

# Meissnerov efekt crnih rupa

Luka Gulin

Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb

27. siječnja 2017.

# Meissnerov efekt

- Efekt istiskivanja magnetskog polja iz supravodiča
- Londonova jednažba

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{\lambda^2} \vec{B} \quad (1)$$

gdje je

$$\lambda = \sqrt{\frac{m_*}{\mu_0 n e_*^2}}. \quad (2)$$

- Čije je rješenje:

$$\vec{B}(z) = \vec{B}_0 \exp(-z/\lambda) \quad (3)$$

# Crne rupe

- Crne rupe su dijelovi prostorvremena u kojima su svi budući svjetlosni stošci usmjereni prema unutrašnjosti crne rupe
- Granica crne rupe naziva se horizont događaja
- Zbog No hair teorema broj svojstava koja mogu imati crne rupe koja su jako ograničena: masa ( $m$ ), kutna količina gibanja ( $\vec{J}$ ) i (električni) naboj ( $Q$ ).
- Zbog toga imamo jednostavnu klasifikaciju geometrija

	$J = 0$	$J \neq 0$
$Q = 0$	Schwarzschild	Kerr
$Q \neq 0$	Reissner-Nordström	Kerr-Newman

# Ekstremalne crne rupe

- Schwarzschild

$$r = 2M \quad (4)$$

Koncept ekstremalnosti ne postoji

- Reissner-Nordström

$$r = M \pm \sqrt{M^2 - Q^2} \quad (5)$$

Uvjet ekstremalnosti je  $M = Q$

- Kerr

$$r = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}. \quad (6)$$

Uvjet ekstremalnosti je  $M = a$

- Kerr-Newman

$$r = M \pm \sqrt{M^2 - a^2 - Q^2} \quad (7)$$

Uvjet ekstremalnosti je  $M = \sqrt{a^2 + Q^2}$

# Temperatura crne rupe

- Temperaturu crne rupe je definirana pomoću njenih geometrijskih svojstava

$$T = \frac{\kappa}{2\pi} \quad (8)$$

- $\kappa$  je površinska gravitacija koja se definira kao sila kojom opažač u beskonačnosti mora djelovati na tijelo jedinične mase na horizontu da ono ne bi upalo u crnu rupu
- Površinska gravitacija veća je za manje crne rupe i crne rupe s manjim angularnim količinama gibanja

# Meissnerov efekt crnih rupa

- Meissnerov efekt je pojava kojom ekstremalne crne rupe iz sebe izbacuju vanjsko osnosimetrično stacionarno magnetsko polje koje je poravnato s osi simetrije crne rupe.
- Dijelimo ga na:
  - Slabi - U fiksnu geometriju prostorvremena uronimo magnetsko polje.
  - Jaki - Ne zanemarujemo činjeicu da magnetsko polje svojom energijom utječe na geometriju prostorvremena

# Wald-Papapetrou rješenje

- Vektor koji je rješenje jednadžbe

$$\nabla_a K_b + \nabla_b K_a = 0 \quad (9)$$

nazivamo Killingovim vektorom.

- Generiraju rješenja Maxwellovih jednadžbi
- Wald promatra rješenje sastavljeno vektora osne simetrije  $m^a = (\partial_\phi)^a$  i vremenske translacije  $k^a = (\partial_t)^a$
- Budući da vrijedi

$$F = dA \quad (10)$$

integral po 2-sferi Hodgeovog duala forme  $F$  daje električni naboj.

# Wald-Papapetrou rješenje

- Hodge dual vanjske derivacije forme pridružene Killingovom vektoru ima i geometrijsko značenje. Imamo

$$\int *dm = 4\pi q_m = 16\pi J \quad (11)$$

$$\int *dk = 4\pi q_k = -8\pi M \quad (12)$$

gdje je prva jednakost elektrodinamička, a druga geometrijska.

- Wald[8] je namiještanjem faktora dobio

$$F = \frac{1}{2} \left( dm + \frac{2J}{M} dk \right). \quad (13)$$



## Ostala rješenja

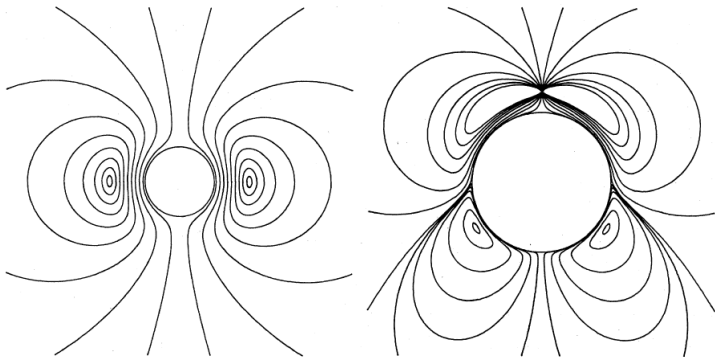
- Da je ovakvo polje izbačeno u ekstremalnom slučaju pokazali su King, Lasota i Kundt[6]
- Za tok magnetskog polja kroz horizont događaja dobili su

$$\Phi = \pi r_+^2 B \left( 1 - \frac{a^4}{r_+^4} \right) \quad (14)$$

U Kerrovom prostorvremenu za ekstremalnu vrijedi  $r_+ = a = M$

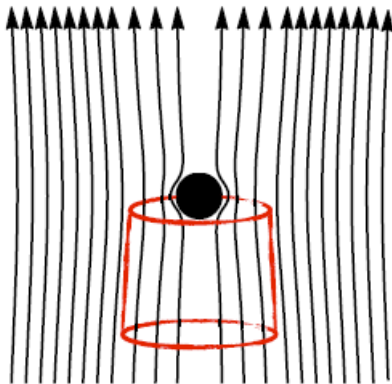
- Bičák i Dvořák koji su promatrali efekt u Reissner-Nordströmovom prostorvremenu[1] i naviše poopćili rješenje

- Bičák i Dvořák koji su promatrali efekt u Reissner-Nordströmovom prostorvremenu[1] i naviše poopćili rješenje
- Repliciraju efekt koji je dobiven u Kerrovom prostor vremenu
- Račun rade perturbacijski
- Poravnatost simetrije prostorvremena i simetrije elektromagnetskog polja nužna za ostvarivanje Meissnerovog efekta - Bičák i Janiš[2].



**Slika:** Strujna petlja u ekvatorijalnoj ravnini i na osi, preuzeto iz [1]

- Potencijalni problem s Meissnerovim efektom se javlja u astrofizičkim primjenama
- Za Blanford-Znajekov mehanizam nužno je postojanje magnetskog polja na horizontu
- Novija astrofizička mjerenja su pokazala da postoje crne rupe koje su jako rotirajuće
- Penna u tom kontekstu daje zanimljiv argument[7] za Meissnerov efekt



Slika: Meissnerov efekt za Waldovo rješenje i Penrov valjak, preuzeto iz [7]

- Površina gornje baze ide u beskonačno, a s površinom donje se ne događa ništa neuobičajeno stoga ona ostaje konačna. Da bi Maxwellova jednačba  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  bila zadovoljena, magnetsko polje mora iščeznuti na horizontu
- Penna nudi i način kako izbjeći Meissnerov efekt, a to je nabijanje crne rupe nabojem podijeljenog monopola
- U druge mogućnosti izbjegavanja Meissnerovog efekta spada i promatranje polja koja nisu osnosimetrična i polja koja nisu stacionarna
- Gralla, Lupsasca i Strominger[4] promatraju limes u blizini horizonta ekstremalno rotirajuće Kerrove crne rupe  $F$  koji povučen na horizont crne rupe iščezava.

# Jaki režim

- Slabo ja proučavan te postoji tek nekoliko članaka na tu temu
- Karas i Budínová prvi promatraju tok magnetskog polja preko horizonta crne rupe [5] u magnetiziranoj Kerr-Newmanovoj metrici te pokazuju stupanj smanjenja toka kroz horizont

# Općenitost rješenja

- Prvo što u svakom fizikalnom modelu ili teoriji postići je općenitost
- Waldovo rješenje je najrestriktivnije - radi se o homogenom magnetskom polju
- Generalizirano je do stacionarnost i osnosimetričnosti za ekstremalne crne rupe



# Općenitost rješenja

- Prvo što u svakom fizikalnom modelu ili teoriji postići je općenitost
- Waldovo rješenje je najrestriktivnije - radi se o homogenom magnetskom polju
- Generalizirano je do stacionarnost i osnosimetričnosti za ekstremalne crne rupe
- Ali uvijek nad konkretnom metrikom

# Općenitost rješenja

- Prvo što u svakom fizikalnom modelu ili teoriji postići je općenitost
- Waldovo rješenje je najrestriktivnije - radi se o homogenom magnetskom polju
- Generalizirano je do stacionarnost i osnosimetričnosti za ekstremalne crne rupe
- Ali uvijek nad konkretnom metrikom
- Može li se zaista za općenito prostorvrijeme pokazati da se Meissnerov efekt događa?

# Općenitost rješenja

- Simetriju znamo kako uvrstiti u općenito rješenje - Killingovi vektori
- Ekstremalnost je malo kompliciranija
  - Površinska gravitacija?
  - Divergencija duljine vrata ekstremalne crne rupe?
  - Nešto treće?
- Jacobson i Gralla u članku o besilnom elektromagnetizmu[3] prate silnicu magnetskog polja i iz toga zaključuju dosta toga o njenoj topologiji
- Radi li to ovdje?

# Utjecaj kozmološke konstante

- Ne postoji sustavna analiza Meissnerovog efekta uz prisustvo kozmološke konstante
- Kozmološka konstanta predstavlja energetska gustoću vakuuma koja bi bila odgovorna za metričku ekspanziju prostora i vremena
- Na kozmološki malim udaljenostima utjecaj kozmološke konstante je zanemariv - može se izostaviti iz razmatranja
- Koncept ekstremalnosti crne rupe ili skroz ruši ili se mora redefinirati
- Simetrije više nisu globalne, javlja se kozmološki horizont
- BTZ model crne rupe

# Zaključak

- U uvodu smo objasnili osnovne pojmove
- Sistematski smo prošli kroz svu znanstvenu građu te se upoznali s rezultatima i, još bitnije, metodama koje su korištene
- Identificirali smo glavna otvorena pitanja
  - Općenitost rješenja
  - Utjecaj kozmološke konstante
- Otvorena pitanja nisu ni malo laka, međutim, potraga za odgovorima se nastavlja

- [1] J. BIČÁK AND L. DVOŘÁK, Phys. Rev. D, 22 (1979), p. 2933.
- [2] J. BIČÁK AND V. JANIŠ, Mon. Not. R. astr. Soc., 212 (1985), p. 899.
- [3] S. GRALLA AND T. JACOBSON, Mon. Not. R. astr. Soc., 445(3) (2014), p. 2500.
- [4] S. E. GRALLA, A. LUPSASCA, AND A. STROMINGER, Phys. Rev. D, 93 (2016), p. 104041.
- [5] V. KARAS AND Z. BUDÍNOVÁ, Physica Scripta, 61 (1991), p. 253.
- [6] A. R. KING, J. LASOTA, AND W. KUNDT, Phys. Rev. D, 12 (1975), p. 3037.
- [7] R. F. PENNA, Phys. Rev. D, 89 (2014), p. 104057.
- [8] R. M. WALD, Phys. Rev. D, 10 (1974), p. 1680.

Hvala na pažnji.