MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 27. 11. 2006.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: ____________________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Dokažite tvrdnju: Ako je funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ strogo rastuća na intervalu $I \subset \mathbb{R}$ tada je ona injekcija.

   (b) Iskažite matematički precizno Arhimedov aksiom u skupu realnih brojeva.

   [10 bodova]

2. Neka je $f(x) = \log_2\left(2\sin\frac{\pi}{6}x + 2\right)$. Odredite

   (a) $f(\langle -3, 4\rangle)$,

   (b) $f([-1, 3])$. [10 bodova]

3. Neka je $f(x) = \ln^4 x - 3\ln^2 x + 2$. Odredite $f^{-1}([-1, 0])$. [10 bodova]

4. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom
$$f(x) = \sqrt{\frac{\log_2 x + 2}{\log_2 x - 1}}$$
   [10 bodova]

5. Neka je $f : [-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}] \to \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom
$$f(x) := \sin^2 x + 2\sin x - 2.$$

   (a) Ispitajte je li f surjekcija.

   (b) Ispitajte je li f injekcija. U slučaju potvrdnog odgovora odredite inverznu funkciju $f^{-1} : \mathcal{R}_f \to [-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}]$.

   [10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 27. 11. 2006.

Ime i prezime: ________________________________ JMBAG: ____________________

(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Dokažite tvrdnju: Ako je funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ strogo rastuća surjekcija na intervalu $I \subset \mathbb{R}$ tada ona ima inverznu funkciju koja je također strogo rastuća.
   (b) Iskažite riječima i matematičkim simbolima definiciju supremuma i maksimuma.

[10 bodova]

2. Neka je $f(x) = \arcsin\left(\dfrac{1+x}{x-1}\right)$. Odredite
   (a) $f(\langle -\infty, -1])$,
   (b) $f(\langle -\infty, -3\rangle)$. [10 bodova]

3. Neka je $f(x) = 4^{x^2} - 6 \cdot 2^{x^2} + 8$. Odredite $f^{-1}([-5, 0])$. [10 bodova]

4. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = \sqrt[4]{\frac{\log_3 x - 2}{\log_3 x + 1}}$$

[10 bodova]

5. Neka je $f : [\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}] \to \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \operatorname{tg}^2 x + 4 \operatorname{tg} x + 2.$$

   (a) Ispitajte je li f surjekcija.
   (b) Ispitajte je li f injekcija. U slučaju potvrdnog odgovora odredite inverznu funkciju $f^{-1} : \mathcal{R}_f \to [\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}]$.

[10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 27. 11. 2006.

Ime i prezime: ______________________________ JMBAG: ____________________

(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Dokažite tvrdnju: Ako je funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ strogo padajuća na intervalu $I \subset \mathbb{R}$ tada je ona injekcija.

   (b) Iskažite matematički precizno Cantorov teorem o potpunosti skupa realnih brojeva.

   [10 bodova]

2. Neka je $f(x) = 3^{x^2-4x+3} - 1$. Odredite

   (a) $f(\langle 1, 4\rangle)$,

   (b) $f([0, 2])$. [10 bodova]

3. Neka je $f(x) = 2^{\frac{16}{\pi^2}\operatorname{arctg}^2 x - 1}$. Odredite $f^{-1}(\langle 0, 1])$. [10 bodova]

4. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom

$$f(x) = \sqrt[6]{\frac{\log_4 x - 1}{\log_4 x + 2}}$$

   [10 bodova]

5. Neka je $f : [\pi, 2\pi] \to \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom

$$f(x) := \cos^2 x + 3\cos x + 2.$$

   (a) Ispitajte je li f surjekcija.

   (b) Ispitajte je li f injekcija. U slučaju potvrdnog odgovora odredite inverznu funkciju $f^{-1} : \mathcal{R}_f \to [\pi, 2\pi]$.

   [10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević

MATEMATIČKA ANALIZA 1

1. kolokvij, 27. 11. 2006.

Ime i prezime: ______________________ JMBAG: ______________
(10-znamenkasti broj na x-ici)

Napomene: - Svaki zadatak rješavajte na zasebnom potpisanom papiru.
- Prije rješavanja zadatka, pažljivo ga pročitajte.
- Zajedno sa rješenjima predajte i ovu naslovnicu.

1. (a) Dokažite tvrdnju: Ako je funkcija $f : I \to \mathbb{R}$ strogo padajuća surjekcija na intervalu $I \subset \mathbb{R}$ tada ona ima inverznu funkciju koja je također strogo padajuća.
   (b) Iskažite riječima i matematičkim simbolima definiciju infimuma i minimuma.

   [10 bodova]

2. Neka je $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1-x}{x}\right)$. Odredite
   (a) $f(\langle 0, +\infty\rangle)$,
   (b) $f([\frac{1}{2}, 1\rangle)$.

   [10 bodova]

3. Neka je $f(x) = e^{-\ln^2 x + 5\ln x - 6}$. Odredite $f^{-1}([1, e\rangle)$. [10 bodova]

4. Odredite prirodnu domenu funkcije zadane formulom
$$f(x) = \sqrt[8]{\frac{\log_5 x + 1}{\log_5 x - 2}}$$

   [10 bodova]

5. Neka je $f : [-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}] \to \mathbb{R}$ funkcija definirana formulom
$$f(x) := \operatorname{ctg}^2 x - 2\operatorname{ctg} x + 2.$$
   (a) Ispitajte je li f surjekcija.
   (b) Ispitajte je li f injekcija. U slučaju potvrdnog odgovora odredite inverznu funkciju $f^{-1} : \mathcal{R}_f \to [-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}]$.

   [10 bodova]

Rezultati:

B. Guljaš, T.Šikić, I. Gogić, A. Mimica, O. Perše, G. Trupčević