

## MATEMATIKA 2

### 2. KOLOKVIJ, 31. 01. 2024. prvi (teorijski) dio kolokvija

Prvi dio kolokvija sastoji se od 5 zadataka, a svaki može donijeti najviše 2 boda. Rješenja napišite unutar ostavljenih praznina (u tekstu ili nakon teksta zadatka). Dozvoljena je tablica derivacija i integrala. Kalkulatori i druga pomagala nisu dozvoljeni. Potpišite se na svaki list papira koji predate.

---

1. Neka je  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x_0 \in (a, b)$ . Definirajte pojam derivacije od  $f$  u točki  $x_0$ .
2. Iskažite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije  $f$  u točki  $x_0$  uz pretpostavku da je funkcija diferencijabilna.
3. Napišite Newton-Leibnizovu formulu.
4. Nađite opće rješenje Bernoullijeve diferencijalne jednačbe  $y' - 5y = e^{-2x}y^2$ .
5. Navedite primjer funkcije koja je diferencijabilna i ima kritičnu (stacionarnu) točku u kojoj se ne postiže lokalni ekstrem, tj. napišite domenu  $[a, b]$  i funkciju  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  takvu da postoji  $x_0 \in [a, b]$  takav da  $f'(x_0) = 0$ , ali funkcija  $f$  nema lokalni ekstrem u  $x_0$ .

## drugi (računski) dio kolokvija

Drugi dio kolokvija sastoji se od 4 zadatka,  
a svaki može donijeti najviše 10 bodova.

1. Nađite drugu derivaciju sljedećih funkcija:

a)  $f(x) = (\arcsin x)^2$ ,

b)  $f(x) = \ln(\sqrt[3]{1+x^2})$

2. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{4x - 12}{x^2 - 4x + 4}.$$

3. Izračunajte sljedeće integrale

a)  $\int x^2 e^x dx$ ,

b)  $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$ .

4. Žica duljine  $L$  prerezana je na dva dijela. Prvi dio, duljine  $x$ , savije se u oblik kružnice. Ostatak žice savije se u kvadrat. Za koju vrijednost  $x$  je suma površine kruga i kvadrata minimalna?