

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 1 (7 bodova)

- (a) (3 boda) Izračunajte $f^{(100)}(0)$ i $f^{(200)}(0)$ za funkciju zadanu formulom $f(x) = e^{x^{100}}$.
- (b) (4 boda) Dokažite da je funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - \sin x$ bijekcija te da joj je inverzna funkcija također derivabilna bijekcija. Potom odgovorite postoje li i izračunajte

$$(f^{-1})'(3\pi), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f^{-1})'(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{x}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 2 (5 bodova)

Za koju vrijednost parametra $a > 0$ se grafovi funkcija $y = ax^2$ i $y = a(x - 2)^2$ sijeku pod pravim kutem?

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 3 (6 bodova) Neka je

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(\frac{\pi}{2}x)}{(x-4)^2}, & x \leq 2; \\ \arctan(x+a) + b, & x > 2. \end{cases}$$

- (a) (3 boda) Odredite sve parove (a, b) realnih parametara a i b za koje je f neprekidna na \mathbb{R} . Pojavljuju li se među njima parovi za koje je $a = b$?
- (b) (3 boda) Dokažite da ne postoje a i b za koje je f klase C^1 na \mathbb{R} .

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 4 (7 bodova)

Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 1 (7 bodova)

- (a) (3 boda) Izračunajte $f^{(100)}(0)$ i $f^{(200)}(0)$ za funkciju zadanu formulom $f(x) = e^{x^{200}}$.
- (b) (4 boda) Dokažite da je funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \pi x - \operatorname{arctg} x$ bijekcija te da joj je inverzna funkcija također derivabilna bijekcija. Potom odgovorite postoje li i izračunajte

$$(f^{-1})'\left(\frac{3\pi}{4}\right), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (f^{-1})'(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{x}.$$

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 2 (5 bodova)

Za koju vrijednost parametra $b < 0$ se grafovi funkcija $y = bx^2$ i $y = b(x - 4)^2$ sijeku pod pravim kutem?

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 3 (6 bodova)

Neka je

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(\pi x)}{(x-2)^2}, & x \leq 1; \\ e^{(x+a)^3} + b, & x > 1. \end{cases}$$

- (a) (3 boda) Odredite sve parove (a, b) realnih parametara a i b za koje je f neprekidna na \mathbb{R} . Pojavljuju li se među njima parovi za koje je $a = b$?
- (b) (3 boda) Dokažite da ne postoje a i b za koje je f klase C^1 na \mathbb{R} .

MATEMATIČKA ANALIZA 2

prvi kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 4 (7 bodova)

Ispitajte tok i skicirajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}.$$