

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 1** (7 bodova)

(a) (5 bodova) Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}}{\sqrt[3]{n^2}}.$$

(b) (2 boda) Neka su  $a, b > 0$  pozitivni realni brojevi. Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}}}{2} \right)^n.$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 2** (6 bodova) Za dani parametar  $t \geq 1$  niz  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  zadan je rekurzivno:

$$a_1 = t, \quad a_{n+1}a_n = 3a_n - 2.$$

- (a) (4 boda) Neka je  $t = 4$ . Dokažite da je niz  $(a_n)$  konvergentan i odredite mu limes.
- (b) (2 boda) Odredite sve vrijednosti parametra  $t \geq 1$  za koje je niz  $(a_n)$  rastući. Obrazložite tvrdnju.

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 3** (6 bodova) Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$A = \left\{ \frac{3n+2}{3m-2} \cdot \frac{(-1)^{m^2}}{n+4} : m, n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{ \lfloor \arctg x \rfloor : x \in \mathbb{R} \}.$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 4** (6 bodova) Odredite limese

(a) (4 boda)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos(2x)}}{x \sin x},$

(b) (2 boda)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \left\lfloor \frac{1}{x} \right\rfloor.$

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 1** (7 bodova)

(a) (5 bodova) Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{n}}{\sqrt{n^3}}.$$

(b) (2 boda) Neka su  $a, b > 0$  pozitivni realni brojevi. Izračunajte limes

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\cos\left(\frac{a}{n}\right) + \cos\left(\frac{b}{n}\right)}{2} \right)^{n^2}.$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 2** (6 bodova) Za dani parametar  $a \geq 1$  niz  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  zadan je rekursivno:

$$x_1 = a, \quad 2x_{n+1}x_n = 5x_n - 2.$$

- (a) (4 boda) Neka je  $a = 1$ . Dokažite da je niz  $(x_n)$  konvergentan i odredite mu limes.
- (b) (2 boda) Odredite sve vrijednosti parametra  $a \geq 1$  za koje je niz  $(x_n)$  padajući. Obrazložite tvrdnju.

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 3** (6 bodova) Odredite, ako postoje, infimum i supremum skupa

$$A = \left\{ \frac{(-1)^{n^3}}{m+2} \cdot \frac{2m+1}{2n-1} : m, n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{ \lfloor \operatorname{arctg} x \rfloor : x \in \mathbb{R} \}.$$

**MATEMATIČKA ANALIZA 1**

2. kolokvij - 30. siječnja 2015.

**Zadatak 4** (6 bodova) Odredite limese

(a) (4 boda)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \operatorname{ch} x \sqrt{\operatorname{ch}(2x)}}{x \operatorname{sh} x},$

(b) (2 boda)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \lfloor x \rfloor.$