

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

popravni kolokvij - 20. lipnja 2011.

**Zadatak 1** (12=6+6 bodova)

- (a) Pretpostavimo da je funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  derivabilna u točki 0 te da je  $f(0) = f'(0) = 1$ .  
Izračunajte limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)e^x - 1}{f(x) \cos x - 1}.$$

- (b) Neka je  $P : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija zadana s

$$P(x) = e^{-x^3} \left( e^{x^3} \right)^{(2011)}.$$

Izračunajte  $P^{(4022)}(x)$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

popravni kolokvij - 20. lipnja 2011.

**Zadatak 2** (13=6+7 bodova)(a) Funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana je s

$$f(x) := \begin{cases} x^2 & : x \in \mathbb{Q} \\ -x^2 & : x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}.$$

Odredite sve točke u kojima je  $f$  derivabilna.(b) Odredite sliku funkcije  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , ako je

$$f(x) := \left( 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^{99}}{99!} \right) e^{-x}.$$

Nadalje, odredite sve točke infleksije od  $f$ .

**MATEMATIČKA ANALIZA 2**

popravni kolokvij - 20. lipnja 2011.

**Zadatak 3** (13=7+6 bodova)

(a) Izračunajte nepravi integral

$$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{x}}{x^2} dx.$$

(b) Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{(n+1)^2} + \frac{n}{(n+2)^2} + \cdots + \frac{n}{(2n)^2} \right).$$

## MATEMATIČKA ANALIZA 2

popravni kolokvij - 20. lipnja 2011.

**Zadatak 4** (12=4+4+4 bodova)

(a) Ispitajte konvergenciju i apsolutnu konvergenciju redova

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \sqrt{n}}, \quad (ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + (\log n)^2}.$$

(b) Odredite radijus konvergencije reda potencija

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n.$$