

Vježbe iz nuklearne fizike

Matko Milin i Ivica Friščić

Fizički odsjek

Prirodoslovno-matematički fakultet

Sveučilišta u Zagrebu

verzija: 31. listopada 2010.

3

Struktura nukleona

3.1 Kvarkovi i leptoni

Kvarkovi su elementarne čestice koje grade hadrone (barione i mezone); dolaze u šest okusa: u, d, c, s, t i b. Po masama i naboju ovih se šest čestica može podijeliti na tri para (čestice u paru imaju ugrubo jednake mase, a jedan član para ima naboj $+2/3e$, dok drugi ima $-1/3e$). Individualni kvarkovi ne mogu se opaziti, o njihovim je svojstvima moguće zaključivati samo posredno iz mjerenja na barionima i mezonima.

Leptoni su elementarne čestice koje međudjeluju elektromagnetskim i slabim interakcijama (ali ne i jakim interakcijom); također ih ima 3 para: elektron i elektronski neutrino, mion i mionski neutrino, te tau-lepton i tau-neutrino. U svim procesima (reakcijama ili raspadima) vrijedi sačuvanje leptonskog broja. Broj kvarkova određenog okusa sačuvan je u procesima jake interakcije (okus mijenjaju slabe interakcije).

Svaka čestica (pa i kvark) ima svoju antičesticu iste mase, a suprotnog naboja.

3.2 Barioni i mezoni

Barioni su, kao i kvarkovi, fermioni. Najlakši barioni su izgrađeni iz tri kvarka. Uz uobičajene kvantne brojeve, za građu bariona i mezona važan je i *kvantni broj boje*: kvarkovima su pridružene tri primarne boje (crvena, zelena i plava), komplementarne boje antikvarkovima. Sva stanja čestica koje nalazimo u prirodi moraju biti bezbojna (tj. čestice moraju biti "skalari u prostoru boje"). Kvarkovi međudjeluju izmjenom gluona - kvantna polja boje odgovornih za jaku interakciju. Gluon je objekt s dvije boje pa dolazi u osam nezavisnih kombinacija.

Mezoni su bozoni koji mogu biti izgrađeni iz bilo kojeg parnog broja kvarkova. Broj mezona nije sačuvan, ali sačuvan je broj kvarkova jer su mezoni sagrađeni iz jednakog broja kvarkova i antikvarkova.

Zadatak 3.1

I ρ^0 -mezon i K^0 -mezon se uglavnom raspadaju u kanal $\pi^+ + \pi^-$. No, srednje vrijeme raspada za ρ^0 -mezon je $\tau(\rho^0) = 10^{-23}$ s, dok za K^0 -mezon vrijedi: $\tau(K^0) = 0.89 \cdot 10^{-10}$ s. Što je uzrok tako velike razlike?

Rješenje 3.1

Kvarkovski sastava mezona u ovom zadatku je:

$$K^0 = (d\bar{s}), \quad \rho^0 = (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}, \quad \pi^+ = (u\bar{d}), \quad \pi^- = (d\bar{u}).$$

Vidimo da je pri raspadu ρ^0 -mezona okus kvarkova sačuvan, pa se taj raspad odigrava preko jake nuklearne sile i **brz** je. S druge strane, pri raspadu K^0 -mezona u dva piona, jedan s-kvark mora promijeniti okus i zbog toga se taj raspad odigrava preko slabe nuklearne sile pa je vrlo **spor**. Dakle, zbog toga očekujemo:

$$\tau(\rho^0) \ll \tau(K^0) \quad ,$$

što je konzistentno s tekstom zadatka.

Zadatak 3.2

Sa ovog popisa reakcija četiri su posve nemoguće, dok se peta ne odigrava putem jake nuklearne sile. Koje su to reakcije? Objasnite!

- (a) $K^- + p \rightarrow \bar{K}^0 + n$,
- (b) $\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \Sigma^+$,
- (c) $\pi^- + p \rightarrow K^+ + \Sigma^0 + \pi^-$,
- (d) $\pi^- + p \rightarrow K^- + \Sigma^+$,
- (e) $\bar{K}^0 + p \rightarrow K^- + p + \pi^+$,
- (f) $\bar{p} + p \rightarrow 3\pi^+ + 2\pi^-$,
- (g) $\pi^+ + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0 + \pi^+ + K^+ + \bar{K}^0$,
- (h) $K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + n + \pi^-$,
- (i) $\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \Sigma^- + K^0 + \bar{p} + \bar{\Sigma}^+ + n$,
- (j) $\pi^- + p \rightarrow \bar{\Sigma}^- + \Sigma^0 + p$.

Rješenje 3.2

Posve su nemoguće reakcije pod c), f), i) i j) zbog neočuvanja naboja. U reakciji pod d) mijenja se okus kvarkova, pa je to proces u kojem djeluje slaba nuklearna sila.

3.3 Izospin

Proton i neutron moguće je promatrati kao dvije realizacije iste čestice (razlika u masi im je $\approx 0.1\%$, imaju isti spin) - jedina bitna razlika je u njihovim elektromagnetskim svojstvima. Ako promatramo samo jaku interakciju (tj. ako možemo zanemariti elektromagnetsku interakciju), proton se ne razlikuje od neutrona.

Konceptom izospina formaliziramo tu sličnost protona i neutrona (analogno spinu). I jednom i drugom pridružujemo izospin $t=1/2$, a po dogovoru protonu pridružujemo očekivanu vrijednost treće komponente izospinskog operatora $t_3=+1/2$, a neutronu $t_3=-1/2$.

Dakle, u formalizmu izospina, proton i neutron čine SU(2)-dublet:

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad |n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad . \quad (3.1)$$

Slično kao što je napravljeno za sistem spina 1/2, operator izospina za sistem $t=1/2$ može se konstruirati iz Paulijevih matrica:

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \quad (3.2)$$

Izospin jezgre od A nukleona je vektorska suma izospina individualnih nukleona:

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^A \mathbf{t}(i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \boldsymbol{\tau}_3(i) \quad . \quad (3.3)$$

3.4 Magnetski dipolni moment bariona

Magnetskom dipolnom momentu bariona doprinose intrinzični magnetski dipolni momenti kvarkova i njihovo orbitalno dibanje. Za barionski oktet $J=1/2$ kvarkovi se nalaze u stanjima relativnog gibanja s $L=0$ pa nema doprinosa orbitalnog gibanja magnetskim dipolnim momentima.

Magnetski dipolni operator dan je s:

$$\boldsymbol{\mu} = g\mathbf{s}\mu \quad , \quad (3.4)$$

gdje je g tzv. giromagnetski omjer (ili faktor), s spin, a μ magneton. Iz eksperimentalnih vrijednosti magnetskih dipolnih momenata barionskog okteta mogu se izračunati magnetski momenti kvarkova:

$$\mu_u = 1.852\mu_N \quad , \quad \mu_d = -0.972\mu_N \quad , \quad \mu_s = -0.582\mu_N \quad ,$$

gdje je μ_N nuklearni magneton:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2Mc}$$

3.5 Zadaci za domaću zadaću

- (2 boda) Eksperimenti s raspršenjem brzih elektrona pokazuju da se gustoća naboja protona može približno opisati funkcijom:

$$\rho(r) = \frac{a^3}{8\pi} e^{-ar} \quad ,$$

gdje je $a = 4 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1}$. (a) Odredite form-faktor protona. (b) Odredite srednji kvadrat polumjera raspodjele naboja $\langle r^2 \rangle$.

- (2 boda) Pokažite da su valne funkcije izospina nukleona definirane u izrazu 3.1 vlastite funkcije operatora:

$$\tau^2 = \tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2$$

s vlastitom vrijednošću 3.

- (1 bod) Pokažite da je energija stanja pozitronija s glavnim kvantnim brojem n dana s:

$$E_n = -\frac{\alpha^2 m_e c^2}{4n^2}.$$

- (1 bod) Srednje vrijeme raspada $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ je puno duže ($\tau = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$) od srednjeg vremena raspada $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ ($\tau = 8.0 \cdot 10^{-17} \text{ s}$). Zašto?

- (1 bod) Navedite, s kratkim objašnjenjem, mogu li se navedene reakcije ili raspadovi odvijati jakom nuklearnom, elektromagnetskom ili slabom nuklearnom silom:

- (1) $n+p \rightarrow d+\gamma$,
- (2) $\Xi^- \rightarrow \Lambda + \pi^-$,
- (3) $p+p \rightarrow d+\pi^+$,
- (4) $D^+ \rightarrow K^- + 2\pi^+$,
- (5) $K^- + p \rightarrow K^0 + n$,
- (6) $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$,
- (7) $e^+ + e^- \rightarrow W^+ + W^-$,
- (8) $Z^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$,
- (9) $\Omega^- \rightarrow \bar{K}^0 + K^-$.

6. (1 bod) Visokoenergijski gama-kvant interagira s protonom u mirovanju i proizvodi neutralni pion (i još neku česticu - koju?). Odredite minimalnu energiju tog gama-kvanta pri kojoj je takva reakcija moguća.
7. (1 bod) Antiprotoni nastaju kada snop visoko-energijskih protona udara u vodikovu metu. Koja je minimalna kinetička energija snopa protona u laboratorijskom sustavu potrebna za produkciju antiprotona?
8. (2 boda) Navedite koji su od sljedećih procesa (ne)mogući i objasnite zašto:
 - a) foton pogađa elektron u mirovanju i predaje mu svu svoju energiju;
 - b) visoko-energijski foton se u "praznom prostoru" pretvara u par elektron-pozitron;
 - c) brzi pozitron i miran elektron se anihiliraju stvarajući jedan foton.
9. (1 bod) Konstruirajte pomoću Clebsch-Gordanovih koeficijenata sve moguće izospinske valne funkcije za sistem koji se sastoji od nukleona i piona.
10. (1 bod) Pomoću Heisenbergovog principa neodređenosti i izraza $R = (1.2 \text{ fm}) \times A^{1/3}$ procjenite srednju kinetičku energiju nukleona u jezgri.
11. (3 boda) Pokažite da su raspadi $\omega \rightarrow 3\pi^0$ i $\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ zabranjeni (sa stanovišta jake nuklearne sile) zbog zakona očuvanja izospina.
12. (1 bod) Objasnite zašto je zabranjen raspad $\rho \rightarrow \eta + \pi$.
13. (2 boda) Pokažite da su magnetski dipolni momenti vektorskih mezona ρ^+ i ρ^- jednaki po iznosu, a suprotnog predznaka.
14. (2 boda) ρ^+ je vektorski mezon s $J^\pi = 1^-$ i izospinom $T=1$. Izračunajte njegov magnetski dipolni moment pretpostavljajući najmanji mogući L za relativno gibanje kvarkova.

3.6 Dodatna literatura

1. W.S.C. Williams: "Nuclear and Particle Physics", Clarendon Press, Oxford, 1994.
2. S.S.M. Wong: "Introductory Nuclear Physics", John Wiley & Sons, 2004.