

Modeliranje mase središta Mliječnoga puta

Marija Horvat

Fizički odsjek, Prirodoslovno-matematički fakultet, Bijenička cesta 32, Zagreb

Siječanj, 2024

Sažetak

Ovaj rad temelji se na proučavanju mase u okolini središta Mliječnoga puta. Masa same crne rupe Strijelac A* (engl., *Sagittarius A**) može se izračunati na nekoliko načina. U ovom radu računala sam masu primjenom trećeg Keplerovog zakona na orbite zvijezda najbližih središtu, analizom disperzija brzina tih zvijezda te primjenom Plummerovog modela za modeliranje mase oko središta Mliječnoga puta. Podaci korišteni u analizi, prikupljeni su iz raznih znanstvenih članaka objavljenih tijekom zadnjih 30 godina. Pokazano je da se vrijednosti mase dobivene ovim metodama dobro slažu s očekivanjima te da prilagodba Plummerovog modela dobro prati mjerene podatke.

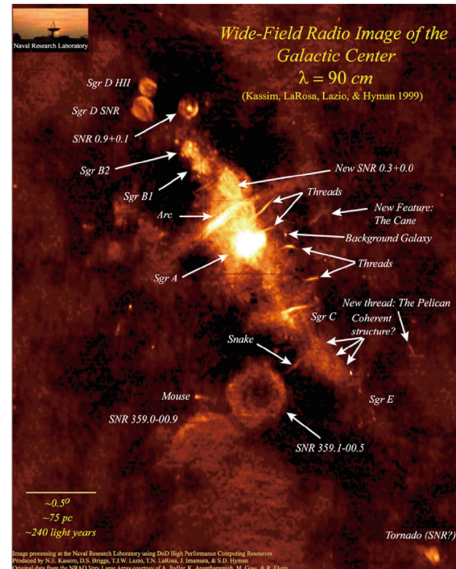
1 Uvod

Još od davne prošlosti astronomi su bili ti koji su izrađujući svoje vlastite teleskope, gledali u nebo i pokušavali detektirati i pronaći nove, još neotkrivene zvijezde. Oni su napravili temelje današnje moderne astronomije koja je od tada mnogo napredovala. Otkrićem drugih planeta, galaksija, tamne tvari, itd. interes za astronomiju i astrofiziku samo je rastao.

Jedne od najintrigantnijih struktura u svemiru zasigurno su crne rupe o kojima danas znamo mnogo, no postoji još jako puno toga što još trebamo saznati o crnim rupama. Ono što ih čini toliko misterioznim je činjenica da su crne rupe nevidljive tj. da ih znanstvenici ne mogu direktno promatrati klasičnim teleskopima. Ne postoji način da se vrati svjetlo koje je prošlo iza horizonta događaja (engl., *event horizon*). To je jedan od razloga zašto nisu otkrivene još davnih dana. Jedini način na koji znamo za njihovo postojanje je da promatramo njihov učinak na svjetlost i druge objekte. Znamo da se u središtu gotovo svake masivne galaksije nalazi supermasivna crna rupa npr. (Richstone et al., 1998) što se pokazalo značajnim za razumijevanje aktivnih galaktičkih jezgri i evolucije galaksija. To naravno vrijedi i za našu galaksiju, Mliječni put.

Opažanja u radiovalnom dijelu elektromagnetskog spektra, pokazala su složenost tog objekta kao što je prikazano na slici 1. Karl Jansky je 1930. godine otkrio da postoji radio izvor u smjeru zvijezda Strijelca (*Sagittarius*, Sgr),

no opsežnija istraživanja provedena su tek nakon Drugog svjetskog rata kada je došlo do velikog napretka u radio i mikrovalnoj elektronici (Carroll and Ostlie, 1996). S razvojem bolje instrumentacije i tehnika promatranja, omogućeno je istraživanje neposrednog okruženja supermasivne crne rupe.



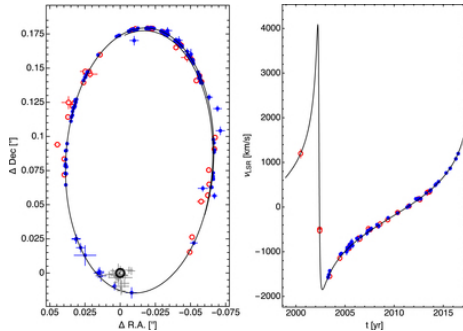
Slika 1: Prikaz središta Mliječnoga puta na $\lambda = 90$ cm. Prikazani su razni identificirani izvori koji se nalaze u tom području. Preuzeto iz: (Schneider, 2006)

Na polumjeru (od središta galaksije) od 100 pc do 1 kpc primjećuje se središnji disk sastav-

ljen od plina HI. Na radijusu od 8 pc nalazi se izvor Strijelac A (Sgr A), a njegove komponente su Sgr A East, Sgr A West i Sgr A*, što predstavlja najboljeg kandidata za središte Mliječnoga puta.

Sgr A East je netermalni izvor koji ima ljuškastu strukturu. Smatra se da je to ostatak od supernove star između 100 do 5000 godina. Sgr A West nalazi se na udaljenosti od 1.5' od Sgr A East. To je područje bogato H II plinom koje izgleda kao mala spirala. Sgr A* nalazi se u blizini centra Sgr A West-a. Unutar područja Sgr A West otkriven je i mali izvor kontinuiranog X zračenja (Karssen et al., 2017).

Početakom 90-ih godina znanstevnici su počeli promatrati zvijezde koje se nalaze u blizini Sgr A*. Danas je otkriveno nekoliko tisuća zvijezda koje zajednički nazivamo skup S. Uglavnom se radi o zvijezdama B tipa. Dokazano je da disperzija brzina tih zvijezda nije konstantna već ima jaku radijalnu ovisnost. U Schneider (2006) stoji da je disperzija $\sigma \sim 55$ km/s na radijusu $r = 5$ pc, a $\sigma \sim 180$ km/s na $r = 0.15$ pc. Ovo je direktan dokaz da u središtu postoji neka koncentracija mase te da postoji još nešto što stvara gravitacijski potencijal koji djeluje na okolne zvijezde.



Slika 2: Lijeva slika: Orbita zvijezde S2 određena mjerenjem njezinog vlastitog i radijalnog gibanja. Podaci su prikupljeni od 1992. do 2008. pomoću NTT i VLT (plave točke) i Keck teleskopa (crvene točke). Crni kružić označava položaj mase (Sgr A*). Desna slika: Mjerenja radijalne brzine zvijezde S2 kao funkcije vremena. Preuzeto iz: (Gillessen et al., 2017)

Detaljnijim mjerenjima uspješno su konstruirane i orbite nekih zvijezda (~ 25). Najpreciznije izmjerena je orbita zvijezde S2, koja je u periodu od 1992. do 2008. prošla cijelu orbitu oko Sgr A* (Gillessen et al., 2009). Na najmanjoj udaljenosti od Sgr A* (120 AU), brzina je prelazila i iznose od 5000 km/s. To se zadnji put dogodilo 2018. godine kada su čak tri teleskopa pratila zvijezdu S2: Keck teleskop, Very Large

Telescope (VLT) i Subaru teleskop. Keck i VLT mogu provoditi i astrometrijska i spektroskopska mjerenja za S zvijezde (Gillessen et al., 2017), dok Subaru teleskop može provoditi spektroskopska mjerenja visoke rezolucije (Nishiyama et al., 2018). Spektroskopska mjerenja su još jednom pokazala da je Einsteinova gravitacija pogodnija od Newtonove gravitacije u okruženju oko supermasivne crne rupe. Na slici 2. prikazana je orbita zvijezde S2.

Ovo je dalo ideju da bismo pomoću orbita zvijezda, mogli izračunati masu središta Mliječnoga puta. Upravo je to glavna tema kojoj se bavim u ovom seminaru.

U sljedećem odjeljku predstaviti ću podatke koje sam koristila za analizu u ovom seminaru. Nakon toga, u trećem odjeljku ću navesti tehnike koje sam koristila za modeliranje te ukratko opisati model. U četvrtom odjeljku iznijeti ću rezultate koje sam dobila iz analize, a u petom odjeljku ću iznijeti najvažnije zaključke koji proizlaze iz ovog seminaru.

2 Podaci

Podaci koje sam koristila u analizi prikupljeni su iz raznih znanstvenih članaka nastalih u zadnjih 30 godina. Eckart and Genzel (1997) daje rezultate mjerenja vlastitih gibanja 39 zvijezda skupa S koje se nalaze na radijusu od 0.03 pc do 0.3 pc od Sgr A*. Na temelju gibanja zvijezda, autori zaključuju da mora postojati neko jako gravitacijsko polje u središtu. Rezultate od 39 zvijezda grupirali su u tri skupine u ovisnosti o projiciranom radijusu p od Sgr A*: 12 zvijezda (24 gibanja) između $p = 0.8''$ i $2.1''$, 18 zvijezda (36 gibanja) između $2.1''$ i $4.1''$ i devet zvijezda (18 gibanja) između $4.1''$ i $8.8''$. Daljnje analize rade sa ta tri seta podataka i pomoću njih računaju ovisnost disperzije vlastitog gibanja o udaljenosti te ovisnost mase o udaljenosti.

U Schödel et al. (2003) prati se gibanje 35 zvijezda unutar radijusa $1''.2$ od Sgr A*. Na slici 3. prikazana je tablica s podacima o udaljenosti, položaju na nebu i brzini zvijezda iz Schödel et al. (2003) koje sam koristila za računanje ovisnosti disperzije brzina o udaljenosti. Osim toga, u članku su navedeni i podaci o orbitama zvijezda S2, S12 i S14 koji se koriste kako bi se izračunala ovisnost mase o udaljenosti.

U Peifsker et al. (2020) iznose se podaci o orbiti zvijezde S62, zvijezde sa najkraćom (stabilnom) orbitom oko središta galaksije do danas otkrivene. Period joj iznosi svega 9.9 godina. Ovo ću također koristiti za modeliranje mase.

ID	Name ^a	R (arcsec)	M_K (mag)	dM_K (mag)	$\Delta R.A.$ (arcsec)	$d\Delta R.A.$ (arcsec)	$\Delta Decl.$ (arcsec)	$d\Delta Decl.$ (arcsec)	$V_{R.A.}$ (km s ⁻¹)	$dV_{R.A.}$ (km s ⁻¹)	$V_{Decl.}$ (km s ⁻¹)	$dV_{Decl.}$ (km s ⁻¹)
1.....	S2*, S0-2	0.037	13.9	0.1	0.033	0.005	0.017	0.006	2913	166	3834	42
2.....	S14*, S0-16	0.136	15.7	0.2	0.118	0.004	0.068	0.004	2106	190	1103	86
3.....	S13*, S0-20	0.159	15.8	0.3	-0.159	0.004	0.004	0.005	359	91	1483	48
4.....	S1*, S0-1	0.206	14.7	0.1	-0.039	0.006	-0.202	0.004	801	19	-1183	39
5.....	S12*, S0-19	0.263	15.5	0.2	-0.064	0.005	0.256	0.005	255	76	1098	52
6.....	S4, S0-3	0.286	14.4	0.1	0.262	0.004	0.113	0.008	623	17	74	14
7 ^b	0.288	16.5	0.3	0.129	0.006	-0.257	0.007	984	187	-207	207
8 ^b	0.328	16.9	0.3	-0.295	0.004	-0.144	0.002	-633	82	397	51
9 ^b	0.371	16.4	0.3	0.281	0.007	0.242	0.003	-237	135	-246	93
10 ^b	0.375	17.3	0.4	-0.219	0.003	-0.305	0.002	-213	74	225	98
11.....	S10, S0-6	0.395	14.2	0.1	0.059	0.009	-0.391	0.009	-210	9	193	15
12 ^b	0.399	15.2	0.1	0.362	0.010	0.168	0.007	-12	180	330	185
13.....	S9, S0-5	0.401	15.1	0.1	0.184	0.004	-0.356	0.005	109	12	-499	11
14.....	, S0-8	0.402	15.8	0.3	-0.296	0.002	0.272	0.005	121	11	-471	6
15.....	...	0.43	17.0	0.4	-0.016	0.002	0.43	0.005	83	6	326	12
16.....	...	0.446	15.4	0.2	-0.1	0.007	-0.435	0.006	-105	10	23	12
17.....	S8*, S0-4	0.451	14.5	0.1	0.37	0.004	-0.257	0.009	536	40	-569	36
18.....	S6, S0-7	0.478	15.4	0.2	0.47	0.008	0.085	0.007	295	23	-21	14
19 ^b	0.482	16.6	0.3	-0.313	0.01	-0.366	0.003	152	190	175	210
20.....	S7, S0-11	0.528	15.3	0.2	0.526	0.005	-0.048	0.006	-225	10	-93	12
21.....	...	0.536	15.6	0.2	0.148	0.003	0.515	0.003	-29	9	174	10
22.....	...	0.563	16.7	0.3	-0.21	0.004	0.523	0.004	-11	7	-290	7
23.....	...	0.589	15.7	0.2	-0.169	0.007	-0.565	0.007	244	7	431	9
24.....	S11, S0-9	0.595	14.4	0.1	0.164	0.009	-0.572	0.005	371	9	-167	12
25.....	...	0.598	16.2	0.2	-0.442	0.003	-0.402	0.004	-774	9	40	8
26.....	...	0.678	15.1	0.1	0.525	0.006	0.429	0.005	153	11	-20	10
27.....	W6, S0-12	0.68	14.4	0.1	-0.562	0.003	0.383	0.004	13	9	190	8
28.....	, S0-13	0.703	13.4	0.1	0.546	0.006	-0.443	0.009	34	13	132	12
29 ^b	0.752	17.0	0.4	-0.496	0.004	-0.565	0.003	-99	64	590	110
30.....	W9, S0-14	0.825	13.8	0.1	-0.775	0.002	-0.28	0.004	34	6	-2	4
31 ^b	0.887	17.0	0.3	-0.094	0.005	-0.882	0.005	-108	124	209	167
32.....	, S1-3	0.964	12.3	0.1	0.429	0.006	0.864	0.003	-518	6	115	9
33.....	W5, S0-15	0.979	13.7	0.1	-0.943	0.004	0.261	0.008	-262	11	-374	16
34.....	, S1-5	0.99	12.6	0.1	0.348	0.008	-0.927	0.005	-164	13	199	13
35 ^b	1.003	15.6	0.1	-0.924	0.006	0.392	0.004	103	162	-140	144
36.....	, S1-1	1.005	13.2	0.1	1.005	0.005	0.017	0.004	223	8	73	9
37.....	, S1-2	1.019	14.9	0.1	-0.019	0.004	-1.019	0.004	453	10	-55	13
38.....	...	1.034	16.1	0.1	-0.296	0.003	-0.991	0.004	-193	11	-294	11
39.....	, S1-4	1.058	12.6	0.1	0.806	0.004	-0.685	0.005	441	8	80	15
40 ^b	1.065	15.8	0.3	-1.042	0.004	0.219	0.003	82	135	-280	111
41.....	, S1-8	1.095	14.2	0.1	-0.652	0.003	-0.88	0.007	296	8	-162	9
42.....	...	1.133	15.7	0.1	-0.984	0.005	0.561	0.007	-102	13	-20	14
43 ^b	1.135	14.8	0.1	-1.135	0.004	-0.029	0.005	37	83	-37	119
44.....	, S1-7	1.148	15.8	0.1	-1.023	0.003	-0.522	0.005	-212	5	-277	8
45.....	...	1.151	15.3	0.1	-0.956	0.003	-0.641	0.006	-236	6	-29	13
46.....	, S1-6	1.174	15.6	0.1	-0.923	0.007	0.725	0.008	-309	15	107	15

Slika 3: Tablica zvijezda unutar radijusa 1".2 od Sgr A*. Položaji i magnituda su određeni za razdoblje 2002.66, a brzine za 2002.7. Zvijezde označene sa * pokazuju ubrzano gibanje. U stupcima se redom nalaze ovi podaci: 1) ID zvijezde, 2) ime zvijezde, 3) udaljenost od izvora Sgr A*, 4) magnituda, 5) pogreška magnituda, 6) koordinata rektascenzija (R.A.), 7) pogreška koordinate R.A., 8) koordinata deklinacija (dec.), 9) pogreška koordinate dec., 10) brzina koordinate R.A., 11) pogreška brzine koordinate R.A., 12) brzina koordinate dec., 13) pogreška brzine koordinate dec. Preuzeto iz: (Schödel et al., 2003)

Postoje i alternativni načini kako procijeniti iznos mase u središtu galaksije. Jedan takav način iznosi se u [Karssen et al. \(2017\)](#). Autori su proučavali vruće kuglice plazme koje kruže oko supermasivne crne rupe u središtu galaksije. Modeliranjem profila četiri najsjajnijih bljeskova X-zraka, uspjeli su izračunati masu unutar 15 Schwarzschildova radijusa ($r_s = 2GM/c^2$, gdje je G gravitacijska konstanta, M masa objekta, a c brzina svjetlosti).

U [Gillessen et al. \(2009\)](#) nalaze se podaci o orbitama 28 zvijezda koje se gibaju oko središta galaksije. Za jednu zvijezdu nije naveden podatak o periodu, no ostalih 27 zvijezda poslužilo mi je kako bih korištenjem Keplerovog zakona procijenila koliko iznosi masa Sgr A*. U [Gillessen et al. \(2017\)](#) također postoje podaci o orbitama 40 zvijezda (neke od njih su korištene i u članku prije). Za jednu također nije naveden podatak o periodu no ovi ostali podaci mogu poslužiti za usporedbu mjerenja iz 2009. i 2017. te koliko se izračunate mase razlikuju.

3 Analiza

U ovom seminaru koristila sam nekoliko metoda kako bih izračunala koliko iznosi masa Sgr A*. Svaki pododjeljak predstavlja jednu od metoda.

3.1 Keplerove putanje

Orbite zvijezda u okolini crne rupe mogu otkriti ponešto o samoj crnoj rupi u središtu. Ovo čini idealnu početnu točku za modeliranje mase pošto možemo unaprijed saznati o kojoj se masi radi. U odjeljku Podaci sam navela izvore za korištene orbite te činjenicu da sam radila sa dva seta podataka (jedan iz 2009. i jedan iz 2017.).

Kako bih došla do izraza za traženu masu crne rupe, koristim treći Keplerov zakon:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{G(M+m)} a^3 \approx \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \quad (1)$$

gdje je P period orbite, G je gravitacijska konstanta, M je masa središnjeg tijela, m je masa tijela koje orbitira, a a je velika poluos orbite. S obzirom na to da je masa crne rupe puno veća od mase zvijezda koje orbitiraju oko nje, u jednažbi možemo zanemariti masu zvijezda m te time dobivamo izraz gdje su poznati svi parametri osim tražene mase M .

3.2 Disperzije brzine

U Uvodu sam navela da disperzija brzina zvijezda u okolini Sgr A* nije konstantna već ima jaku radijalnu ovisnost. Pokazano je da zvijezde na radijusu $r > 0.057$ pc slijede Keplersku ovisnost ($\sigma(r) \sim r^{-0.5}$) što ponovo ukazuje na postojanje središnjeg tijela ([Eckart and Genzel, 1997](#)).

Kombinacijom klasične mehanike i trećeg Keplerovog zakona dolazimo do izraza za brzinu kruženja zvijezda oko crne rupe:

$$v(r) = \left(\frac{GM}{r}\right)^{1/2} \quad (2)$$

gdje je G gravitacijska konstanta, M masa crne rupe, a r radijus orbite. Iz statistike izlazi formula za standardnu devijaciju pa prema tome definiramo disperziju brzina (u radijalnom smjeru) kao

$$\sigma_r = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_{r,i} - \langle v_r \rangle)^2\right]^{1/2} \quad (3)$$

gdje je $v_{r,i}$ radijalna brzina i -tog mjerenja, a $\langle v_r \rangle$ srednja radijalna brzina. Za sferični slučaj nasumičnog gibanja zvijezda zbog simetrije situacije drugi član ide u 0, pa slijedi

$$\sigma_r = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{r,i}^2\right]^{1/2} = \sqrt{\langle v_r^2 \rangle} \quad (4)$$

S obzirom da radimo u 3D sfernom sustavu, brzinu možemo rastaviti na 3 komponente v_r , v_θ i v_ϕ . Za kvadrat brzine vrijedi sljedeći izraz:

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_r^2 \rangle + \langle v_\theta^2 \rangle + \langle v_\phi^2 \rangle \quad (5)$$

Za sferični skup vrijedi da je vjerojatnost gibanja u bilo kojem smjeru u prosjeku ista. To je aproksimacija koju ću koristiti u svom računjanju. Iz toga slijedi jednažba:

$$\langle v^2 \rangle = 3\langle v_r^2 \rangle = 3\sigma_r^2 \quad (6)$$

Uvrštavanjem ovog izraza za srednju vrijednost kvadrata brzine u početnu jednažbu dolazi se do izraza za masu u ovisnosti o disperziji brzina:

$$M = \frac{3r\sigma_r^2}{G} \quad (7)$$

Cilj ove metode je provjeriti vrijedi li doista zakon $\sigma(r) \sim r^{-0.5}$ te još jednom izračunati iznos mase crne rupe M .

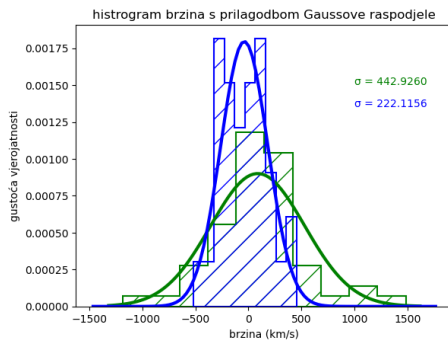
U odjeljku Podaci, navela sam koja sam mjerenja koristila za disperziju brzinu. S obzirom da se u [Eckart and Genzel \(1997\)](#) podaci grupiraju u

tri skupine (prva skupina za udaljenosti između $p = 0.8''$ i $2.1''$, druga skupina za udaljenosti između $2.1''$ i $4.1''$ i treća skupina za udaljenosti između $4.1''$ i $8.8''$), tako sam i podatke iz [Schödel et al. \(2003\)](#) grupirala u skupine s istim uvjetima. Prva skupina odnosi se na udaljenosti od $0.037''$ do $0.159''$, druga od $0.159''$ do $0.8''$ i treća od $0.8''$ do $2.1''$.

U prvu skupinu spadaju samo dva rezultata i oni se odnose na brzine veće od 2000 km/s. S obzirom na to da je to dosta veći iznos od drugih brzina odlučila sam raditi daljnju analizu bez ta dva mjerenja.

Ostala dva seta podataka prikazala sam pomoću histograma s prilagodbom Gaussove raspodjele koja nam daje srednju vrijednost i standardnu devijaciju. Upravo je standardna devijacija odnosno disperzija rezultata ono što tražimo. Na slici 4. prikazani su histogrami. Zelenom bojom prikazani su rezultati za drugu skupinu, a plavom bojom rezultati za treću skupinu. Na slici su također napisane i disperzije brzina za svaku skupinu.

Udaljenosti kojima odgovaraju ove disperzije računala sam kao srednje vrijednosti pojedinačnih udaljenosti zvijezda.



Slika 4: Histogram brzina s prilagodbom Gaussove raspodjele za dva seta mjerenja. Zelena boja odnosi se na mjerenja za zvijezde koje se nalaze na udaljenosti između $0.159''$ i $0.8''$ od Sgr A*, a plava boja na mjerenja za udaljenosti između $0.8''$ i $2.1''$. Na y osi nalaze se gustoće vjerojatnosti koje omogućavaju prikaz prilagodbe Gaussove raspodjele.

3.3 Modeliranje

Model koji sam koristila za masu u središtu Mliječnoga puta je Plummerov model. Često se koristi za teorijsko modeliranje sferno-simetričnih galaksija i kuglastih skupova. Plummerov potencijal prvi je upotrijebio 1911. H. C. Plummer za opisivanje kuglastih skupova ([Plum-](#)

[mer, 1911](#)). Pokazano je da je gustoća kuglastog skupa NGC 4372 dobro opisana Plummerovim modelom ([Kacharov et al., 2014](#)). NGC 4372 nalazi se u unutarnjem halou Mliječne staze te je vrlo siromašan metalima. Osim gustoće, izmjerene su i radijalne brzine za 131 zvijezdu tog skupa te je iz toga napravljen profil disperzije brzina. Prilagodbom Plummerovog modela te računanjem središnje disperzije brzine σ_0 , određena je i dinamička masa za NGC 4372 koja odgovara očekivanjima.

Plummerov model može poslužiti i za modeliranje (patuljastih) galaksija. Glavna razlika je u tome što kod galaksija moramo biti oprezni jer se tamo nalazi i značajna količina tamne materije. No pokazano je da ukoliko tamnu materiju modeliramo s proširenim Navarro-Frenk-White modelom (eNFW), a distribuciju gustoće broja zvijezda sa Plummerovim modelom, dobiju se zadovoljavajući rezultati ([de Martino et al., 2022](#)).

Izraz za gravitacijski potencijal na udaljenosti r od središta dan je kao:

$$\Phi(r) = \frac{-GM_{\text{tot}}}{\sqrt{r^2 + a^2}} \quad (8)$$

gdje je G gravitacijska konstanta, M_{tot} ukupna masa skupa, a a je konstanta koja služi za izravnavanje potencijala prema središtu. Koristeći Poissonovu jednadžbu $\nabla^2\phi = 4\pi G\rho$ dolazi se do izraza za gustoću,

$$\rho(r) = \frac{3M_{\text{tot}}}{4\pi} \frac{a^2}{(r^2 + a^2)^{5/2}} \quad (9)$$

a da bismo došli do mase koristimo izraz $dM/dr = 4\pi r^2\rho$, odnosno

$$M(r) = \frac{M_{\text{tot}}r^3}{(r^2 + a^2)^{3/2}} \quad (10)$$

S obzirom da vrijedi $\lim_{r \rightarrow 0} M(r) = 0$, a u samom središtu nalazi se crna rupa koja ima svoju masu, moramo modificirati izraz kako bismo dobro postavili model. Ono što ću napraviti je dodati jediničnu masu ovom izrazu tako da vrijedi $\lim_{r \rightarrow 0} M(r) = M_{\text{BH}}$, odnosno modeliranje ću raditi sa jednadžbom:

$$M(r) = \frac{M_{\text{tot}}r^3}{(r^2 + a^2)^{3/2}} + M_{\text{BH}} \quad (11)$$

4 Rezultati

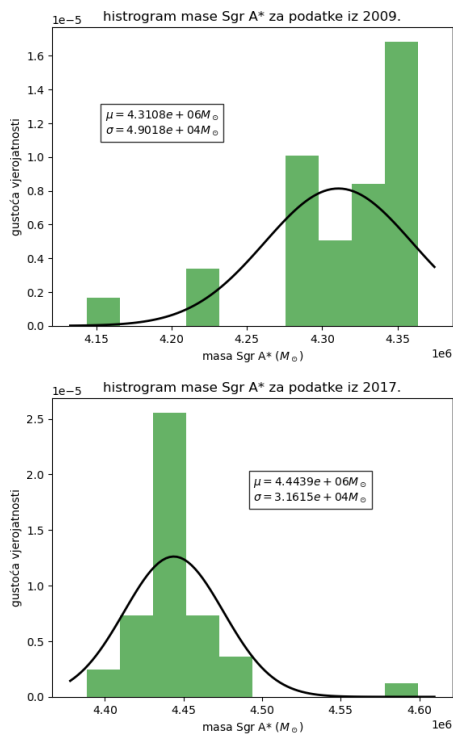
4.1 Rezultati Keplerovih putanja

Na slici 5. prikazani su histogrami mase Sgr A* za dva seta mjerenja. Masa je računata iz

podataka o orbitama zvijezda:

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GP^2} \quad (12)$$

Na histograme sam dodala i srednje vrijednosti i standardne devijacije dobivene prilagodbom Gaussove distribucije. Zanimljivo je primjetiti da rezultati iz 2017. gotovo idealno slijede Gaussovu distribuciju osim jednog rezultata koji odskaače. Rezultati iz 2009. su malo rašireniji. Primjećujemo da je izračunata masa vrlo slična za dva seta podataka, jedino je pogreška nešto manja za novije rezultate. To je i za očekivati s obzirom da očekujemo da su novija mjerenja preciznija od starijih.



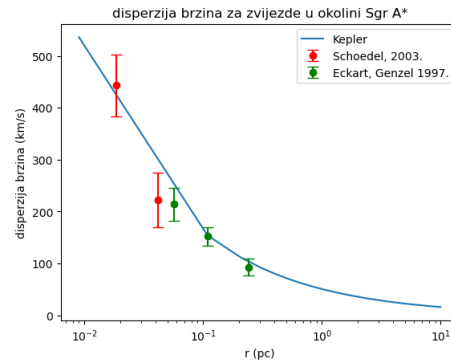
Slika 5: Histograme mase Sgr A* za dva seta mjerenja (iz (Gillessen et al., 2009) i (Gillessen et al., 2017)). Na y osi nalaze se gustoće vjerojatnosti koje omogućuju prikaz prilagodbe Gaussove raspodjele na izračunati histogram. Navedene su i vrijednosti srednje vrijednosti i standardne devijacije podataka u jedinicama masa Sunca.

4.2 Rezultati disperzija brzina

Na slici 6. prikazani su rezultati disperzija brzina za dva seta mjerenja: (Eckart and Genzel, 1997), (Schödel et al., 2003). Također je prikazana i prilagodba Keplerovog izraza:

$$\sigma = \sqrt{\frac{GM}{3r}} \quad (13)$$

Izraz dobro prati mjerene podatke, a vrijednost mase crne rupe Sgr A* koja izlazi iz ove krivulje izračunata je χ^2 statistikom i iznosi $M = (1.8 \pm 0.4)10^6 M_\odot$. Radi se o nešto manjem iznosu u usporedbi s prethodnim pododjeljkom. Prvi način kako možemo poboljšati ovaj rezultat je da uključimo i relativističke efekte u jednadžbe gibanja, no ja to ovdje neću raditi.



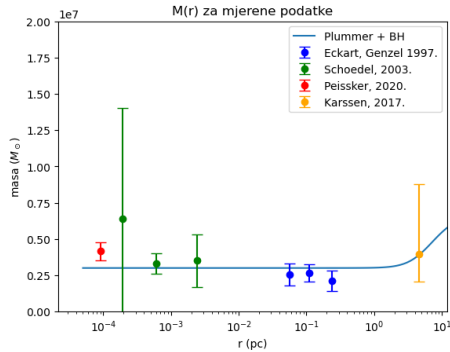
Slika 6: Graf ovisnosti disperzije brzina o udaljenosti od središta Sgr A*. Korištena su dva seta podataka i izvor svakog naveden je u legendi. Plavom krivuljom prikazana je prilagodba Keplerovog izraza za disperziju brzina (Eckart and Genzel, 1997). Mjerna jedinica za disperziju brzina je km/s, a udaljenost je prikazana u parsecima.

Rezultate također možemo usporediti i s onim u literaturi. Npr. u Schneider (2006) navode iznos mase od $M = (4.3 \pm 0.4)10^6 M_\odot$, a u Carroll and Ostlie (1996) $M = (3.7 \pm 0.5)10^6 M_\odot$. Svi dobiveni rezultati, uključujući i one u literaturi, upućuju na to da je masa središnjeg tijela Mliječnoga puta reda veličine $10^6 M_\odot$.

4.3 Rezultati modeliranja

Na slici 7. prikazani su rezultati modeliranja Plummerovog izraza za masu u ovisnosti o udaljenosti od središta Sgr A*. Može se primjetiti da na udaljenosti većoj od 1 pc počinje dominirati masa zvijezda. Plummerov izraz ima tri parametra: M_{tot} , a i M_{BH} i vrijednosti tih parametra izračunate su χ^2 statistikom i iznose $M_{\text{tot}} = (4 \pm 1)10^6 M_\odot$, $a = (6 \pm 2)$ te $M_{\text{BH}} = (3 \pm 1)10^6 M_\odot$. U ovom slučaju M_{tot} ne označava masu cijelog skupa (galaksije) već masu koja se nalazi unutar radijusa na kojem sam radila modeliranje (<10 pc). Masu crne rupe možemo usporediti s prošlim rezultatima i možemo zaključiti da

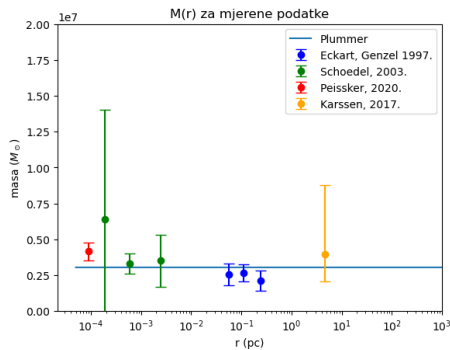
je modelirana masa u skladu sa stvarnim mjerenim rezultatima. Na temelju svega navedenog, možemo zaključiti da Plummerov model dobro opisuje ponašanje mase oko središta Mliječnoga puta.



Slika 7: Graf ovisnosti mase o udaljenosti od središta Sgr A*. Korištena su četiri seta podataka i izvor svakog naveden je u legendi. Plavom krivuljom prikazana je prilagodba Plummerovog izraza za masu. Mjerna jedinica za masu je masa Sunca, a udaljenost je prikazana u parsecima.

Za usporedbu možemo pogledati kako bi rezultat izgledao ako koristimo Plummerov model bez mase crne rupe odnosno

$$M(r) = \frac{M_{\text{tot}} r^3}{(r^2 + a^2)^{3/2}} \quad (14)$$



Slika 8: Graf ovisnosti mase o udaljenosti od središta Sgr A*. Korištena su četiri seta podataka i izvor svakog naveden je u legendi. Plavom krivuljom prikazana je prilagodba Plummerovog izraza za masu bez dodatnog člana mase crne rupe. Mjerna jedinica za masu je masa Sunca, a udaljenost je prikazana u parsecima.

Na slici 8. prikazan je rezultat, a analizu se dobivaju sljedeće vrijednosti parametara: $M_{\text{tot}} = (3.0 \pm 0.9)10^6 M_{\odot}$, $a = (0 \pm 2)$. Dakle u $r = 0$ vrijedi $M = 0$, a za sve ostale vrijednosti

r , masa je konstanta i iznosi M_{tot} . U ovom slučaju ne postoji ovisnost mase o radijusu za $r \neq 0$ što fizikalno nema smisla. Krećemo s pretpostavkom da postoji središnje masivno tijelo te kako se udaljavamo od njega nailazimo na ostale masene objekte. Dakle što je veća udaljenost time bi i masa trebala biti veća, a ovaj model to ne pokazuje.

5 Zaključak

Središte Mliječnoga puta, galaksije kojoj i Zemlja pripada, predstavlja mjesto velike gustoće zvijezda i prašine. U središtu Mliječnog puta nalazi se ogromna crna rupa poznata kao Strijelac A*. Crne rupe su objekti s izuzetno jakom gravitacijom, do te mjere da je njihova brzina oslobađanja veća od brzine svjetlosti. Mjesta poput ovog omogućuju astronomima proučavanje raznih astronomskih fenomena, uključujući promatranje zvijezda koje orbitiraju oko crne rupe te proučavanje dinamike i sastava središnjeg dijela galaksije.

U ovom radu modelirana je masa u središtu Mliječnog puta putem Plummerovog modela koji se inače koristi za opisivanje kuglastih skupova. Također je izračunata masa crne rupe u središtu primjenom trećeg Keplerovog zakona na orbite zvijezda skupa S te proučavanje disperzija brzina istih tih zvijezda.

Plummerov model iznosi relativno jednostavan potencijal no rezultati pokazuju da je dovoljno dobar kako bismo u gruboj skali opisali kako se masa mijenja udaljavanjem od središta crne rupe. Znamo da je Sgr A* supermasivna crna rupa koja ima masu nekoliko milijuna puta veću od mase Sunca. Svi dobiveni rezultati iznose mase Sgr A* su u skladu s očekivanjima što dokazuje da na različite načine možemo izračunati taj podatak.

Na temelju ovog istraživanja, mogli bismo koristiti i druge složenije modele kako bismo s još većom preciznosti dobili rezultate o masi. S obzirom na složenost ovog područja, teško da će i jedan model u potpunosti odgovarati no već i na temelju aproksimacija možemo saznati mnogo korisnih informacija.

Daljnji razvoj tehnologije omogućit će i preciznija mjerenja zvijezda pa i same crne rupe. Iako su ideje o crnim rupama nastale već u 19. stoljeću, tek je 2019. godine dobivena prva slika (sjene) crne rupe. Ova nova otkrića predstavljaju samo početak jer ovdje govorimo o području aktivnog istraživanja i razvoja.

Literatura

- B. W. Carroll and D. A. Ostlie. *An Introduction to Modern Astrophysics*. 1996.
- I. de Martino, A. Diaferio, and L. Ostorero. The proper motion of stars in dwarf galaxies: distinguishing central density cusps from cores. , 516(3):3556–3568, Nov. 2022. doi: 10.1093/mnras/stac2336.
- A. Eckart and R. Genzel. Stellar proper motions in the central 0.1 PC of the Galaxy. , 284(3): 576–598, Jan. 1997. doi: 10.1093/mnras/284.3.576.
- S. Gillessen, F. Eisenhauer, S. Trippe, T. Alexander, R. Genzel, F. Martins, and T. Ott. Monitoring Stellar Orbits Around the Massive Black Hole in the Galactic Center. , 692(2):1075–1109, Feb. 2009. doi: 10.1088/0004-637X/692/2/1075.
- S. Gillessen, P. M. Plewa, F. Eisenhauer, R. Sari, I. Waisberg, M. Habibi, O. Pfuhl, E. George, J. Dexter, S. von Fellenberg, T. Ott, and R. Genzel. An Update on Monitoring Stellar Orbits in the Galactic Center. , 837(1):30, Mar. 2017. doi: 10.3847/1538-4357/aa5c41.
- N. Kacharov, P. Bianchini, A. Koch, M. J. Frank, N. F. Martin, G. van de Ven, T. H. Puzia, I. McDonald, C. I. Johnson, and A. A. Zijlstra. A study of rotating globular clusters. The case of the old, metal-poor globular cluster NGC 4372. , 567:A69, July 2014. doi: 10.1051/0004-6361/201423709.
- G. D. Karssen, M. Bursa, A. Eckart, M. Valencia-S, M. Dovčiak, V. Karas, and J. Horák. Bright X-ray flares from Sgr A*. , 472(4):4422–4433, Dec. 2017. doi: 10.1093/mnras/stx2312.
- S. Nishiyama, H. Saida, Y. Takamori, M. Takahashi, R. Schödel, F. Najarro, S. Hamano, M. Omiya, M. Tamura, M. Takahashi, H. Gorin, S. Nagatomo, and T. Nagata. Radial velocity measurements of an orbiting star around Sgr A*. , 70(4):74, Aug. 2018. doi: 10.1093/pasj/psy067.
- F. Peißker, A. Eckart, and M. Parsa. S62 on a 9.9 yr Orbit around SgrA*. , 889(1):61, Jan. 2020. doi: 10.3847/1538-4357/ab5afd.
- H. C. Plummer. On the problem of distribution in globular star clusters. , 71:460–470, Mar. 1911. doi: 10.1093/mnras/71.5.460.
- D. Richstone, E. A. Ajhar, R. Bender, G. Bower, A. Dressler, S. M. Faber, A. V. Filippenko, K. Gebhardt, R. Green, L. C. Ho, J. Kormendy, T. R. Lauer, J. Magorrian, and S. Tremaine. Supermassive black holes and the evolution of galaxies. , 385(6701):A14, Oct. 1998. doi: 10.48550/arXiv.astro-ph/9810378.
- P. Schneider. *Extragalactic Astronomy and Cosmology*. 2006.
- R. Schödel, T. Ott, R. Genzel, A. Eckart, N. Mouawad, and T. Alexander. Stellar Dynamics in the Central Arcsecond of Our Galaxy. , 596(2):1015–1034, Oct. 2003. doi: 10.1086/378122.