosustava koji nudi strukturu i alate za kreiranje modernih web aplikacija koristeći MVC arhitekturu (Model-View-Controller). Ovakav obrazac omogućuje razvoj web aplikacija s odvojenom aplikacijskom logikom (Model), korisničkim prikazom (View) i upravljanjem podacima (Controller). U ovome radu поближе će se obraditi ASP.NET Core s naglaskom na ASP.NET Core MVC arhitekturu. Sve to bit će popraćeno izradom odgovarajuće web aplikacije s odgovarajućim programskim jezicima i uporabom ASP.NET Core MVC arhitekture.

### Literatura:

M. J. Price, C# 12 and .NET 8 – Modern Cross-Platform Development Fundamentals, Start building websites and services with ASP.NET Core 8, Blazor, and EF Core 8, Eighth Edition, Packt Publishing, 2023.

Microsoft, ASP.NET documentation <https://learn.microsoft.com/en-us/aspnet/core/?view=aspnetcore-8.0>

Microsoft, Get started with ASP.NET Core MVC <https://learn.microsoft.com/en-us/aspnet/core/tutorials/first-mvc-app/start-mvc?view=aspnetcore-8.0&tabs=visual-studio>

Freeman, A. Pro ASP.NET Core 7, Tenth Edition, 2023.

**Mentor:** Igaly Goran

## Obrada terenskih fotografija za analizu obojenja gušterica *Podarcis siculus* i *Podarcis melisellensis*

**Područje:** Računarstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Multimedijски sustavi, Inverzni problemi i strojni vid

**Naslov na engleskom:** Processing of field images for coloration analysis of lizards *Podarcis siculus* and *Podarcis melisellensis*

**Opis teme:** Cilj ovog diplomskog rada je razviti programsko rješenje za automatizaciju procesiranja fotografija prikupljenih tijekom terenskog istraživanja u biologiji. Fokus je na usporedbi obojenja i uzoraka dviju vrsta gušterica, *Podarcis siculus* i *Podarcis melisellensis*, koje žive u simpatriji na odabranim lokalitetima istočnog Jadrana.

Terenski uvjeti često nisu idealni, što rezultira nekonzistentnim fotografskim materijalom koji otežava preciznu analizu obojenja. Kako bi se omogućila standardizacija, na fotografijama je korišten colorchecker.

Razvoj alata uključivat će implementaciju algoritama za obradu slika koji će automatizirati cjelokupni proces. Očekuje se da će ovaj alat značajno olakšati istraživanja obojenja i uzoraka, ne samo kod ovih gušterica već i u širem kontekstu bioloških studija gdje je standardizacija slikovnog materijala ključna.

### Literatura:

Troscianko J., Skelhorn J., Stevens M. (2017). Quantifying camouflage: How to predict detectability from appearance. *BMC Evolutionary Biology*, 17, 7. <https://doi.org/10.1186/s12862-016-0854-2>

Bai X., Liao N., Wu W. (2020). Assessment of camouflage effectiveness based on perceived color difference and gradient magnitude. National Laboratory of Colour Science and Engineering, School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing, China. Published 19 August 2020.

**Mentor:** Igaly Goran

## Kviz kao metodički alat u nastavi matematike i informatike

**Područje:** nastava matematike i informatike

**Prikladno za studij:** Matematika i informatika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** Metodika nastave matematike 1, 2, 3 i 4, Metodika nastave informatike 1 i 2

**Naslov na engleskom:** Quiz as a methodical tool in teaching mathematics and informatics

**Opis teme:** Na početku diplomskog rada bit će napravljen pregled aktivnosti i načina poučavanja koji su prethodili kvizovima. U nastavku će biti napravljen metodički osvrt na ulogu i primjenu kvizova u nastavnom procesu i organizaciji nastavnog sata na kojem se provodi kviz. Analizirat će se više alata za izradu kvizova, (npr. Kahoot!, Testmoz, Canva, Bookwidgets, Wordwall, Genially, Socratic i drugi); uz navođenje njihovih usporednih prednosti i nedostataka. Pomoću nekih od ovih alata izradit će se kvizovi usklađeni s određenim ishodima nastavnih predmeta matematike i informatike u osnovnoj školi uz analizu o njihovoj prihvaćenosti od strane učenika.

### Literatura:

Groznik, B. Nastava uz pomoć platforme za učenje Kahoot. Varaždinski učitelj – digitalni stručni časopis za odgoj i obrazovanje, 4 (6) (2021.) <https://hrcak.srce.hr/file/369905> (29.10.2024.)

Zavec, M. Provjera znanja u osnovnoj školi. Varaždinski učitelj – digitalni stručni časopis za odgoj i obrazovanje, 3 (3) (2020.) <https://hrcak.srce.hr/file/345263> (29.10.2024.)

Grbac, S. Eberling, S. Kviz u nastavi matematike. Poučak, (71) (2017.) <https://hrcak.srce.hr/file/295822> (29.10.2024.)

**Mentor:** Ilišević Dijana

## Mazur-Ulamov teorem

**Područje:** Funkcionalna analiza

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika, Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** Kolegij "Normirani prostori"

**Naslov na engleskom:** Mazur-Ulam theorem

**Opis teme:** Tema ovog diplomskog rada je jedan klasični teorem S. Mazura i S. Ulama iz 1932. godine koji glasi: Svaka surjektivna izometrija između realnih normiranih prostora je afino preslikavanje. Izometrija između normiranih prostora  $X$  i  $Y$  je preslikavanje  $f: X \rightarrow Y$  koje zadovoljava

$$\|f(x) - f(y)\| = \|x - y\|, \quad x, y \in X.$$

Za preslikavanje  $f$  kažemo da je afino ako vrijedi

$$f((1-t)x + ty) = (1-t)f(x) + tf(y), \quad x, y \in X, t \in [0, 1],$$

što je ekvivalentno tome da je preslikavanje  $x \mapsto f(x) - f(0)$  linearno. U radu će biti izloženi i neki noviji jednostavni dokazi ovog teorema.

### Literatura:

R. J. Fleming, J. E. Jamison, *Isometries on Banach Spaces: Function Spaces*, Chapman & Hall / CRC, Boca Raton FL 2003.

J. Väisälä, *A proof of the Mazur-Ulam theorem*, Am. Math. Mon. 110, 633–635 (2003).

**Mentor:** Iljazović Zvonko

## Uređeni skupovi

**Područje:** Osnove matematike

**Prikladno za studij:** svi studiji (i Biomedicinska matematika)

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Ordered sets

**Opis teme:** U ovom diplomskom radu proučavat će se pojmovi uređaja i parcijalnog uređaja. Cilj je dokazati neke od rezultata vezanih za uređene i parcijalno uređene skupove te također vidjeti primjene tih rezultata u širem kontekstu.

**Literatura:**

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

**Mentor:** Iljazović Zvonko

## Razni aspekti konvergencije redova

**Područje:** Matematička analiza

**Prikladno za studij:** svi studiji (i Biomedicinska matematika)

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Various aspects of series convergence

**Opis teme:** U ovom diplomskom radu proučavat će se neki temeljni pojmovi vezani za konvergenciju redova. Cilj je precizno dokazati razne činjenice s tim u vezi uključujući i neke vezane za redove potencija, a ujedno i dati širi kontekst proučavanja.

**Literatura:**

S. Mardešić, *Matematička analiza 1*, Školska knjiga, Zagreb, 1991.

B. Pavković, D. Veljan, *Elementarna matematika 1*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1992.

S. Kurepa, *Matematička analiza 2*, Školska knjiga, Zagreb, 1997.

**Mentor:** Jazbec Anamarija

## Analiza polimorfizama za progesteronski receptor na pojavnost idiopatskog prijevremenog poroda klasifikacijskim stablom i logističkom regresijom

**Područje:** Statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Analysis of progesterone receptor polymorphisms on the incidence of idiopathic preterm birth by classification tree and logistic regression

**Opis teme:** Koristeći bazu s podacima o polimorfizmima za progesteronski receptor i ostalim varijablama babinjača koje su imale prijevremeni porod i kontrolne skupine babinjača analizirati što od prikupljenih podataka možebitno utječe na prijevremeni porod. Od statističkih metoda koristila bi se logistička regresija i klasifikacijska stabla. Podaci su ustupljeni s istraživanja koje je provedeno u sklopu projekta VIF2017-MEFOS-3. Klasifikacijska stabla koriste se za predviđanje članstva objekata u klase kategorički zavisne varijable pomoću jedne ili više prediktorskih varijabli. Cilj klasifikacijskih stabala je predvidjeti ili objasniti odgovore za kategoričku zavisnu varijablu. Logističkom regresijom odredilo bi se omjer šanse za pojavnost prijevremenog poroda za svaku nezavisnu varijablu posebno i za sve zajedno te bi se probao naći model koji najbolje predviđa prijevremeni porod.

### Literatura:

1. Hastie T, Tibshirani R, Friedman J (2001) The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction, Springer. New York.
2. A.J. Feelders, Lecture Notes on Classification Trees, 2016., <http://www.cs.uu.nl/docs/vakken/mdm/trees.pdf>.
3. Allison P.D. (1999) Logistic Regression Using SAS: Theory and Application. Cary, NC: SAS Institute Inc.
4. <http://support.sas.com/publishing/pubcat/chaps/57587.pdf>
5. <https://blogs.sas.com/content/sgf/2020/08/27/build-a-decision-tree-in-sas>
6. [https://documentation.sas.com/doc/en/pgmsascdc/9.4\\_3.4/statug/statug\\_hpsplit\\_examples01.htm](https://documentation.sas.com/doc/en/pgmsascdc/9.4_3.4/statug/statug_hpsplit_examples01.htm)

**Mentor:** Jurak Mladen

## Ubrzanje metode konačnih diferencija CUDA paralelizacijom

**Područje:** Računarstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Primjena paralelnih računala

**Naslov na engleskom:** Acceleration of the finite difference method with CUDA parallelization

**Opis teme:** Zadatak ovog diplomskog rada je riješiti jednadžbu provođenja

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c\Delta u = f$$

metodom konačnih diferencija na GPU pomoću CUDA jezika i programske okoline. Domena zadatka neka bude dvodimenzionalan i trodimenzionalan pravokutnik, a mreža neka bude ekvidistantna. Treba iskoristiti Crank-Nicolsonovu diskretizaciju tako da na svakom vremenskom sloju treba rješavati linearan sustav. Rubni uvjeti mogu biti Dirichletovog tipa. Za rješavanje sustava odaberi iterativnu metodu, na primjer metodu konjugiranih gradijenata koja je primijenjiva na sustave sa simetričnom matricom.

Za diskretizaciju paraboličke jednažbe vidjeti na primjer [1], poglavlje 13. Za metodu konjugiranih gradijenata vidjeti [1] sekciju 4.3. Rješavanje sustava treba vršiti na grafičkoj kartici.

Radnja bi uključila uvod o GPU i Cuda programiranju, implementaciju niske razine u CUDA programskom jeziku te implementaciju pomoću CUDA biblioteka. Konačno treba završiti s usporedbom sa serijskim kodom na CPU.

Za prijenos koda na GPU može biti korisna referenca [4], poglavlje 44, kao i referenca [5]. Od CUDA biblioteka vidjeti cuSPLibrary [6] i Thrust biblioteku [7].

### Literatura:

1. A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: Numerical Mathematics, Second Edition, Springer, 2007.
2. CUDA C++ Programming Guide, [www.nvidia.com](http://www.nvidia.com).
3. David B. Kirk, Wen-mei W. Hwu: Programming Massively Parallel Processors, 4th edition, Elsevier, 2023.
4. GPU Gems 2, <https://developer.nvidia.com/gpugems/gpugems2/>
5. OpenACC/CUDA for beginners, <https://encs.github.io/OpenACC-CUDA-beginners/>

6. <https://github.com/cusplibrary/cusplibrary>
7. <https://developer.nvidia.com/thrust>

**Mentor:** Jurak Mladen

## Mrežno programiranje s Qt6 bibliotekom

**Područje:** Računarstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** Objektno programiranje (C++)

**Naslov na engleskom:** Network programming in Qt6 library

**Opis teme:** Potrebno je proučiti podršku za mrežno programiranje u biblioteci Qt6. Koristeći Qt6 potrebno je razviti klijent-server aplikaciju ili peer-to-peer aplikaciju za razmjenu datoteka koja koristi SSL protokol. Implementacija treba koristiti mrežne elemente niže razine (sockete). U radnji je potrebno napraviti opći uvod o mrežnom programiranju, TCP, UDP, IPv4, IPv6, strukturi klijent-server i peer-to-peer aplikacije, SSL protokolu i zatim opisati podršku koju za mrežno programiranje nudi Qt6 biblioteka. Pri tome je nužno dotaknuti se općih mjesta Qt biblioteke kao što su signali i utori. Radnju treba završiti aplikacijom po vlastitom izboru koja će demonstrirati sposobnosti Qt6 biblioteke.

### Literatura:

<https://doc.qt.io/> Qt dokumentacija.

Pavel Strakhov, Witold Wysota, Lorenz Haas: Game Programming Using QT 5. Beginners Guide, 2nd Edition, 2018, Packt Publishing.

Anais Sutherland: C++ Networking, 101, GitforGits, 2023.

**Mentor:** Kamčev Nina

**Suvoditelj:** Dražić Goran

## Analiza licitacija u igri bridž

**Područje:** Teorija igara

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** Osnove vjerojatnosti

**Naslov na engleskom:** The analysis of auctions in the game of bridge

**Opis teme:** U ovom diplomskom radu analizira se proces licitacije u kartaškoj igri bridž primjenom pojmova i metoda teorije igara, grane matematike koja proučava strateško donošenje odluka. Cilj rada je utvrditi optimalni kontrakt u različitim situacijama, uzimajući u obzir strategije protivnika i raspoložive informacije. Razmatraju se različiti scenariji i pristupi u licitaciji, a matematički modeli teorije igara pokazuju kako odabrati najbolji potez za postizanje optimalnog ishoda. Iako je naglasak na licitaciji, analiziraju se i osnovne strategije tijekom odigravanja. Rad pridonosi razumijevanju licitiranja kao ključnog elementa bridža te postavlja temelje za daljnje matematičke analize primjene teorije igara na kartaške igre.

### Literatura:

D. Caprera. *Bridge: The Cutting Edge*. Master Point Press, 2024.

R.D. Luce and H. Raiffa. *Games and Decisions: Introduction and Critical Survey*. Wiley, 1957.

I. Frank and D. Basin. *A theoretical and empirical investigation of search in imperfect information games*. *Theoret. Comput. Sci.* **252** (2001), no. 1-2, 217–256.

R. Mrazović, *Teorija Igara*. Skripta, Sveučilište u Zagrebu, PMF-MO, 2022.

**Mentor:** Kamčev Nina

## Model preferencijalnog povezivanja

**Područje:** Diskretna matematika, vjerojatnost

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** Osnove vjerojatnosti

**Naslov na engleskom:** Preferential attachment model

**Opis teme:** Empirijska istraživanja stvarnih mreža, poput Interneta i društvenih mreža, otkrivaju fascinantne sličnosti, uključujući "svojstvo malog svijeta" i nizove stupnjeva koji slijede Paretovu distribuciju. Za modeliranje tih fenomena koriste se slučajni grafovi, s ciljem repliciranja kompleksne strukture stvarnih mreža. Model preferencijalnog povezivanja (preferential attachment model) čini jednu klasu takvih modela, u kojemu se novi vrhovi dinamički dodaju. Pritom svaki novi vrh nasumično formira veze s postojećim vrhovima, preferirajući vrhove koji već imaju visoke stupnjeve. Tema ovog rada su tipična svojstva modela preferencijalnog povezivanja, te njegove primjene.

### Literatura:

A.L. Barabási and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science* 286.5439 (1999): 509–512.

R. Van Der Hofstad. Random graphs and complex networks. Vol. 54. Cambridge university press, 2024.

**Mentor:** Kamčev Nina

## Točno uzorkovanje slučajnih regularnih grafova

**Područje:** Diskretna matematika, vjerojatnost

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Osnove vjerojatnosti i teorije grafova

**Naslov na engleskom:** Exact uniform sampling of random regular graphs

**Opis teme:** Algoritmi za uzorkovanje uniformno slučajnih regularnih grafova imaju široku primjenu u modeliranju mreža, ali predstavljaju značajne izazove zbog strogih ograničenja na strukturu grafa. Klasični algoritmi se dijele na metode za približno (ili asimptotski) uniformno uzorkovanje, i metode za točno uniformno uzorkovanje. Točno uzorkovanje osigurava da svaki regularni graf ima jednaku vjerojatnost pojavljivanja. U ovom radu je naglasak na algoritmima za točno uzorkovanje. Navodimo temeljni pristup pomoću konfiguracijskog modela kojega je uveo Bollobás i njegova ograničenja. Dalje će se razmatrati algoritam temeljen na "switching" metodi McKay i Wormalda, koji omogućava učinkovito uzorkovanje u širem rasponu stupnjeva, te njegove nedavne ekstenzije.

### Literatura:

C. Greenhill, *Generating graphs randomly*, in: K. K. Dabrowski, M. Gadouleau, N. Georgiou, M. Johnson, G. B. Mertzios, D. Paulusma, eds., *Surveys in Combinatorics 2021*, London Mathematical Society Lecture Note Series, Cambridge University Press, 2021, pp. 133–186.

B. D. McKay and N. C. Wormald, *Uniform Generation of Random Regular Graphs of Moderate Degree*, *Journal of Algorithms*, 11(1) (1990), 52–67.

**Mentor:** Kazalicki Matija

## Groverov algoritam i primjene

**Područje:** Kvantno računanje

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Nema

**Naslov na engleskom:** Grover's algorithm and applications

**Opis teme:** Cilj ovog diplomskog je objasniti Groverov algoritam za kvantno pretraživanje (odnosno njegovu generalizaciju algoritam za amplifikaciju amplituda), razraditi neke njegove primjene i implementacije u okruženju IBM Qiskit. Jedna (netipična) primjena će biti vezana uz kvantne biljare.

### Literatura:

Matija Kazalicki, Kvantno računanje, sveučilišni udžbenik, [https://web.math.pmf.unizg.hr/~mkazal/reprints/skripta\\_kvantno.pdf](https://web.math.pmf.unizg.hr/~mkazal/reprints/skripta_kvantno.pdf)

Grover's algorithm and amplitude amplification, qiskit tutorial, [https://qiskit-community.github.io/qiskit-algorithms/tutorials/06\\_grover.html](https://qiskit-community.github.io/qiskit-algorithms/tutorials/06_grover.html)

Adam R. Brown, Playing Pool with Psi: from bouncing billiards to quantum search, qiskit tutorial, <https://arxiv.org/abs/1912.02207>

**Mentor:** Kazalicki Matija

## Kvantni kodovi za ispravljanje grešaka

**Područje:** Kvantno računanje

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Nema

**Naslov na engleskom:** Quantum Error Correcting Codes

**Opis teme:** Zbog osjetljivosti kvantnih računala na utjecaj okoline, kvantni kodovi za ispravljanje grešaka će imati važnu ulogu u efikasnoj implementaciji kvantnih algoritama na kvantnim računalima. Cilj ovog diplomskog je napraviti pregled metoda za kvantno ispravljanje grešaka (uključujući i naprednije teme kao što su topološki kvantni kodovi i kvantni LDPC kodovi).

### Literatura:

Joschka Roffe, Quantum Error Correction: An Introductorz Guide, <https://arxiv.org/pdf/1907.11157>

Daniel Gottesman, Surviving as a Quantum Computer in a Classical World, <https://www.cs.umd.edu/class/spring2024/cmsc858G/QECCbook-2024-ch1-15.pdf>

Matija Kazalicki, Kvantno računanje, sveučilišni udžbenik, [https://web.math.pmf.unizg.hr/~mkazal/reprints/skripta\\_kvantno.pdf](https://web.math.pmf.unizg.hr/~mkazal/reprints/skripta_kvantno.pdf)

Charlie Wood, New Codes Could Make Quantum Computing 10 Times More Efficient, <https://www.quantamagazine.org/new-codes-could-make-quantum-computing-10-times-more-efficient-20230825/>

Nikolas P. Breuckmann, Jens Niklas Eberhardt, Quantum LDPC Codes, <https://arxiv.org/pdf/2103.06309> Charlie Wood, New Codes Could Make Quantum Computing 10 Times More Efficient, <https://www.quantamagazine.org/new-codes-could-make-quantum-computing-10-times-more-efficient-20230825/>

Hector Bombin, An Introduction to Topological Quantum Codes, <https://arxiv.org/pdf/1311.0277>

**Mentor:** Kovač Vjekoslav

## Maksimalna lema Christa i Kiseleva

**Područje:** Harmonijska analiza

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** The Christ-Kiselev maximal lemma

**Opis teme:** Maksimalna lema Christa i Kiseleva [2] je elementarni trik s dalekosežnim posljedicama u harmonijskoj/Fourierovoj analizi. Riječ je o tehnici kojom se ocjena norme linearnog operatora pojačava u ocjenu za supremum po svim tzv. okrnjenjima (eng. truncations) tog operatora. Nakon formulacije i dokaza osnovne varijante te leme prema [5, Lecture Notes 2] ili [4, odjeljak 3.3], diplomski rad će pokazati nekoliko njezinih elegantnih posljedica, poput Menšov–Paley–Zygmundovog teorema te (vrlo nedavnih) primjena na jednoparametarske [3] i višeparametarske [1] maksimalne ocjene za restrikciju Fourierove transformacije.

### Literatura:

[1] A. Bulj, V. Kovač, *Multi-parameter maximal Fourier restriction*, J. Fourier Anal. Appl. 30 (2024), issue 3, article no. 26, 23 pp.

[2] M. Christ and A. Kiselev, *Maximal functions associated to filtrations*, J. Funct. Anal. 179 (2001), 409–425.

[3] V. Kovač, *Fourier restriction implies maximal and variational Fourier restriction*, J. Funct. Anal. 277 (2019), issue 10, 3355–3372.

[4] V. Kovač, *Harmonijska analiza*, skripta kolegija, Sveučilište u Zagrebu Prirodoslovno-matematički fakultet, Matematički odsjek, 2021./2022.

[5] T. Tao, *Graduate Fourier analysis*, skripta kolegija 247A, UCLA, 2006./2007.

**Mentor:** Kožić Slaven

## Reprezentacije prostih Liejevih algebri

**Područje:** Algebra

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** Vektorski prostori

**Naslov na engleskom:** Representations of simple Lie algebras

**Opis teme:** *Reprezentacija* Liejeve algebre  $g$  je svaki homomorfizam  $g \rightarrow L(V)$ , gdje je  $L(V)$  prostor svih linearnih operatora  $V \rightarrow V$ . Cilj ovog diplomskog rada je proučiti reprezentacije određene klase Liejevih algebri, tzv. kompleksnih prostih Liejevih algebri. Prvi dio rada bi bio posvećen uvodu i osnovnim rezultatima i konstrukcijama iz njihove teorije reprezentacija. Drugi dio rada bi se bavio realizacijom određenih klasa reprezentacija za neke tipove prostih Liejevih algebri.

**Literatura:**

W. Fulton, J. Harris, *Representation theory*, Springer-Verlag.

J. E. Humphreys, *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*, Springer-Verlag.

**Mentor:** Kunštek Petar

## Gradijentne metode i uvjeti optimalnosti u teoriji upravljanja

**Područje:** Optimalno upravljanje

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Gradient Methods and Optimality Conditions in Control Theory

**Opis teme:** U radu se proučavaju zadaće optimalnog upravljanja opisane sustavima običnih diferencijalnih jednadžbi. Cilj rada je izvesti Pontrjaginove uvjete optimalnosti tehnikama varijacijskog računa te iz analize funkcionala troška konstruirati nekoliko numeričkih metoda gradijentnog tipa. Dane metode prvog reda implementirati će se za konkretne probleme iz ekonomije i biologije.

### Literatura:

Sebastian Anita, Viorel Arnautu, Vincenzo Capasso, *An introduction to optimal control problems in life sciences and economics - From mathematical models to numerical simulation with MATLAB*, Birkhauser, 2011.

Yalcin Kaya, *Optimal control*, Lecture notes, University of south Australia, 2007.

Bruce Craven. *Control and optimization*, Chapman, 1995.

Kong, Qingkai, Timmy Siau, Alexandre Bayen, *Python programming and numerical methods: A guide for engineers and scientists*, Academic Press, 2020.

**Mentor:** Kunštek Petar

## Metoda prosječnog stohastičkog gradijenta i primjene

**Područje:** Optimizacija

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** The Method of Average Stochastic Gradient and Applications

**Opis teme:** Diplomski rad fokusirao bi se na analizu stohastičkog prosječnog gradijenta kao metode za optimizaciju problema koji uključuju zbroj konačnog broja glatkih konveksnih funkcija. Cilj rada bio bi detaljno razmotriti teoretsku osnovu metode, kao i njenu primjenu na različite optimizacijske probleme. Metoda prvog reda bit će testirana na konkretnim problemima iz područja ekonomije.

### Literatura:

Schmidt, Mark, Nicolas Le Roux, Francis Bach, *Minimizing finite sums with the stochastic average gradient*, Mathematical Programming 162: 83-112, 2017.

Zhang, H., Li, H., Zhu, Y., Wang, Z., Xia, D, *A distributed stochastic gradient algorithm for economic dispatch over directed network with communication delays*, International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 110, 759-771. 2019.

Kong, Qingkai, Timmy Siau, Alexandre Bayen, *Python programming and numerical methods: A guide for engineers and scientists*, Academic Press, 2020.

**Mentor:** Kunštek Petar

## Optimizacija oblika za eliptičke sustave

**Područje:** Optimalni dizajn

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Shape Optimization for Elliptic Systems

**Opis teme:** U ovom radu proučava se problem optimalnog oblikovanja domene za rubni problem s eliptičkim parcijalnim diferencijalnim jednažbama. Cilj rada je pronaći oblik domene kojim se minimizira funkcional određene forme. Numerička metoda bit će konstruirana na temelju derivacije oblika i implementirana u FreeFem++.

### Literatura:

Grégoire Allaire, Olivier Pantz *Structural Optimization with FreeFem++*, Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 32, pp.173-181

Antoine Henrot, Michel Pierre *Shape Variation and Optimization, A Geometrical Analysis*, European Mathematical Society (2018)

Olivier Pironneau *Optimal Shape Design for Elliptic Systems*, Springer, (1984)

**Mentor:** Lazić Petra

## Proces rađanja i umiranja s primjenama

**Područje:** teorija vjerojatnosti, slučajni procesi

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika, Biomedicinska matematika

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Birth and Death Process with Applications

**Opis teme:** U ovom radu definirat ćemo proces rađanja i umiranja i dati primjere njegove primjene. Na početku planiramo postaviti teorijski okvir unutar kojeg se ovakvi modeli definiraju te potom opisati strukturu Markovljevih lanaca kao i općenitijih Markovljevih procesa, u diskretnom i neprekidnom vremenu. Zatim ćemo definirati proces rađanja i umiranja, objasniti njegovu strukturu i svojstva te dati pregled dosada dobivenih rezultata. Teorijske rezultate planiramo ilustrirati simulacijama u programskom jeziku R. Na kraju, prikazat ćemo primjere njihove primjene u svakodnevnom životu i znanstvenim područjima.

### Literatura:

1. Grimmett G. R., Stirzaker D.R.; Probability and random processes, Oxford University Press, 2005.
2. Wang X., Yaang Z.; Birth and Death Processes and Markov Chains, Springer-Verlag, 1992.
3. Ross S.; Introduction to Probability Models (Eleventh Edition), Academic Press, 2014.
4. Ibe O. C.; Markov Processes for Stochastic Modeling, Academic Press, 2008.

**Mentor:** Lubura Strunjak Snježana

## Linearni modeli mješovitih efekata: analiza podataka s ponovljenim mjerenjima

**Područje:** Matematička statistika, Računarska statistika, Vjerojatnost

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Poznavanje osnovnih alata Vjerojatnosti i Statistike.

**Naslov na engleskom:** Linear mixed-effects models: the analysis of repeated measures data

**Opis teme:** U diplomskom radu će se definirati linearni modeli mješovitih efekata i opisat će se kako se ti modeli koriste za analizu podataka s ponovljenim mjerenjima. Kroz par primjera u programskom jeziku R će se i napraviti statistička analiza koristeći te modele.

### Literatura:

B. Everitt, T. Hothorn, An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R, Springer, 2011.

A. Galecki, T. Burzykowski, Linear mixed effects models using R, A step-by-step approach, Springer, 2013.

<https://ourcodingclub.github.io/tutorials/mixed-models/>

**Mentor:** Lubura Strunjak Snježana

## Bayesovski linearni i generalizirani linearni modeli – primjena u društvenim znanostima

**Područje:** Matematička statistika, Računarska statistika, Vjerojatnost

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Poznavanje osnovnih alata Vjerojatnosti i Statistike.

**Naslov na engleskom:** Bayesian linear and generalized linear models - applications in social sciences

**Opis teme:** U radu će se opisati Bayesovski linearni i generalizirani linearni model s fokusom na primjene u društvenim znanostima. Kroz par primjera, koristeći programski jezik R, će se opisati kako se modeli koriste za analizu podataka iz društvenih znanosti.

### Literatura:

D. Kaplan, Bayesian Statistics for the Social Sciences: Second Edition, Guilford Press, 2024.

<https://www.guilford.com/companion-site/Bayesian-Statistics-for-the-Social-Sciences-Second-Edition/9781462553549>

William M. Bolstad, Introduction to Bayesian Statistics, John Wiley and Sons, 2007.

**Mentor:** Ljulj Matko

## Funkcijske jednadžbe na matematičkim natjecanjima

**Područje:** Metodika nastave matematike

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Functional equations in mathematical competitions

**Opis teme:** Funkcijske jednadžbe jedna je tema koja se može pojaviti na hrvatskim natjecanjima iz matematike, iako samo na državnom natjecanju u 4. razredu, A varijanta ([https://natjecanja.math.hr/wp-content/uploads/2024/01/Posebna\\_pravila\\_matematika\\_2024.pdf](https://natjecanja.math.hr/wp-content/uploads/2024/01/Posebna_pravila_matematika_2024.pdf)), ili na izbornim i međunarodnim natjecanjima. To je dodatna tema, tj. ta tema nije dio kurikuluma za gimnazije. Cilj ovog rada je obraditi osnovne metode rješavanja takvih tipova zadataka, te dati primjere sa zadatcima s natjecanja.

### Literatura:

<https://natjecanja.math.hr/>

Antonija Horvatek, Natjecanja iz matematike u RH, <http://www.antonija-horvatek.from.hr/natjecanja-iz-matematike/natjecanja-iz-matematike.htm>

**Mentor:** Ljulj Matko

## Svojtveni problem za model elastične žice

**Područje:** Matematičko modeliranje, Obične diferencijalne jednačbe

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** The eigenvalue problem for the elastic string model

**Opis teme:** U ovom radu obradit će se model elastične žice s naglaskom na povezivanje svojstvene zadaće i evolucijskog problema za s desnom stranom periodičkom u vremenu, zajedno s numeričkim primjerima.

**Literatura:**

Z. Drmač i dr., *Numerička analiza: osnovni udžbenik*, skripta PMF–Matematičkog odjela, 2003.

L.C. Evans, *Partial Differential Equations*, Providence: American Mathematical Society; 1998.

**Mentor:** Manger Robert

**Suvoditelj:** Klobučar Barišić Ana

## Razvoj RESTful API-ja u okruženju Ruby on Rails

**Područje:** Softversko inženjerstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Development of RESTful APIs by using Ruby on Rails

**Opis teme:** Ruby on Rails trenutno je jedno od najpopularnijih okruženja za razvoj web aplikacija. Cilj ovog diplomskog rada je istražiti mogućnosti razvoja RESTful API-ja pomoću Ruby on Rails. Najprije treba obraditi osnovne principe REST arhitekture te značajke Ruby on Rails okruženja. Zatim u obliku studijskog primjera treba prikazati proces razvoja konkretnog RESTful API-ja s implementacijom sigurnosnih mehanizama kao što su autentifikacija i autorizacija korisnika.

### Literatura:

M. Hartl: Ruby on Rails Tutorial, 7th Edition. Addison-Wesley, Boston MA, 2023.  
S. Ruby, D. Thomas: Agile Web Development with Rails 7. Pragmatic Bookshelf, 2023.  
A. Lauret: The Design of Web APIs. Manning Publications, Shelter Island NY, 2019.  
Dokumentacija okruženja Ruby on Rails. <https://rubyonrails.org/>  
Dokumentacija programskog jezika Ruby. <https://www.ruby-lang.org/en/>

**Mentor:** Manger Robert

**Suvoditelj:** Klobučar Barišić Ana

## Sustav za upravljanje bazom podataka Microsoft SQL Server

**Područje:** Baze podataka

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Microsoft SQL Server - a database management system

**Opis teme:** SQL Server je Microsoft-ov sustav za upravljanje bazom podataka (DB-MS). Namijenjen je za rad na poslužiteljskim računalima s operacijskim sustavom Windows. Lako se povezuje s drugim Microsoft-ovim softverskim proizvodima. U pravilu nije besplatan za korištenje, no postoji i besplatno izdanje SQL Server Express koje je dovoljno za razvoj manjih aplikacija. U radu je potrebno opisati svojstva SQL Server-a te naglasiti razlike, prednosti i nedostatke u odnosu na MySQL. U praktičnom dijelu rada potrebno je razviti vlastitu aplikaciju zasnovanu na SQL Server Express.

### Literatura:

J. Murach, B. Syverson: Murach's SQL Server 2022 for developers. Mike Murach and Associates Inc, Fresno CA, 2023.

B. Nevarez: SQL Server Query Tuning and Optimization - Optimize Microsoft SQL Server 2022 queries and applications. Packt Publishing, Birmingham UK, 2022.

I. Ben-Gan: T-SQL Fundamentals (Developer Reference), 4th Edition. Microsoft Press, Redmond WA, 2023.

R. West et al: SQL Server 2022 Administration Inside Out. Microsoft Press, Redmond WA, 2023.

**Mentor:** Manger Robert

**Suvoditelj:** Klobučar Barišić Ana

## Pohlepni algoritmi za traženje maksimalog težinskog nezavisnog skupa

**Područje:** Oblikovanje i analiza algoritama, Optimizacija

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Računarstvo i matematika, Matematika i informatika; smjer: nastavnički

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Greedy algorithms for solving the maximum-weight independent set problem

**Opis teme:** Neka je  $G = (V, E)$  neusmjereni graf čiji vrhovi imaju cjelobrojne nenegativne težine. Maksimalni težinski nezavisni skup (MTNS) od  $G$  je podskup skupa vrhova  $X \subseteq V$  takav da ne postoje dva vrha iz  $X$  koja su susjedna i pri tome je zbroj njihovih težina najveći mogući. Problem traženja MTNS je važan jer modelira raspoređivanje resursa, postavljanje oznaka po digitalnim kartama i izabiranje vremskih isječaka koji se ne preklapaju.

U ovom diplomskom radu upoznat ćemo se s problemom traženja MTNS i njegovim rješavanjem. Kako je problem NP-težak, za traženje rješenja ćemo implementirati nekoliko pohlepnih algoritama te ih eksperimentalno usporediti.

### Literatura:

J.L. Gross, J. Yellen, P. Zhang: Handbook of Graph Theory, 2nd Edition. CRC Press, 2014.

D. Jungnickel: Graphs, Networks and Algorithms, 4th Edition. Springer, 2013.

T. Roughgarden: Algorithms Illuminated (Part 3) - Greedy Algorithms and Dynamic Programming. Cambridge University Press, 2019.

S. Sakai, M. Togasaki, K. Yamazaki: A note on greedy algorithms for the maximum weighted independent set problem. Discrete Applied Mathematics 126(2-3), 313-322, 2003.

**Mentor:** Mihelčić Matej

## Distribuirani CLUS-RM

**Područje:** Dubinska analiza podataka, distribuirano i višenitno računanje

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Završen smjer računarstvo i matematika

**Naslov na engleskom:** Distributed CLUS-RM

**Opis teme:** Cilj diplomskog rada je razviti distribuiranu verziju CLUS-RM algoritma. U diplomskom radu će jedan glavni čvor (računalo/server) povezan u mrežu distribuirati podatke i potrebne parametre preostalim čvorovima (računalima). Računala će konkurentno izvršavati izračunavanje redeskripcija svaka nad svojim slučajno generiranim inicijalizacijama. Rezultati će se vratiti glavnom čvoru za paralelno ili distribuirano računanje optimizirane verzije skupa redeskripcija, koja će se vratiti korisniku.

### Literatura:

Ivan Jukić, Algoritamske i implementacijske optimizacije pristupa za traženje redeskripcija CLUS-RM, Diplomski rad, 2021, <https://repozitorij.pmf.unizg.hr/islandora/object/pmf:10483>.

M. Mihelčić, S. Džeroski, N. Lavrač, T. Šmuc, *Redescription mining augmented with random forest of multi-target predictive clustering trees*, Journal of Intelligent Information Systems, 2018., 63–96

Materijali kolegija Java, <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/java/>

**Mentor:** Mihelčić Matej

## Ulmanov algoritam za rješavanje problema izomorfizama podgrafova

**Područje:** Algoritmi na grafovima

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Ulman's algorithm for the subgraph isomorphism problem

**Opis teme:** U diplomskom radu će se detaljno opisati, analizirati složenost i implementirati Ulmanov algoritam, koji za neki zadani graf  $P$  i zadani graf  $G$ , provjerava postoji li podgraf od  $G$  koji je izomorfan s  $P$ . Analizirat će se osnovni algoritam i njegova poboljšanja. Algoritmi će biti testirani na nizu ulaznih grafova različitih svojstava.

### Literatura:

1. Izomorfizam podgrafova, Stanford, <https://theory.stanford.edu/~virgi/cs267/lecture1.pdf>
2. Ullmann, Julian R. "An algorithm for subgraph isomorphism." *Journal of the ACM (JACM)* 23.1 (1976): 31-42.
3. Ullmann, Julian R. "Bit-vector algorithms for binary constraint satisfaction and subgraph isomorphism." *Journal of Experimental Algorithmics (JEA)* 15 (2011): 1-1.
4. Čibej, Uroš, and Jurij Mihelič. "Improvements to Ullmann's algorithm for the subgraph isomorphism problem." *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence* 29.07 (2015): 1550025.

**Mentor:** Mihelčić Matej

## aMUSEd: model za generiranje slike iz teksta

**Područje:** Generativni modeli dubokog učenja

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** aMUSEd: model for text to image generation

**Opis teme:** Cilj diplomskog rada je ispitati generiranje slika iz teksta na hrvatskom jeziku koristeći aMUSEd model [1]. Ispitat će se dotreniranje postojećeg modela, koji radi na engleskom jeziku [2], za hrvatski jezik, te treniranje novog modela za hrvatski jezik. Podaci za treniranje [3] će se prevesti korištenjem nekog od dostupnih alata za automatsko prevođenje [4], npr. OPUS-MT [5]. Prilikom treniranja i dotreniranja modela se može koristiti tokenizator za slavenske jezike [6].

### Literatura:

1. Patil, S., Berman, W., Rombach, R., and von Platen, P. (2024). amused: An open muse reproduction. <https://arxiv.org/abs/2401.01808>
2. amused izvorni kod, [https://github.com/huggingface/diffusers/blob/main/examples/amused/train\\_amused.py](https://github.com/huggingface/diffusers/blob/main/examples/amused/train_amused.py)
3. Podaci za treniranje, <https://analyticsindiamag.com/ai-mysteries/top-used-datasets-for-text-to-image-synthesis-models/>
4. Alati za automatsko prevođenje, <https://www.edenai.co/post/top-free-translation-tools-apis-and-open-source-models>
5. Alat OPUS-MT, <https://github.com/Helsinki-NLP/OPUS-MT-train/tree/master/models/en-hr>
6. Reldi tokenizator, <https://github.com/clarinsi/reldi-tokeniser>

**Mentor:** Mihelčić Matej

## JHipster

**Područje:** Web programiranje

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** JHipster

**Opis teme:** JHipster je generator aplikacija otvorenog koda namijenjen brzom razvoju modernih web aplikacija koristeći Angular ili React, te Spring. Platforma podržava mnoge moderne tehnologije kao što su NoSQL baze podataka, migracije baza podataka, elastično pretraživanje, CRUD elemente i mnoge druge.

Cilj diplomskog rada je proučiti JHipster, uočiti njegove prednosti i mane, te razviti funkcionalnu web aplikaciju koristeći navedenu platformu.

**Literatura:**

<https://www.jhipster.tech/>

<https://spring.io/>

<https://angular.dev/>

<https://react.dev/>

**Mentor:** Milin Šipuš Željka

## Grupe ornamenata

**Područje:** Geometrija

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** Nema ih.

**Naslov na engleskom:** Frieze groups

**Opis teme:** Ornamenati su geometrijski beskonačni ravninski uzorci čija se struktura ponavlja samo u jednom smjeru. Vrlo se često pojavljaju u umjetnosti i arhitekturi. Njihove simetrije mogu se organizirati u grupe te se pokazuje ih je u sedam. Cilj ovog diplomskog rada je proučiti grupe simetrija ornamenata i ilustrirati ih primjerima ornamenata palače Alhambre u Granadi, Španjolska.

**Literatura:**

1. G. E. Martin, Transformation Geometry, An Introduction to Symmetry, Springer, 1982.
2. B. Lynn Bodner, Frieze patterns of the Alhambra, 2007, <https://archive.bridgesmathart.org/2007/bridges2007-203.pdf>

**Mentor:** Mrazović Rudi

## Vezna perkolacija na kvadratnoj rešetci

**Područje:** vjerojatnost, kombinatorika

**Prikladno za studij:** svi studiji (i Biomedicinska matematika)

**Preduvjeti:** Vjerojatnost

**Naslov na engleskom:** Bond Percolation on the Square Lattice

**Opis teme:** Neka je  $p \in (0, 1)$  neki fiksni parametar. Za svaki brid u kvadratnoj rešetci  $\mathbb{Z}^2$  nezavisno od ostalih bridova donesemo slučajnu odluku – s vjerojatnošću  $p$  ostavimo ga nacrtanim, a s vjerojatnošću  $1 - p$  ga izbrišemo. Koja su svojstva dobivenog slučajnog grafa? Kakva će biti njegova svojstva povezanosti? Na primjer, hoće li imati beskonačnu komponentu povezanosti? Na koji način odgovori na ova pitanja ovise o parametru  $p$ ? Ovim pitanjima bavi se teorija perkolacija. Cilj ovog diplomskog rada je prezentirati osnovne rezultate iz klasične teorije perkolacija, specijalizirane na slučaju vezne perkolacije na kvadratnoj rešetci.

Standardni udžbenici za teoriju perkolacija su knjige Grimmetta [4], te Bollobása i Riordana [1]. Članak Duminil-Copina [3] daje općeniti pristupačni uvod i puno širu sliku od one koja će biti obrađena u ovom diplomskom radu. Bilješke s predavanja [2] istog autora odgovaraju puno bliže sadržaju diplomskog rada, ali treba imati na umu da su napisane sa značajno manje detalja nego prethodno spomenute knjige.

### Literatura:

1. Béla Bollobás i Oliver Riordan. *Percolation*. Cambridge University Press, New York, 2006. url: <https://doi.org/10.1017/CB09781139167383>
2. Hugo Duminil-Copin. *Introduction to Bernoulli percolation*. 2018. url: <https://www.ihes.fr/~duminil/publi/2017percolation.pdf>
3. Hugo Duminil-Copin. *Sixty years of percolation*. Proceedings of the International Congress of Mathematicians–Rio de Janeiro 2018. Vol. IV. Invited lectures. World Sci. Publ., 2018.
4. Geoffrey Grimmett. *Percolation*. Springer-Verlag, 1999. url: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-03981-6>

**Mentor:** Mrazović Rudi

## Vremena miješanja

**Područje:** vjerojatnost

**Prikladno za studij:** svi studiji (i Biomedicinska matematika)

**Preduvjeti:** Markovljevi lanci

**Naslov na engleskom:** Mixing Times

**Opis teme:** Pretpostavimo da imamo standardni špil od 52 karte, te ga miješamo koristeći uobičajeni *riffle shuffle* – špil prepolovimo te dvije polovice “isprepletemo” natrag u jedan špil. Koliko je najmanje ovakvih miješanja potrebno da bi špil s velikom vjerojatnošću bio dobro izmiješan? Slavni rezultat Bayera i Diaconisa [1] (o kojem je svojedobno pisao i *New York Times* [3]) govori da je odgovor na ovo pitanje sedam! Štoviše, pokazuje se da je sa samo jednim miješanjem manje s velikom vjerojatnošću špil i dalje jako loše izmiješan.

Cilj ovog diplomskog rada je dati uvod u vremena miješanja Markovljevih lanca, iznimno bogato područje koje možemo smatrati generalizacijom prethodno spomenutog rezultata o miješanju špilova karata.

Ovisno o afinitetima studenta, diplomski rad može ići u nekoliko mogućih smjerova. Knjiga Levina i Peresa [4] je iznimno lijepo napisana te predstavlja odličan uvod u područje. Berestyckijeve bilješke s predavanja [2] obrađuju slično gradivo u nešto kompaktnijem obliku. Salezove bilješke s predavanja [5] se nešto više koncentriraju na suvremene rezultate.

### Literatura:

1. Dave Bayer i Persi Diaconis. *Trailing the dovetail shuffle to its lair*. *Ann. Appl. Probab.* 2.2 (1992.), str. 294–313. url: <https://doi.org/10.1214/aoap/1177005705>
2. Nathanaël Berestycki. *Mixing Times of Markov Chains: Techniques and Examples*. 2019. url: <https://personal.math.ubc.ca/~jhermon/Mixing/mixing3.pdf>
3. Gina Kolata. *In Shuffling Cards, 7 Is Winning Number*. *The New York Times* (9. siječnja 1990.). url: <https://www.nytimes.com/1990/01/09/science/in-shuffling-cards-7-is-winning-number.html>
4. David A. Levin i Yuval Peres. *Markov chains and mixing times*. American Mathematical Society, 2017. url: <https://doi.org/10.1090/mbk/107>
5. Justin Salez. *Mixing Times of Markov Chains*. 2024. url: <https://www.ceremade.dauphine.fr/~salez/mix.pdf>

**Mentor:** Najman Filip

## Sigurno računanje među više sudionika

**Područje:** Kriptografija

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** -

**Naslov na engleskom:** Secure Multi Party Computation

**Opis teme:** Sigurno računanje među više sudionika (Secure Multi-Party Computation, SMPC) predstavlja skup tehnika koje omogućuju grupama neovisnih sudionika da zajednički izvrše računanje nad osjetljivim podacima, pri čemu niti jedan sudionik ne otkriva svoje privatne podatke drugim sudionicima. Ova tehnologija omogućava da se obrade informacije na način koji jamči povjerljivost, integritet i privatnost podataka, čak i kada se podaci nalaze u rukama različitih strana. SMPC se široko primjenjuje u područjima poput zaštite privatnosti, distribuiranih sustava, blockchain tehnologije, financijskih usluga i zdravstvenih istraživanja. U ovom diplomskom radu će se obraditi glavne matematičke tehnike i protokoli koji se koriste za SMPC.

**Literatura:**

J. Katz, Y.Lindell, Introduction to Modern Cryptography, CRC Press, 2007

W. Stallings, Cryptography and Network Security, Pearson, 2003

A. Yao, Secure Multiparty Computation, ACM Transactions on Mathematical Software 1982

**Mentor:** Najman Filip

## Teorija igara i kriptografija

**Područje:** Kriptografija, teorija igara

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Game theory and cryptography

**Opis teme:** I teorija igara i kriptografija bave se dizajniranjem i analizom algoritama za kooperativne interakcije među stranama koje mogu imati oprečne interese. Međutim, te su dvije discipline razvile različite ciljeve i formalizme. U ovom diplomskom radu će se istražiti nedavne međusobne razmjene ideja između tih dviju disciplina, to jest primjene ideje iz jedne disciplina na drugu.

**Literatura:**

J. Katz. Bridging Game Theory and Cryptography: Recent Results and Future Directions. 5th TCC, Springer-Verlag (LNCS 4948), 251–272, 2008.

Y. Dodis, S. Halevi and T. Rabin. A Cryptographic Solution to a Game Theoretic Problem. CRYPTO'00. Springer-Verlag (LNCS 1880), 112–130, 2000

S. Izmalkov, M. Lepinski and S. Micali. Verifiably Secure Devices. 5th TCC, Springer-Verlag (LNCS 4948), 273–301, 2008.

**Mentor:** Nakić Ivica

## Nelinearno upravljanje linearnim sustavima

**Područje:** Teorija upravljanja

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika

**Preduvjeti:** predznanje obuhvaćeno izbornim modulom Teorija upravljanja

**Naslov na engleskom:** Nonlinear control of linear systems

**Opis teme:** Svaki upravljač u praksi ima ograničenja s obzirom na upravljački signal budući da je maksimalna snaga upravljanja uvijek konačna. Dakle, svaki realni sustav ima ulazna ograničenja. Posljedica ove činjenice je da je upravljačka petlja zapravo uvijek nelinearna, neovisno o (ne)linearnosti sustava. U diplomskom radu student bi prikazao neke tehnike za konstrukciju nelinearnih upravljača za linearne sustave uključujući upravljače varijabilne strukture i vremenski optimalne upravljače. Opisane tehnike bile bi ilustrirane numeričkim primjerima baziranim na realnim sustavima.

### Literatura:

J. Adamy, *Nonlinear Systems and Controls*, 2nd ed, Springer, (2024)

M. Nagahara, *Sparsity methods for systems and control*, now Publishers, (2020)

**Mentor:** Orel Ognjen

## Metode za pronalazak znanja iz podataka u grafovskim bazama podataka

**Područje:** Podatkovno inženjerstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Napredne baze podataka

**Naslov na engleskom:** Knowledge extraction methods in graph databases

**Opis teme:** Stvaranjem sustava za upravljanje bazama podataka koje za reprezentaciju podataka koriste model grafa (grafovske baze podataka) u modernom se računarstvu nanovo popularizira uporaba grafova u svrhu prikaza i pohrane podataka. Model grafa je u brojnim domenama prikladniji za prikaz realnog svijeta od klasičnih načina pohrane u bazama podataka. Stoga u dodatni fokus ulaze i mjere grafova i algoritmi nad grafovima, a kako bi se došlo do dodatnog znanja iz podataka pohranjenih u grafovima.

U ovom diplomskom radu će student obraditi neke od mjera i algoritama koji se koriste u svrhu pronalaska znanja iz podataka u grafovima te će prikazati mogućnosti korištenja tih mjera i algoritama unutar sustava za upravljanje grafovskim bazama podataka. Prikazano će demonstrirati kroz izgrađenu grafovsku bazu podataka u popularnim sustavima za upravljanje grafovskim bazama podataka.

### Literatura:

Nastavni materijali iz kolegija Diskretna matematika

Neo4j Graph Data Science Library - <https://neo4j.com/docs/graph-data-science/>

Memgraph MAGE platforma - <https://memgraph.com/docs/advanced-algorithms>

**Mentor:** Orel Ognjen

## Primjena matematičkih metoda u poslovnoj inteligenciji

**Područje:** Podatkovno inženjerstvo

**Prikladno za studij:** Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Poslovna inteligencija, Statistika

**Naslov na engleskom:** Mathematical methods application in business intelligence

**Opis teme:** Poslovna inteligencija se bavi prikupljanjem, organiziranjem i analizom podataka u cilju ostvarenja preduvjeta za informirano donošenje poslovnih odluka. Pri tome se poslovanje odnosi na upravljanje različitim sustavima, poput nacionalne ili lokalne uprave, poslovne organizacije, sustava obrazovanja, sustava obrane i sl. Uporabom različitih matematičkih metoda, poput deskriptivne statistike, linearne regresije, ARIMA modela ili linearnog programiranja, se obogaćuju alati poslovne inteligencije.

U ovom diplomskom radu će student opisati metode prikupljanja i organiziranja podataka u skladište podataka te će demonstrirati primjenu nekih od navedenih matematičkih metoda nad tim podacima.

### Literatura:

Nastavni materijali iz kolegija Poslovna inteligencija te Statistika

Tečajevi za samostalno učenje uporabe programskog sustava Tableau - <https://www.tableau.com/learn/training/elearning>

R for Data Science, Data Visualisation - <https://r4ds.had.co.nz/data-visualisation.html>

**Mentor:** Orel Ognjen

## Detekcija anomalija u skupovima podataka

**Područje:** Podatkovno inženjerstvo

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Računarstvo i matematika

**Preduvjeti:** Napredne baze podataka

**Naslov na engleskom:** Anomaly detection in datasets

**Opis teme:** U svijetu se prikuplja sve više i više podataka iz različitih izvora, a veliki dio njih je generiran strojno, u obliku zapisa različitih senzora ili jednostavno dnevnika funkcioniranja pojedinih aplikacija. U tom kontekstu, analiza tih velikih skupova podataka postaje zanimljiva iz više razloga. Analizama je moguće zaključiti uobičajene obrasce ponašanja pojedinih korisnika ili pronaći uzorke funkcioniranja cijelih sustava (eng. pattern mining), no još je zanimljiviji pronalazak odstupanja od tih uobičajenosti. Takve anomalije mogu značiti potencijalne zlouporabe sustava ili na neki drugi način signalizirati potencijalne izazove koje je potrebno riješiti. Algoritmi i metode za pronalazak anomalija u skupovima podataka su često srodno s algoritmima za klasterizaciju podataka, odnosno prepoznavanje sličnosti u skupovima podataka. U ovom će radu student prikazati neke od algoritama za klasterizaciju te algoritama za detekciju anomalija u skupovima podataka te demonstrirati njihov rad na konkretnom, javno dostupnom, skupu podataka.

### Literatura:

Akademski tekstovi i skupovi podataka vezani za detekciju anomalija - <https://paperswithcode.com/task/anomaly-detection>

Uvod u detekciju anomalija i samostalni tečajevi za detekciju anomalija u Pyhtonu i R-u - <https://www.datacamp.com/tutorial/introduction-to-anomaly-detection>

Scitovski, Rudolf ; Briš Alić, Martina: Grupiranje podataka. Osijek: Odjel za matematiku, Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, 2016 - <https://www.unios.hr/wp-content/uploads/2016/11/Grupiranje-podataka-ASP-2016.pdf>

**Mentor:** Pejković Tomislav

## Djeljivost u rekurzivno zadanim nizovima

**Područje:** teorija brojeva

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Računarstvo i matematika, Matematika; smjer: nastavnički, Matematika i informatika; smjer: nastavnički, Matematika i fizika; smjer: nastavnički

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Divisibility in Recurrence Sequences

**Opis teme:** U radu će biti promatrana pitanja vezana uz djeljivost u nizovima cijelih brojeva koji zadovoljavaju linearne homogene rekurzije drugog reda s konstantnim koeficijentima.

**Literatura:**

J.L. Lehman, *Quadratic Number Theory: An Invitation to Algebraic Methods in the Higher Arithmetic*, AMS/MAA Press, 2019.

A. Dujella, *Teorija brojeva*, Školska knjiga, 2019.

**Mentor:** Pezer Martina

**Suvoditelj:** Planinić Hrvoje

## Društveno-ekonomski čimbenici kvalitete života starijih osoba

**Područje:** Ekonomika javnog sektora

**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Ekonomika javnog sektora

**Naslov na engleskom:** Socio-economic factors of the quality of life of the elderly

**Opis teme:** Udio stanovništva starijeg od 65 godina raste brže od svih drugih dobnih skupina. Starenje stanovništva izaziva zabrinutost zbog povećanja troškova zdravstvene skrbi i mirovina te pada životnog standarda. Ovakav trend zahtijeva razumijevanje čimbenika koji utječu na život starijih osoba. Cilj je ovog rada analizirati s pomoću anketnih podataka iz projekta SHARE (*Survey of Health, Ageing and Retirement in Europe*) kako varijable poput mirovine, obrazovanja i obiteljske podrške utječu na pokazatelje kvalitete života starijih ljudi poput zdravlja, neovisnosti i subjektivne dobrobiti. Student/ica će se upoznati s literaturom o starenju stanovništva i anketnim podacima, te koristiti statističke metode poput logističke i linearne regresije te deskriptivnu i komparativnu analizu.

### Literatura:

easySHARE: (<https://share-eric.eu/data/data-set-details/easyshare>)

SHARE: (<https://share-eric.eu/>)

Brandt, M. et al. (2023). Social inequalities and the wellbeing of family caregivers across European care regimes. *Journal of Family Research*, 35, 181–195. (<https://doi.org/10.20377/jfr-861>)

Cullati, S. et al. (2023). Childhood Socioeconomic Disadvantage and Health in the Second Half of Life: The Role of Gender and Welfare States in the Life Course of Europeans. In: Spini, D., Widmer, E. (eds), *Withstanding Vulnerability throughout Adult Life*. Palgrave Macmillan, Singapore. ([https://doi.org/10.1007/978-981-19-4567-0\\_14](https://doi.org/10.1007/978-981-19-4567-0_14))

Bonsang, E., Skirbekk, V. (2022). Does Childbearing Affect Cognitive Health in Later Life? Evidence From an Instrumental Variable Approach. *Demography*, 59(3), 975–994. (<https://doi.org/10.1215/00703370-9930490>)

**Mentor:** Pezer Martina**Suvoditelj:** Wagner Vanja

## Rasprostranjenost i moguće odrednice neprijavljenog rada

**Područje:** Ekonomika javnog sektora**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika**Preduvjeti:** Ekonomika javnog sektora**Naslov na engleskom:** Prevalence and possible determinants of undeclared work

**Opis teme:** Neprijavljeni rad, kolokvijalno poznat kao 'rad na crno', označava sve plaćene aktivnosti koje su zakonite same po sebi, ali ostaju neprijavljene institucijama zbog: a) izbjegavanja plaćanja poreza i/ili doprinosa za socijalno osiguranje; b) zaobilaska pojedinih odrednica radnog zakonodavstva (primjerice o minimalnoj plaći, najvećem dopuštenom broju radnih sati, sigurnosnim standardima, i sl.) i/ili; c) zaobilaska administrativnih procedura (primjerice, kod kratkotrajnog zaposlenja). Neprijavljeni rad ugrožava društvenu koheziju, javne financije i sigurnost radnika. Cilj je ovog rada utvrditi moguće odrednice te rasprostranjenost pružanja i korištenja proizvoda i usluga 'na crno' u Republici Hrvatskoj i/ili EU-u. Student/ica će se upoznati s literaturom o neprijavljenom radu i anketnim upitnicima Eurobarometra, te koristiti statističke metode poput logističke regresije te deskriptivnu i komparativnu analizu.

**Literatura:**

Eurobarometer (2020). Undeclared work in the European Union. (<https://europa.eu/eurobarometer/surveys/detail/2250>)

Williams, C. et al. (2017). An evaluation of the scale of undeclared work in the European Union and its structural determinants: Estimates using the labour input method. (<https://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm?abstractid=3092080>)

Franić, J. (2024). What do we really know about the drivers of undeclared work? An evaluation of the current state of affairs using machine learning. *AI & Society*, 39, 597–616. (<https://doi.org/10.1007/s00146-022-01490-3>)

Williams, C.C. & Franić, J. (2015). Tackling the propensity towards undeclared work: Some policy lessons from Croatia. *South East European Journal of Economics and Business*, 10, 18–31. (<https://doi.org/10.1515/jeb-2015-0003>)

**Mentor:** Pezer Martina

**Suvoditelj:** Wagner Vanja

## Analiza adekvatnosti potpora za djecu u smanjenju rizika od siromaštva

**Područje:** Ekonomika javnog sektora

**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Ekonomika javnog sektora

**Naslov na engleskom:** Analysis of the adequacy of support for children in reducing the risk of poverty

**Opis teme:** Proračunski rashodi uključuju i financijsku potporu namijenjenu isključivo obiteljima i djeci. Takve potpore imaju višestruku ulogu: kompenzaciju troškova djece, smanjenje siromaštva, ulaganje u razvoj i dobrobit djece, potpora su fertilitetu, promiču rodnu ravnopravnost i mogu povećati zaposlenost žena te ravnotežu obiteljskog i poslovnog života. One mogu biti novčane, u naravi ili usluge. Cilj je ovog rada primjenom mikrosimulacijskog modela poreza i socijalnih naknada za Europsku uniju, EUROMOD, te hipotetskih i/ili anketnih podataka analizirati jesu li potpore dostatne u pokrivanju rizika od siromaštva kućanstava s djecom u Hrvatskoj i/ili odabranim članicama EU-a. Student/ica će se upoznati s literaturom o socijalnim naknadama i poreznim olakšicama, preraspodjelom dohotka i izdatcima za siromašne. Analiza će se provesti primjenom aritmetičkog mikrosimulacijskog modela.

### Literatura:

Van Havere, Nieuwenhuis, Thaning, Van Lancker & Bartova (2024). Eligibility and benefit adequacy for families in the tax-benefit system: Micro-simulations using EUROMOD. *rEUsilience working paper*. (<https://doi.org/10.31219/osf.io/n48jw>)

Urban, I., Pezer, M. (2020). Compensation for Households with Children in Croatia, Slovenia and Austria. *Social Indicators Research*, 147, 203–235. (<https://doi.org/10.1007/s11205-019-02150-8>)

Sutherland, H., & Figari, F. (2013). EUROMOD: the European Union tax-benefit microsimulation model. *International Journal of Microsimulation*, 6(1), 4–26.

EUROMOD - Tax-benefit microsimulation model for the European Union: (<https://euromod-web.jrc.ec.europa.eu/download-euromod>)

**Mentor:** Pezer Martina

**Suvoditelj:** Planinić Hrvoje

## Analiza koruptivnog rizika u javnoj nabavi

**Područje:** Ekonomika javnog sektora

**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Ekonomika javnog sektora

**Naslov na engleskom:** Corruption risk analysis in public procurement

**Opis teme:** U zemljama OECD-a vrijednost javne nabave je i do 30% ukupnih državnih troškova i stoga znatno utječe na ukupni gospodarski i socijalni razvoj. Međutim, javna nabava je jedna od aktivnosti vlade najsklonija korupciji. Budući da je korupcija u javnoj nabavi itekako prisutna i u Hrvatskoj, cilj je ovog rada utvrditi postoje li razlike u korupcijskom riziku po ekonomskim sektorima, koji su važni pokazatelji rizika te istražiti eventualne promjene u višegodišnjem razdoblju. Student/ica će se upoznati s literaturom o korupciji i integritetu u javnoj nabavi i bazama podataka o javnoj nabavi, te koristiti statističke metode poput klaster analize i linearne regresije.

### Literatura:

SELDI (2022): Public Procurement Integrity in Southeast Europe: Mechanisms, Red Flags, and State-Owned Enterprises in the Energy Sector (<https://bit.ly/308h2ti>)  
Fazekas, Mihály, & Kocsis, Gábor, (2020), Uncovering High-Level Corruption: Cross-National Corruption Proxies Using Public Procurement Data. *British Journal of Political Science*, 50(1)

OECD (2016): Preventing Corruption in Public Procurement (<https://bit.ly/3txh1WG>)

World Bank Group (2013): Fraud and corruption awareness handbook: how it works and what to look for (<https://bit.ly/3E65wuc>)

Budak, J. (2016) Korupcija u javnoj nabavi: trebamo li novi model istraživanja za Hrvatsku?. *Ekonomski pregled: mjesečnik Hrvatskog društva ekonomista Zagreb*, 67 (4), 306-327.

Vuković, V. HUB Think Tank broj 5: Korupcija u javnim nabavama (<https://www.hub.hr/hr/hub-think-tank-broj-5-korupcija-u-javnim-nabavama>)

Opendender: <https://opentender.eu/start>

**Mentor:** Planinić Hrvoje

## Točkovni procesi na linearnim mrežama i primjene

**Područje:** Statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Vjerojatnost, Statistika

**Naslov na engleskom:** Point processes on linear networks with applications

**Opis teme:** Točkovni procesi u ravnini predstavljaju vjerojatnosni model za konfiguracije točaka u ravnini – npr. položaje stabala u šumi. Standardni pojmovi za točkovne procese uključuju pojam intenziteta te funkcije korelacije koji se onda procjenjuju iz dane konfiguracije, a osnovni model je tzv. Poissonov točkovni proces. Ipak, u mnogim primjena točke u konfiguraciji leže na zadanoj *mreži linija* – npr. ako promatramo pozicije sudara automobila u nekom gradu. Cilj ovog rada je objasniti kako se osnovni pojmovi i statističke metode za klasične točkovne procese u ravnini mogu prilagoditi tako da uzimaju u obzir geometriju dane mreže. Poseban naglasak stavit će se na praktičnu implementaciju koristeći npr. paket *spatstat* u programskom okruženju R.

### Literatura:

Baddeley, Adrian, Ege Rubak, and Rolf Turner. *Spatial point patterns: methodology and applications with R*. CRC press, 2015.

Okabe, Atsuyuki, and Kokichi Sugihara. *Spatial analysis along networks: statistical and computational methods*. John Wiley & Sons, 2012.

**Mentor:** Planinić Hrvoje

## Skriveni Markovljevi modeli i primjene

**Područje:** Vjerojatnost, Statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** Vjerojatnost, Statistika

**Naslov na engleskom:** Hidden Markov models with applications

**Opis teme:** Skriveni Markovljevi modeli predstavljaju familiju slučajnih procesa u kojima distribucija koja generira podatke ovisi o pozadinskom Markovljevom lancu kojega ne opažamo. Ovi modeli su matematički relativno jednostavni, ali su jako fleksibilni te se mogu koristiti za analizu raznih vrsta vremenskih nizova. Cilj ovog rada je obraditi osnovne pojmove vezane uz jednodimenzionalne skrivene Markovljeve modele te ilustrirati njihovu primjenu na nekoliko skupova podataka, uz poseban naglasak na Poissonov skriveni Markovljev model.

**Literatura:**

Zucchini, Walter, and Iain L. MacDonald. *Hidden Markov models for time series: an introduction using R*. Chapman and Hall/CRC, 2009.

Bishop, Christopher M., and Nasser M. Nasrabadi. *Pattern recognition and machine learning*. Vol. 4. No. 4. New York: Springer, 2006.

**Mentor:** Prlić Ana

## Matrične dekompozicije

**Područje:** Linearna algebra

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Matrix decompositions

**Opis teme:** U radu će biti obrađene različite dekompozicije matrica, kao što su LU, QR, SVD dekompozicije. Također će biti pojašnjeno kako nam dekomponiranje matrica olakšava rješavanje sustava linearnih jednažbi.

### Literatura:

1. Lj. Arambašić, *Linearna algebra*, Element, Zagreb, 2022.
2. E. Jarlebring, *QR algorithm*, Lecture notes in numerical linear algebra, 2014. <https://www.math.kth.se/na/SF2524/matber15/qrmeth.pdf>
3. G.W. Stewart, Gilbert W. *Matrix algorithms, Volume 1 : Basic decomposition*, SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics, 1982.
4. N. Truhar, *Numerička linearna algebra*, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Odjel za matematiku, 2010. <https://www.mathos.unios.hr/~ntruhar/NLA.pdf>

**Mentor:** Prlić Ana

## Metoda najmanjih kvadrata

**Područje:** Matematička analiza, Linearna algebra

**Prikladno za studij:** Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** The Method of Least Squares

**Opis teme:** U ovom diplomskom će biti pokazano kako se problem najmanjih kvadrata može riješiti korištenjem alata linearne algebre, kao i korištenjem alata matematičke analize. Drugi dio rada bit će posvećen raznim primjenama metode najmanjih kvadrata u fizici, ekonomiji i kod kompresija slika.

### Literatura:

1. Lj. Arambašić, *Linearna algebra*, Element, Zagreb, 2022.
2. Z. Drmač, V. Hari, M. Marušić, M. Rogina, S. Singer i S. Singer: Numerička analiza, predavanja i vježbe [https://web.math.pmf.unizg.hr/~rogina/2001096/num\\_anal.pdf](https://web.math.pmf.unizg.hr/~rogina/2001096/num_anal.pdf)
3. S. Singer, Numerička matematika, predavanja, PMF, [https://web.math.pmf.unizg.hr/~singer/num\\_anal/NA\\_0910/nm\\_08.pdf](https://web.math.pmf.unizg.hr/~singer/num_anal/NA_0910/nm_08.pdf)
4. J. Wolberg, *Data Analysis Using the Method of Least Squares*, Springer, 2006.
5. S. Širca, *Probability for Physicists*, Springer, 2016.

**Mentor:** Radulović Marko

## Matematičko modeliranje zaraznih bolesti

**Područje:** Matematičko modeliranje, diferencijalne jednačbe

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Mathematical modeling of infectious diseases

**Opis teme:** U ovome radu modeliramo dinamiku zaraznih bolesti diferencijalnim jednačbama. Osim modeliranja širenja bolesti, proučavati će se i modeli za liječenje te kontrolu epidemija.

**Literatura:**

J. D. Murray, *Mathematical Biology I: An Introduction*, Springer, 2001.

J. D. Murray, *Mathematical Biology: II: Spatial Models and Biomedical Applications*, Springer, 2003.

**Mentor:** Radulović Marko

## Optimizacija portfelja

**Područje:** Matematičko modeliranje, financijska matematika

**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Portfolio optimization

**Opis teme:** U ovome radu bavit ćemo se stohastičkim modelima za optimalno investiranje i kontrolu rizika. Prezentirat ćemo modele u diskretnom vremenu te proučavati vremenski neprekidne probleme za optimizaciju portfelja.

**Literatura:**

M. Capinski, T. J. Zastawniak, *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*, Springer, 2003.

R. Korn, *Optimal Portfolios: Stochastic Models for Optimal Investment and Risk Management in Continuous Time*, Word Scientific, 1997.

**Mentor:** Radulović Marko

## Statistički modeli financijskih tržišta

**Područje:** Matematičko modeliranje, financijska matematika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Statistical models for financial markets

**Opis teme:** Proučavamo brojne statističke modele i metode za financijska tržišta. Fokus će biti na osnovnim investicijskim modelima i njihovoj statističkoj analizi, parametarskim statističkim modelima te modeliranju vremenskih nizova.

**Literatura:**

T. L. Lai, H. Xing, *Statistical Models and Methods for Financial Markets*, Springer, 2008.  
T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman, *The elements of statistical learning*, Springer, 2009.

**Mentor:** Radulović Marko

## Modeliranje kreditnog rizika

**Područje:** Matematičko modeliranje, financijska matematika

**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika, Matematika; smjer: nastavnički

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Modeling of credit risk

**Opis teme:** U ovome diplomskom radu bavit ćemo se modeliranjem kreditnog rizika. Posebna pažnja će se posvetiti modeliranju pokrivenih kreditnih obveza koje čine vrlo važnu klasu vrijednosnih papira pokrivenih imovinom.

**Literatura:**

C. Bluhm, L. Overbeck, C. Wagner, *An Introduction to Credit Risk Modeling*, Chapman & Hall, 2003.

T. R. Bielecki, M. Rutkowski, *Credit Risk: Modeling, Valuation and Hedging*, Springer, 2002.

**Mentor:** Radunović Goran

## Fraktalna svojstva grafova nigdje diferencijabilnih funkcija

**Područje:** fraktalna geometrija, realna analiza

**Prikladno za studij:** svi studiji (osim Biomedicinske matematike)

**Preduvjeti:** metrički prostori

**Naslov na engleskom:** Fractal properties of graphs of nowhere differentiable functions

**Opis teme:** Proučavala bi se fraktalna svojstva grafova neprekidnih funkcija koje nisu nigdje diferencijabilne. Neke od poznatih takvih funkcija su Knoppova i Weierstrassova. Prethodno bi se uveo pojam fraktalne dimenzije te proučila glavna svojstva.

**Literatura:**

C. Tricot, *Curves and Fractal Dimension*, Springer, 1995.

K. Falconer, *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications*, 3rd Edition, Wiley, 2014.

**Mentor:** Resman Maja

## Ergodička teorija i primjene u dinamičkim sustavima

**Područje:** dinamički sustavi, vjerojatnost

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Primijenjena matematika, Matematička statistika, Računarstvo i matematika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Ergodic theory and applications in dynamical systems

**Opis teme:** U radu se razvijaju osnove ergodičke teorije, te teoremi kao Liouvilleov i ergodički teoremi. Obrađuju se primjeri iz dinamičkih sustava i statističke mehanike. Kako u praksi obično ne znamo niti u jednom trenutku determinističko stanje sustava, postavlja se pitanje vjerojatnosti da se sustav nađe u nekom stanju u danom trenutku. Također nas zanima i asimptotsko ponašanje sustava protokom vremena. Promatraju se asimptotska svojstva tokova koji čuvaju volumen ili neku drugu mjeru.

### Literatura:

Halmos, P.R., Lectures on ergodic theory, Dover publications, New York (2017)  
L.A. Bunimovich , S.G. Dani , R.L. Dobrushin , M.V. Jakobson , I.P. Kornfeld , N.B. Maslova , Ya.B. Pesin , Ya.G. Sinai , J. Smillie , Yu.M. Sukhov , A.M. Vershik, Dynamical systems, ergodic theory and applications. Springer-Verlag Berlin Heidelberg (2000)

**Mentor:** Sandrić Nikola

## Harmonijska analiza i slučajni procesi

**Područje:** Slučajni procesi, harmonijska analiza, strojno učenje

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Teorija vjerojatnosti, slučajni procesi

**Naslov na engleskom:** Harmonic analysis and stochastic processes

**Opis teme:** Cilj ovog rada je primijeniti određene rezultate i tehnike harmonijske analize na analizu slučajnih procesa, odnosno podataka koje isti modeliraju. Poseban fokus biti će na stabilnim Levyjevim procesima i općenito samosličnim procesima. Ovaj pristup pokazuje se korisnim jer daje podlogu za primjenu različitih modela strojnog učenja.

### Literatura:

N. Sarapa: Teorija vjerojatnosti

S. Kurepa: Funkcionalna analiza - elementi teorije operatora

I. Daubechies: Ten Lectures on Wavelets

K. Sato: Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions

P. Embrechts, M. Maejima: Selfsimilar Processes

T. Hastie, R. Tibshirani, J. Friedman: Elements of Statistical Learning

C. Aggarwal: Neural Networks and Deep Learning

**Mentor:** Sandrić Nikola

## SARIMA modeli i njihova primjena

**Područje:** Teorija vjerojatnosti i matematička statistika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preduvjeti:** Ekonometrija, Vremenski nizovi

**Naslov na engleskom:** SARIMA models and their application

**Opis teme:** SARIMA modeli predstavljaju snažan alat u analizi i predviđanju nestacionarnih vremenskih nizova. Cilj ovog rada je dotaknuti se ključnih pojmova analize vremenskih nizova kao što su stacionarnost, metode uklanjanje trenda i sezonalnosti, autokorelacijska i autokovarijacijska funkcija te SARIMA modeli. Najveći naglasak biti će na SARIMA modelima, njihovoj identifikaciji, analizi kvalitete modela te predviđanjima. Nakon obrađenog teorijskog dijela rada, prikazani rezultati biti će primijenjeni na stvarne podatke.

### Literatura:

P. J. Brockwell, R. A. Davis: Introduction to Time Series and Forecasting, Springer, 2002.

P. J. Brockwell, R. A. Davis: Time Series: Theory and Methods, Springer, 1991.

C. Planas: Applied Time Series Analysis: Modelling, Forecasting, Unobserved Components Analysis and the Wiener-Kolmogorov Filter

W. N. Venables, B. D. Ripley: Modern Applied Statistics with S-Plus, Springer, 1994.

**Mentor:** Slijepčević Siniša

## Regresijska stabla odluke i primjena u osiguranju

**Područje:** Matematička statistika

**Prikladno za studij:** svi studiji (osim Biomedicinske matematike)

**Preduvjeti:** Statistika

**Naslov na engleskom:** Regression decision trees and applications to the insurance industry

**Opis teme:** U radu će se obraditi matematička pozadina statističkih modela "regresijska stabla odluke", te primjena na aktuarstvo (osiguranje), s konkretnim podacima za obradu primjera.

**Literatura:**

Michel Denuit, Donatien Hainaut, Julien Trufin - Effective Statistical Learning Methods for Actuaries II: Tree-Based Methods and Extensions, Springer (2021)

**Mentor:** Slijepčević Siniša

## Modeli slučajnih šuma i primjena u osiguranju

**Područje:** Matematička statistika

**Prikladno za studij:** svi studiji (osim Biomedicinske matematike)

**Preduvjeti:** Statistika

**Naslov na engleskom:** Random forest models and applications to the insurance industry

**Opis teme:** U radu će se obraditi matematička pozadina statističkih modela slučajnih šuma, te primjena na konkretan problem iz osiguranja (s podacima).

**Literatura:**

Michel Denuit, Donatien Hainaut, Julien Trufin - Effective Statistical Learning Methods for Actuaries II: Tree-Based Methods and Extensions, Springer (2011)

**Mentor:** Slijepčević Siniša

## Višeparametarska linearna regresija i utjecaj bacanja novčića na sreću u životu

**Područje:** Matematička statistika

**Prikladno za studij:** svi studiji (osim Biomedicinske matematike)

**Preduvjeti:** Statistika

**Naslov na engleskom:** Multivariate linear regression and the impact of a coin toss to life happiness

**Opis teme:** U diplomskom radu će se obraditi teorijska pozadina raznih statističkih metoda (uključujući višeparametarsku linearnu regresiju), te njihova primjena na rad S. Levitta iz behavioralne ekonomije o donošenju životnih odluka.

**Literatura:**

S. D. Levitt, Heads or Tails: The Impact of a Coin Toss on Major Life Decisions and Subsequent Happiness, *The Review of Economic Studies* 88 (2021)

**Mentor:** Šain Glibić Ivana

## Eulerova metoda za numeričko rješavanje stohastičkih diferencijalnih jednažbi

**Područje:** Numerička matematika

**Prikladno za studij:** Matematička statistika

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Euler method for numerical solution of stochastic differential equations

**Opis teme:** Stohastičke diferencijalne jednažbe (SDJ) su diferencijalne jednažbe kod kojih je jedan ili više koeficijenata jednažbe slučajna varijabla. Prema tome, rješenje ovakvih jednažbi je također slučajna varijabla. SDJ imaju mnoge primjene u financijskoj matematici, npr. koriste se za modeliranje kretanja cijena rizičnih imovina.

U ovom radu će se definirati stohastičke diferencijalne jednažbe i obraditi teorija potrebna za njihovo rješavanje. Nakon toga će se obraditi Eulerova metoda za njihovo numeričko rješavanje. Dokazat će se teorem o jakoj konvergenciji Eulerove metode. Nakon toga će se metoda testirati na odabranom problemu iz primjene.

### Literatura:

Kloeden, Peter E., and Eckhard Platen. "Numerical Solution of Stochastic Differential Equations", Springer, 1992

Zlatko Drmač, Vjeran Hari, Miljenko Marušić, Mladen Rogina, Sanja Singer i Saša Singer, Numerička analiza, PMF-Matematički odjel, Sveučilište u Zagrebu, 2003

**Mentor:** Šain Glibić Ivana

## Neparametarski algoritmi strojnog učenja

**Područje:** Numerička matematika

**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika

**Preuvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Nonparametric machine learning algorithms

**Opis teme:** U ovom radu će se obraditi neki neparameterski algoritmi strojnog učenja. Kod njih, za razliku od parametarskih algoritama, ne pretpostavljamo unaprijed odnos između varijabli. Zbog toga imamo veću slobodu naučiti o tom odnosu iz podataka za učenje. Proučavat će se neki od algoritama  $k$ - najbližih susjeda, stabla odlučivanja i *support vector machine* (SVM).

Algoritmi će se primjeniti na nekom od problema financijskog tržišta (npr. kretanje dionica). To će omogućiti testiranje i analizu metoda na osnovu dobivenih rezultata. Testiranje će se izvršiti u programskom jeziku po odabiru studenta.

**Literatura:**

Kevin P. Murphy, Probabilistic Machine Learning: An introduction, MIT Press, 2022.

**Mentor:** Šiftar Juraj

## Desarguesov teorem i kombinatoričke strukture

**Područje:** Geometrija, kombinatorika

**Prikladno za studij:** Teorijska matematika, Matematika; smjer: nastavnički

**Preduvjeti:** Elementarna geometrija, Projektivna geometrija

**Naslov na engleskom:** Desargues' theorem and related combinatorial structures

**Opis teme:** Desarguesov teorem o centralno perspektivnim trokrsima jedan je od ključnih rezultata projektivne geometrije, a posebno je zanimljiv i s kombinatoričkog gledišta. U svom izvornom i prirodnom kontekstu centralnog projiciranja jedne ravnine na drugu, ta tvrdnja iskazuje jednostavnu činjenicu iz stereometrije: ako se trostrana piramida  $ABCV$  presiječe nekom ravninom, pri čemu je  $A'B'C'$  trokut određen sjecištima te ravnine s pobočnim bridovima, parovi pravaca  $AB$  i  $A'B'$ ,  $BC$  i  $B'C'$  te  $CA$  i  $C'A'$  sijeku se u trima točkama nekog pravca  $p$ . Dakle, centralni perspektivitet dva trokuta u različitim ravninama povlači osni perspektivitet. Vrijedi i obrat.

Unutar jedne ravnine, međutim, odgovarajuća tvrdnja općenito ne vrijedi, ali njezina valjanost geometrijski karakterizira klasu projektivnih ravnina (*dezargovske ravnine*) koje se mogu kooordinatizirati algebarskom strukturom tijela, ne nužno komutativnog. Nadalje, parom dezargovskih trokuta zadana je simetrična konfiguracija sastavljena od 10 točaka i 10 pravaca, tako da je svaka točka incidentna s 3 pravca i svaki pravac incidentan s 3 točke. Puna grupa simetrija te konfiguracije izomorfnu je s grupom reda 120 svih permutacija stupnja 5. Konfiguracija se može realizirati u 3-dimenzionalnom prostoru pomoću pet ravnina u općem položaju, a u 4-dimenzionalnom prostoru na temelju regularnog simpleksa.

Desarguesova konfiguracija povezana je na više načina i s grafovima, naročito s grafom kojeg je upravo s tog polazišta otkrio Kempe, a kasnije je postao poznat kao Petersenov graf. Uočena su i proučena još mnoga svojstva s ishodištem u Desarguesovoj konfiguraciji. Svrha ovog rada bit će pregled klasičnih i nekih relativno novih rezultata na tu temu.

### Literatura:

H. S. M. Coxeter, *Projektivna geometrija*, Školska knjiga, Zagreb, 1977.

D. Palman, *Projektivna geometrija*, Školska knjiga, Zagreb, 1984.

J. R. Sylvester, *Geometry: Ancient and Modern*, Oxford University Press, 2001.

J. R. Sylvester, *Desargues, Pascal and Kirkman*, Math. Gazette 104(559) (2020), 125-135.

B. Stroppel, M. Stroppel, *Desargues, doily, dualities and exceptional isomorphisms*, Australasian J. Combinatorics, 57(2013), 251-270.

**Mentor:** Šimić Goran

**Suvoditelj:** Lubura Strunjak Snježana

## Povećana propusnost krvno-moždane barijere i nakupljanje metala u Alzheimerovoj bolesti: analiza omjera metala u likvoru/plazmi i povezanih proteina i neuropsiholoških markera

**Područje:** Biostatistics, Medicine

**Prikladno za studij:** Primijenjena matematika, Biomedicinska matematika

**Preduvjeti:** Probability Theory, Basic knowledge of medicine

**Naslov na engleskom:** Increased blood-brain barrier permeability and metal accumulation in Alzheimer's disease: an analysis of CSF/plasma metal ratios and associated protein and neuropsychological markers

**Opis teme:** In the diploma thesis, the existing data set on the concentrations of metals, metalloids, and trace elements in the blood and cerebrospinal fluid of cognitively healthy (control) subjects, individuals with mild cognitive impairment, and individuals diagnosed with Alzheimer's disease will be analyzed.

### Literatura:

Albert MS, DeKosky ST, Dickson D, Dubois B, Feldman HH, Fox NC, i sur. (2011). The diagnosis of mild cognitive impairment due to Alzheimer's disease: Recommendations from the National Institute on Aging-Alzheimer's Association workgroups on diagnostic guidelines for Alzheimer's disease. *Alzheimer's Dement* 7: 270–279.

Gerhardsson L, Lundh T, Londos E, Minthon L (2011). Cerebrospinal fluid/plasma quotients of essential and non-essential metals in patients with Alzheimer's disease. *J Neural Transm* 118: 957–962.

McKhann GM, Knopman DS, Chertkow H, Hyman BT, Jack CR, Kawas CH, i sur. (2011). The diagnosis of dementia due to Alzheimer's disease: Recommendations from the National Institute on Aging-Alzheimer's Association workgroups on diagnostic guidelines for Alzheimer's disease. *Alzheimer's Dement* 7: 263–269.

Miller SA, Dykes DD, Polesky HF (1988). A simple salting out procedure for extracting DNA from human nucleated cells. *Nucleic Acids Res* 16: 1215.

Nischwitz V, Berthele A, Michalke B (2008). Speciation analysis of selected metals and determination of their total contents in paired serum and cerebrospinal fluid samples: An approach to investigate the permeability of the human blood-cerebrospinal fluid-barrier. *Anal Chim Acta* 627: 258–269.

Petersen RC, Smith GE, Waring SC, Ivnik RJ, Tangalos EG, Kokmen E (1999). Mild cognitive impairment: clinical characterization and outcome. *Arch Neurol* 56: 303–308.

Sheskin DJ. Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures, 2nd ed. Chapman Hall CRC, Boca Raton: 2002.

World Medical Association (2013). World Medical Association Declaration of Helsinki: ethical principles for medical research involving human subjects. JAMA 310: 2191–2194.

Wu W, Ruan X, Gu C, Dan Luo, Ye J, Diao F, i sur. (2023). Blood-cerebrospinal fluid barrier permeability of metals/metalloids and its determinants in pediatric patients. Ecotoxicol Environ Saf 266: 115599.

**Mentor:** Varošanec Sanja

## Baricentrične koordinate u kompleksnoj ravnini

**Područje:** geometrija

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Baricentric Coordinates in the Complex Plane

**Opis teme:** U radu će se definirati baricentrične koordinate točke u kompleksnoj ravnini. Potom će se proučiti različite karakteristične točke trokuta i njemu pridruženi posebni pravci, a promatrana svojstva će se dokazati s pomoću jezika kompleksnih brojeva. Dokazat će se Lagrangeov teorem o baricentru skupa od  $n$  točaka i primijeniti ga pri proučavanju svojstva trokuta.

**Literatura:**

- T. Andreescu, D. Andrica, Complex numbers from A to-Z , Birkhauser, Boston, 2006.
- N. Elezović, Kompleksni brojevi, MMB 8, Element, Zagreb, 2000.
- D. Palman, Trokut i kružnica, Element, Zagreb 1994.

**Mentor:** Varošanec Sanja

## Opisana kružnica trokuta i konstruktivni problemi

**Područje:** geometrija

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Circumcircle of a Triangle and Constructive Problems

**Opis teme:** U radu će se definirati opisana kružnica trokuta i proučiti njezina svojstva. Također, opisat će se teorija euklidskih konstrukcija, a posebno će se razmotriti pitanje nerješivosti konstrukcija ravnalom i šestarom. Potom će se izvesti konstrukcije trokuta u kojima je jedan od zadanih elemenata polumjer ili središte opisane kružnice, odnosno, ukoliko je konstrukcija nemoguća dokazat će se njezina nerješivost. Na kraju će se ova tema povezati s matematičkim natjecanjima.

### Literatura:

D. Palman, Geometrijske konstrukcije, Element, Zagreb, 1996.

D. Palman, Trokut i kružnica, Element, Zagreb, 1994.

B. Pavković, D. Veljan, Elementarna matematika 1, Tehnička knjiga, Zagreb 1992.

J. Švrček, J. Vanžura, Geometrie trojuhelnika, Prag 1988.

S. Varošanec, Konstrukcije trokuta kojemu je zadan polumjer opisane kružnice, Zbornik radova Prvog kongresa nastavnika matematike, Zagreb 5.-7. srpnja 2000., HMD, Zgb, 379-382.

**Mentor:** Varošanec Sanja

## Presjeci tijela u kosoj projekciji

**Područje:** geometrija

**Prikladno za studij:** nastavnički studiji

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Sections of Solid Shapes in an Oblique Projection

**Opis teme:** Definirati kosu projekciju. Konstruirati presjek različitih vrsta tijela i ravnine u Mongeovoj projekciji, uz poseban naglasak na presjeke stošca. Prikazati presjeke tijela pomoću kose projekcije.

**Literatura:**

D. Palman, Nacrtna geometrija, Element, Zagreb 2001.

V. Niče, Deskriptivna geometrija I, II, ŠK, Zagreb, 1986.

**Mentor:** Vrdoljak Marko

## Optimizacija portfelja uz regularizaciju 1-normom

**Područje:** Optimizacija

**Prikladno za studij:** svi studiji (osim Biomedicinske matematike)

**Preduvjeti:** Uvod u optimizaciju

**Naslov na engleskom:** Portfolio optimization using 1-norm regularization

**Opis teme:** U radu se proučavaju zadaće optimizacije portfelja u kojima se u funkciji cilja javlja regularizacijski član 1-norme, koja nije diferencijabilna. Uvođenjem novih varijabli i uvjeta u nekim slučajevima se zadaća svodi na zadaću glatke optimizacije, a u općem slučaju prikladne su metode neglatke (konveksne) analize. Cilj rada je demonstrirati oba pristupa.

**Literatura:**

Joshua Brodie, Ingrid Daubechies, Christine De Mol, Domenico Giannone, Ignace Loris. *Sparse and stable Markowitz portfolios*, PNAS 106 (2009) 12267–12272

Ning Zhang, Jingnan Chen, Gengling Dai. *Portfolio Selection with Regularization*, Asia-Pacific Journal of Operational Research 39 (2022) 1–27

**Mentor:** Vrdoljak Marko

## Mjere rizika i optimizacija

**Područje:** Optimizacija

**Prikladno za studij:** svi studiji (osim Biomedicinske matematike)

**Preduvjeti:** Uvod u optimizaciju

**Naslov na engleskom:** Risk measures and optimization

**Opis teme:** Iako su različita područja pristupila donošenju odluka pod nesigurnošću na donekle različite načine, sada se pojavljuju zajedničke teme: potreba za obuhvaćanjem sklonosti izbjegavanju rizika i nejasnoća vezanih uz nesigurnost, poticanje računalnih metoda i analize te omogućavanje objašnjenja algoritamskih ishoda. Koncept mjera rizika pruža matematički okvir za ujedinjavanje i razumijevanje različitih smjerova te njihove međusobne povezanosti.

**Literatura:**

Shapiro A., Dentcheva D., Ruszczyński A. *Lectures on Stochastic Programming. Modeling and Theory*, SIAM, 2009.

Cornuéjols G., Pena J., Tütüncü R. *Optimization Methods in Finance*, Cambridge University Press, 2018.

**Mentor:** Wagner Vanja

## Numeričke metode za rješavanje stohastičkih diferencijalnih jednažbi

**Područje:** Stohastičke diferencijalne jednažbe

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Numerical methods for solving stochastic differential equations

**Opis teme:** U prvom dijelu rada uvode se pojmovi Itôvog integrala i stohastičkih diferencijalnih jednažbi, te se razmatraju neke osnovne metode njihovog rješavanja. Razmotrit će se i neke osnovne metode simuliranja trajektorija slučajnih procesa određenih jednostavnim stohastičkim diferencijalnim jednažbama. Za kraj promotrit će se neki jednostavniji primjeri Lévyjevih procesa, te njima vođene stohastičke diferencijalne jednažbe.

### Literatura:

S. Asmussen , P.W. Glynn: Stochastic simulation: Algorithms and Analysis, Springer, 2007.

A.E. Kyprianou: Introductory lectures on fluctuations of Lévy processes with applications, Springer, 2014.

**Mentor:** Wagner Vanja

## Gaussovski procesi

**Područje:** Slučajni procesi

**Prikladno za studij:** Matematička statistika, Financijska i poslovna matematika

**Preduvjeti:** nema

**Naslov na engleskom:** Gaussian processes

**Opis teme:** Gaussovi procesi su slučajni procesi čije su konačnodimenzionalne distribucije iz klase multivarijatnih normalnih razdioba. Često se pojavljuju u statističkom modeliranju, obzirom da se brojne karakteristike procesa mogu odrediti eksplicitno, upravo zbog poznavanja konačnodimenzionalnih distribucija i svojstava normalne razdiobe. U radu ćemo promotriti osnovna svojstva Gaussovih procesa i njihovu vezu s pripadnom kovarijacijskom funkcijom.

**Literatura:**

M.B. Marcus ,J. Rosen: Markov Processes, Gaussian Processes and Local Times, 2006.  
S. Asmussen , P.W. Glynn: Stochastic simulation: Algorithms and Analysis, Springer, 2007.

**Mentor:** Wagner Vanja**Suvoditelj:** Tafro Azra

## Primjena kopula u modeliranju rizika

**Područje:** Financijska matematika**Prikladno za studij:** Financijska i poslovna matematika**Preduvjeti:** nema**Naslov na engleskom:** Application of copulas in risk modeling

**Opis teme:** Kopule su višedimenzionalne funkcije distribucije koje se koriste u vjerojatnosnim modelima kako bi se opisala međusobna zavisnost i interakcija više slučajnih varijabli. Prema Sklarovom teoremu, svaka višedimenzionalna distribucija može se prikazati pomoću jednodimenzionalnih marginalnih distribucija i kopule koja opisuje strukturu zavisnosti, što olakšava procjenu te razdiobe. Kopule imaju široku primjenu u financijskoj matematici, primjerice u određivanju cijena, upravljanju i optimizaciji portfelja te u modeliranju rizika. Posebno, rizičnost vrijednosti (eng. Value-at-Risk, VaR) je popularna mjera razine rizika unutar tvrtke, portfelja ili investicijske pozicije u nekom određenom vremenu. U radu će se dati pregled osnovnih svojstava kopula te pokazati njihova primjena u modeliranju rizičnosti, uz ilustraciju u programskom jeziku R.

**Literatura:**

Nelsen R.B., An Introduction to Copulas (2nd ed.), Springer, 2006.

Cherubini U., Luciano E., Vecchiato W., Copula methods in finance, John Wiley & Sons, Ltd., 2004.

Hofert M., Kojadinovic I., Machler M., Yan J., Elements of Copula Modeling with R, Springer, 2018.