Sveučilište u Zagrebu
Prirodoslovno - Matematički Fakultet
Matematički odjel

Darko Brborović

Upravljanje financijskom imovinom

Zagreb, veljača 2023.

Sadržaj

Predgovor

Ova knjiga je nastala na osnovu neformalne skripte prema kojoj se gotovo 10 godina održavao kolegij Upravljanje financijskom imovinom na smjeru Financijske matematike Matematičkog odjela PMF-a u Zagrebu. Kolegij je osmislio Nenad Bakić, a napravio je i prvu verziju skripte za taj kolegij.

Darko Brborović

Poglavlje 1

Investiranje

U ovom poglavlju uvodimo osnovne pojmove i terminologiju koju ćemo koristiti u narednim poglavljima.

1.1 Što je investicija

1.1.1 Uvod

"Kupiti jeftino i prodati skupo" nećete kao investicijsku "strategiju" čuti samo u filmovima o Wall Streetu, nego i od mnogih fond managera, brokera i drugih osoba koji upravljaju, najčešće tuđim, novcem. Pri tome se navode osobni uspjesi iz prošlosti te se pod utjecajem hedonističke cenzure, koncepta iz bihejvioralnih financija o kojem ćemo nešto više reći kasnije, zaboravljaju neuspjesi u provođenju "kupi jeftino i prodaj skupo" strategije. Sastavni dio takve "strategije" je suženi pogled na portfelj kojim se upravlja, odnosno mjerenje uspješnosti ulaganja nabrajanjem "uspješnih" kupnji i prodaja (onih koje su završile nekakvim povećanjem početnog iznosa kupnje) te nizom "dugoročnih" investicija (onih koje se nisu uspjele unovčiti po većim cijenama, ali će se to već dogoditi negdje u budućnosti).
Ipak, investicijska strategija nešto je mnogo kompleksnije i uključuje

- usvajanje investicijske filozofije,
- odabir strategije,
- alokaciju imovine u investicijske klase i unutar njih,
- kontrolu rizika, a sve to
- u kontekstu investicijskih potreba vlasnika sredstava.

U svakom slučaju, investiranje je daleko više od onoga što se na financijskim tržištima pod tim često u praksi podrazumijeva, tj. oportunističko i često špekulativno kupovanje i prodavanje pojedinih investicijskih instrumenata. Omjer prinosa i rizika najčešće nije očit, a dionice, kao investicijska klasa koja konceptualno i u praksi najviše odgovara portfeljima dugoročnih ulagača (mirovinskih fondova i životnih osiguranja, na primjer) je najčešće nedovoljno iskorištena.

1.1.2 Pojam investicije

Investiciju možemo opisati kao odricanje od potrošnje sredstava (novca) u sadašnjosti, radi kupnje neke imovine, do nekog vremena u budućnosti kako bi se ostvarili povrati (u jednostavnijem slučaju kamata) koji će kompenzirati investitora za

- vrijeme na koje su sredstva uložena,
- očekivanu stopu inflacije i
- nesigurnost budućih isplata.

Investiranjem se, dakle, ostvaruju povrati na investicije (ulaganja). Povrat na investiciju (povrat na ulaganje) je u naravi novčani iznos koji se dobiva na kraju procesa investiranja u odnosu na početno investirani novčani iznos. Malo šire gledano se povrat može računati i kroz tržišnu vrijednost investicija na početku razdoblja investiranja u odnosu na tržišnu vrijednost investicija na kraju razdoblja investiranja. Preciznije mjere povrata bit će opisane u sljedećem potpoglavlju. Ponekad se povrat koji se ostvaruje investiranjem naziva i zaradom od investiranja (zaradom od ulaganja), ali treba uočiti da povrat koji se tako ostvaruje može biti i negativan pa je primjerenije govoriti o povratu na investiciju, nego o zaradi od investiranja.

Investitori mogu biti različiti (fizičke osobe, države, mirovinski ili investicijski fondovi, osiguravajuća društva itd.), kao i načini investiranja (u depozite, nekretnine, obveznice, dionice itd.), ali je svima zajednička karakteristika da se investitor odriče potrošnje nekog znanog iznosa novca u sadašnjosti za očekivani niz isplata u budućnosti.

Namjera je svakog investitora da novčani tokovi koje će ostvariti u budućnosti budu veći od uloženih sredstava. Iako to izgleda samorazumljivo, ipak to nije tako jednostavno ostvariti. Osnovni problem, kao i jedan od osnovnih motiva za investiranje, je želja da inflacija u dužem vremenskom roku ne obezvrijedi vrijednost sredstava koja su na raspolaganju pojedinom investitoru. U skladu s time je potrebno obaviti odabir imovine u koju će se investirati kako bi se ostvario godišnji povrat koji će biti veći od nekog zacrtanoga (na primjer, veći od inflacije, ili veći od 5% godišnje i slično). Na žalost, kako god da odaberemo svoje investicije pri tome ćemo preuzeti rizik da će povrati koje ćemo ostvariti u budućnosti biti negativni. Možemo uočiti da se i odluka da se neće poduzeti nikakvo investiranje pokazuje kao investicijska odluka, u oportunitetnom smislu, jer određuje vrijednost sredstava u budućnosti.
U kontekstu gore navedene definicije investicije kratko ćemo raspraviti jedan od osnovnih pojmova u investiranju, odnosno u financijama, a to je pojam vremenske vrijednosti novca.

1.1.3 Vremenska vrijednost novca

Većina materijala koju ćemo iznijeti u nastavku teksta bazirat će se na pretpostavci da su kamatne stope u ekonomiji koju promatramo nenegativne. Ta činjenica u principu korespondira sa pozitivnom stopom inflacije, ali je prisutna i u slučaju kraćih deflacijskih epizoda u ekonomiji pa ćemo zapravo to uzeti kao trajnu pretpostavku. U takvom okruženju je jasno da novac ima vrijednost koja je ovisna o vremenskoj dimenziji, a proizlazi iz činjenice da se na investirani novac može ostvariti neka kamata. Konkretnije, netko tko je spreman posuditi svoj novac na neko vremensko razdoblje očekuje da će za to biti kompenziran uvećanim iznosom novca na kraju tog razdoblja (dakle, nekom kamatom ili, općenitije, ostvarenim povratom). S druge strane, ako netko želi pozajmiti novac mora biti spreman da će na kraju perioda zajma morati vratiti veći iznos od onoga koji je posudio (zašto bi mu netko inače posudio novac na samom početku?). Dakle, u slučaju nenegativnih kamatnih stopa u ekonomiji zaključujemo da isti iznos novca vrijedi više odmah, nego u nekom budućem trenutku.[1]

Ponekad se na povrate na investiciju pojednostavljeno gleda kroz prizmu ostvarenih kamata, iako je kamatonosni prihod samo dio prihoda koji se ostvaruju investiranjem, o čemu ćemo još govoriti u nastavku. Kamata je u tom kontekstu kompenzacija za vrijeme na koji se novac investira, za inflaciju koja se očekuje u razdoblju investiranja i za nesigurnost povrata glavnice i kamata, prema analogiji s općenitom definicijom povrata na investiciju. Kao i inače ćemo relativni (postotni) udio kamate u odnosu na uloženu glavnicu nazivati **kamatnom stopom**. U kontekstu prijašnjih napomena možemo reći da ćemo pod pojmom **kamatne stope koju ostvarujemo investiranjem** podrazumjevati relativnu (u odnosu na glavnicu) i anualiziranu (svedenu na godišnju razinu) kamatu koja **se sastoji od**

- **čiste vremenske vrijednosti novca**,
- **kompenzacije za očekivanu inflaciju** i
- **kompenzacije za rizik** (koji proizlazi iz nesigurnosti budućih prihoda od investicije).

Iako se često o investicijama razgovara u terminima ostvarene kamate koju zarađuje investitor, ispravnije je govoriti u terminima povrata koje ostvaruje investitor pa ćemo se tom terminologijom koristiti u nastavku teksta.

U slučaju općenitih povrata koji se ostvaruju na investiciju nalazimo se u situaciji u kojoj investitor želi kupiti neku imovinu i odreći se novca na neko vrijeme kako bi ostvario veće novčane tokove u budućnosti. Kao što smo već rekli, pri tome investitor želi ostvariti povrat koji će ga kompenzirati za vrijeme na koje se odrekao od novca, za inflaciju u tom razdoblju te za nesigurnost budućih novčanih tokova. Tako razloženi povrat na investiciju se naziva i **zahtjevanom stopom povrata na investiciju** ili zahtjevanom kamatnom stopom potrebnom da bi investitor poduzeo neku investiciju (investirao).

Ukupni povrat, odnosno kamatna stopa, koji investitor ostvari svojom investicijom naziva se **nominalnim povratom**, odnosno nominalnom kamatnom stopom. Ukoliko nominalni povrat, odnosno nominalnu kamatnu stopu, prilagodimo za stopu inflacije za vrijeme trajanja investicije dobivamo **realni povrat**, odnosno realnu kamatnu stopu. Precizniji izračun odnosa realnog i nominalnog povrata dan je u primjeru 1.1.1 koji je naveden u nastavku teksta.

Uočimo da čista vremenska vrijednost novca nije opaziva varijabla. Ona bi načelno trebala predstavljati realnu kamatnu stopu koja se može ostvariti na bezrizičnu investiciju. Nije jasno da takva uopće postoji, ali se u ovom kontekstu ona često aproksimira dugoročnom stopom rasta BDP-a koja služi kao aproksimacija prosječnih investicijskih mogućnosti koje su dostupne na svjetskoj razini. Povijesno gledano moglo bi se reći da to iznosi oko 2% godišnje, u prosjeku. Jasno je da se čista vremenska vrijednost novca može izračunati i kao razlika nominalne kamatne stope i ostale dvije komponente. Ipak, time si nismo olakšali posao jer je jednako teško procijeniti kolika bi trebala biti kompenzacija za preuzeti rizik pri investiranju, odnosno za nesigurnost budućih novčanih tokova od investicije. Naime, nesigurnost vezana uz primitke novčanih tokova od investicije

[1] Čak i ukoliko su kamatne stope u ekonomiji negativne, a to je moguće u slučaju dugotrajnijih deflacijskih razdoblja (razdoblja negativne inflacije), osnovno rezoniranje koje opisuje proces i motive za posuđivanje sredstava je i dalje istinito samo što se tada kompenzacija za sadašnje odricanje od potrošnje ne uspoređuje s početnim iznosom, nego s početnim iznosom umanjenim za (očekivanu) negativnu inflaciju.

proizlazi iz različitih faktora. Na primjer, ukoliko je investicija koju promatramo obična dionica, onda su neki od osnovnih uzroka za nesigurnost budućih novčanih tokova od dionice vezani uz rizik poslovanja poduzeća u čije smo dionice uložili, zatim financijski rizik (koji proizlazi iz načina na koje je poduzeće financirano), rizik likvidnosti (mogućnost brzog unovčavanja svoje investicije), tečajni rizik, politički rizik i tako dalje. U svakom slučaju, govorimo o kompleksnom skupu utjecaja čije djelovanje i međuovosnosti nije lako kvantificirati, a značajno utječu na buduće novčane tokove koje očekujemo od investicije. Za sada ćemo stati s ovom raspravom jer je određivanje kamatne stope koja će nas kompenzirati za preuzete rizike jedan od ključnih, ali i najkompleksnijih problema u financijama pa je samim time to jedna od rekurentnih tema kojoj ćemo se vraćati u nastavku.

Primjer 1.1.1 (Nominalni i realni povrat)**.** Neka je čista vremenska vrijednost novca jednaka $r_{br} = 2\%$, očekivana stopa inflacije $r_{in} = 4\%$ te neka je kompenzacija za rizik ulaganja u neku investiciju jednaka $r_{sr} = 5\%$. Tada je povrat koji investitor želi ostvariti od te investicije, odnosno zahtjevana stopa povrata, jednak

$$(1 + r_{br})(1 + r_{in})(1 + r_{sr}) - 1 = 0,11384.$$

Dakle, nominalni zahtjevani povrat jednak je $11,384\%$. Da bismo dobili realni povrat trebamo nominalni povrat prilagodili za inflaciju, odnosno podijeliti nominalni povrat sa stopom inflacije. Zašto računamo tako? Učinak inflacije na vrijednost novca je takav da nakon jedne godine (ili u dužem roku, ako nam tako treba) novac vrijedi manje upravo za vrijednost inflacije. Drugim riječima, da bismo vrijednost novca koju smo dobili investiranjem za godinu dana sveli na sadašnju vrijednost novca, odnosno dobili iznos koji je ekvivalentan u današnjim cijenama, trebamo dobiveni iznos umanjiti, naravno diskontiranjem, za inflaciju. U ovom konkretnom slučaju to znači da trebamo podijeliti $1,11384$ sa $1,04$ i oduzeti 1. Tako dobivamo da je realni zahtjevani povrat jednak $7,1\%$.

Analogno dovodimo u vezu i nominalnu i realnu kamatnu stopu. Na primjer, ako je godišnja kamatna stopa koju možemo dobiti u banci na rok od godine dana jednaka 4%, te ako je u toj godini stopa inflacije jednaka $1,8\%$ onda je nominalna kamatna stopa, ujedno i povrat na ulaganje/štednju, jednaka $k_n = 4\%$, dok je realna kamatna stopa jednaka

$$k_r = (1 + 0,04)/(1 + 0,018) - 1 \approx 0,0216 = 2,16\%.$$

Možemo još istaknuti da se u slučaju male inflacije realni povrat približno može dobiti oduzimanjem stope inflacije od nominalnog povrata.

Da ne bi ostavili neke nedoumice vezane uz ove pojmove precizirajmo sve na razini novčanih iznosa. Pretpostavimo da ulažemo HRK 10.000,00 po kamatnoj stopi od 4% uz stopu inflacije od $1,8\%$. Tada je prije svega kamata koju ostvarimo nakon godine dana jednaka HRK 400,00, što je konzistentno s ukamaćivanjem po nominalnoj kamatnoj stopi od 4%, koju smo definirali kao postotni udio kamate (relativni omjer) u početno investiranom novčanom iznosu (dakle, 400/10.000). Naravno, realna vrijednost te kamate nakon godine dana će biti jednaka nominalnoj kamati umanjenoj za stopu inflacije pa je realna vrijednost uloženog iznosa od HRK 10.000,00 po kamatnoj stopi od 4% nakon godine dana jednaka HRK 10.216,00. Drugim riječima, iznos od HRK 10.216,00 je vrijednost ukamaćenog iznosa HRK 10.400,00 umanjen za inflaciju, odnosno sveden na vrijednost bez inflacije što je zapravo vrijednost tog budućeg novčanog toka u sadašnjosti. □

1.1.4 Ukamaćivanje

U ovom ćemo odjeljku kratko ponoviti osnovne relacije vezane uz ukamaćivanje kako kasnije ne bi bilo zabune na što mislimo kada se referiramo na pojmove koje ćemo uvesti. Ukoliko označimo sa

- $r = r_g$ godišnju kamatnu stopu,
- n broj godina investiranja (u ovom slučaju klasične štednje)
- P_0 početnu vrijednost investicije (u sadašnjosti) te
- P_n vrijednost investicije nakon n godina,

onda je buduća vrijednost početne investicije uz godišnje ukamaćivanje po stopi r_g dana sa

$$P_n = P_0\ (1 + r_g)^n. \tag{1.1}$$

U literaturi se ovakav način obračuna kamata često naziva **složeni obračun kamata** i ukoliko ne napomenemo drugačije njega ćemo koristiti u nastavku teksta. Naravno, ostvarena kamata je uvijek jednaka $P_n - P_0$ pa je ona zapravo u ovom slučaju jednaka $P_0\ ((1 + r_g)^n - 1)$.
Ponekad se koristi i tako zvani **jednostavni obračun kamata**.[2] Uz iste oznake kao prije je buduća vrijednost početne investicije uz jednostavno godišnje ukamaćivanje po kamatnoj stopi r_g dana sa

$$P_n = P_0\ (1 + r_g \cdot n). \tag{1.2}$$

U ovom slučaju je izračun ostvarenih kamata nakon n godina jednostavnije izračunati pa su kamate jednake $P_0 \cdot r_g \cdot n$.

Na ovom mjestu možemo uočiti da se kod obračuna kamata koriste još neki nazivi poput dekurzivnog načina obračuna kamata i anticipativnog načina obračuna kamata. Dekurzivni način obračuna kamataa podrazumijeva obračun kamata na kraju razoblja ukamaćivanja (na kraju godine, ako je osnovno razdoblje investiranja jednako jednoj godini) i to na iznos koji je uložen u neku investiciju. To je uobičajen način obračuna kamata i gornje formule su dane uz pretpostavku takvog obračuna kamata. Ukoliko ne napomenemo drugačije, u nastavku teksta koristimo dekurzivni način obračuna kamata.

Anticipativni način obračuna kamata je neintuitivniji i obračunava se na početku razdoblja investiranja na iznos koji će biti ostvaren na kraju razdoblja investiranja. Drugim riječima, kod anticipativnog načina obračuna kamata pretpostavljamo da je poznata konačna vrijednost investiranja nakon n godina P_n, a onda računamo kamate na početku svake godine koristeći se upravo konačnom vrijednosšću P_n, ali ujedno i pretpostavljamo da se tako obračunate kamate i plaćaju na početku investiranja. Konkretno, svake godine je, prema jednostavnom obračunu, godišnja kamata jednaka $P_n \cdot r_g$ pa je za n godina kamata jednaka $P_n \cdot r_g \cdot n$. Ako je početna vrijednost investicije jednaka konačnoj vrijednosti investicije umanjenoj za kamate dobivamo da je $P_0 = P_n - P_n \cdot r_g \cdot n$, odnosno $P_n = P_0 \cdot (1/(1 - r_g \cdot n))$. Slično je u slučaju složenog anticipativnog obračuna kamata $P_n = P_0 \cdot (1/(1 - r_g))^n$. Čitatelj se ne treba zamarati pamćenjem ovih formula za anticipativni račun jer ih i sam može izvesti iz općih principa ukamaćivanja, a ovdje smo ih naveli samo radi potpunosti.

[2] Zapravo, takav način obračuna kamata dominira kod kratkoročnog obračuna kamata na bankarskom tržištu ili obračuna kupona kod obveznica. Razlog za korištenje složenog kamatnog računa krije se u činjenici da njegovim korištenjem dobivamo stvarne povrate koje ostvarujemo investiranjem, kao što ćemo vidjeti u sljedećem potpoglavlju.

Iako smo odjeljak započeli izrazima kojima računamo ukamaćene iznose na višekratnike od godine dana, jasno je da se u praksi često javljaju situacije u kojima ukamaćujemo iznose na rokove koji nisu višekratnici godine dana. Ukoliko ukamaćujemo iznos P_0 na broj dana m, onda se formula (1.1) mijenja tako da u eksponentu stoji izraz $m/365$ umjesto n. Dakle, iznos koji ćemo dobiti nakon m dana investiranja složenim načinom obračuna kamata po kamatnoj stopi r_g jednak je

$$P_{m\ (\text{dana})} = P_0\ (1 + r_g)^{m/365}. \tag{1.3}$$

Jasno, formule (1.1) i (1.3) se podudaraju ukoliko je broj dana višekratnik od 365. Slično, ukoliko pretpostavimo jednostavni obračun kamata i razdoblje ukamaćivanja od m dana dobivamo analogon formule (1.2):

$$P_{m\ (\text{dana})} = P_0\ \Big(1 + \frac{r_g \cdot m}{365}\Big). \tag{1.4}$$

Polazeći od osnovne formule (1.1) možemo si postaviti i neka dodatna pitanja poput: kolika bi morala biti polugodišnja kamatna stopa ili mjesečna kamatna stopa tako da efekt ukamaćivanja bude isti kao na godišnjoj razini? Na primjer, u slučaju pola godine tražimo kamatnu stopu koja će zadovoljiti jednakost

$$P_0(1 + r_g) = P_0\ (1 + r_{g/2})^2.$$

Jasno, dobivamo da je

$$r_2 := r_{g/2} = (1 + r_g)^{1/2} - 1.$$

Ukoliko pretpostavimo da je godišnja kamatna stopa jednaka 4%, dobivamo da je ekvivalentna polugodišnja kamatna stopa jednaka $1,98\%$. To je, znači, kamatna stopa uz koju ukamaćivanjem iznosa P_0 dva puta na pola godine, pri čemu pripisujemo ostvarenu kamatu na početku drugih pola godine, dobivamo isti iznos kao da smo iznos P_0 ukamatili na godinu dana po 4%. Slično, u slučaju računanja ekvivalentne mjesečne kamatne stope dobivamo

$$r_{12} := r_{g/12} = (1 + r_g)^{1/12} - 1.$$

Općenito, ukoliko računamo **ekvivalentnu kamatnu stopu za k-ti dio godine** dobivamo da je ona jednaka

$$r_k := r_{g/k} = (1 + r_g)^{1/k} - 1. \tag{1.5}$$

Kao i u slučaju pola godine, interpretacija ove kamatne stope je da je to ona kamatna stopa kojom početni iznos novca treba ukamatiti k puta uzastopno da bi se dobio iznos koji je jednak onome koji dobivamo ukamaćivanjem po godišnjoj kamatnoj stopi r_g. Kamatna stopa r_k se u literaturi često naziva i **konformna kamatna stopa**.

Iako je samo ukamaćivanje relativno jednostavan koncept u kojem ne bi trebalo biti previše nepoznanica, u praksi se često dolazi do nekih posebnosti. Jedna od njih je **konvencija u bankarstvu** prema kojoj se godišnja kamatna stopa r može pripisati u kraćim razdobljima oročavanja.

Prema toj konvenciji se za, na primjer, polugodišnje oročavanje depozita dobiva najprije iznos $P_0(1+r/2)$ nakon pola godine te iznos $P_0(1+r/2)^2$ nakon produženja depozita na još godinu dana. Slično se za četiri uzastopna kvartalna oročenja depozita dobiva iznos $P_0(1 + r/4)^4$.

Općenito, ukoliko kamatnu stopu za k-ti dio godine računamo kao

$$r'_k = r_g/k, \tag{1.6}$$

gdje je r_g godišnja kamatna stopa, onda se takva kamatna stopa r'_k u literaturi često naziva i **relativna kamatna stopa**.

Primjer 1.1.2. Pretpostavimo da je dana godišnja kamatna stopa $r = 3,25\%$. Nadalje, pretpostavimo da vrijedi gornja konvencija o obračunu kamata u bankarstvu te da kvartalno oročavamo sredstva po toj kamatnoj stopi (koristimo relativnu kamatnu stopu). Tada ekvivalentnu godišnju kamatnu stopu dobivamo iz jednakosti $P_0\,(1+r_e) = P_0\,(1+r/4)^4$ pa izračunamo da je ona jednaka $r_e = 3,2898\%$. To je, dakle, godišnja kamatna stopa po kojoj treba oročiti sredstva da bi učinak ukamaćivanja bio jednak kao i kod uzastopnog tromjesečnog oročavanja po kamatnoj stopi r uz navedenu konvenciju, odnosno uz korištenje relativne kamatne stope.
Naravno, sve možemo dodatno precizirati obračunom kamata za neki konkretan iznos poput $P_0 = 10.000$ kuna. Tada kvartalnim obračunom kamata i korištenjem kamatne stope $r = 3,25\%$ na kraju godine dobivamo iznos od $10.328,98$ kuna. Drugačije formulirano, uz korištenje relativne kamatne stope $r'_4 = 3,25\%/4 = 0,8125\%$ koju primijenimo 4 puta na kraju godine dobivamo iznos od $10.000 \cdot (1 + 0,8125)^4 = 10.328,98$ kuna. Savim je jasno da je to isto kao da smo iznos od 10.000 kuna odmah ukamatili na godinu dana po kamatnoj stopi $3,2892\%$, kao što smo vidjeli još u (1.1). □

Pogledajmo još jedan primjer u kojem ćemo pokazati razliku između relativnog i konformnog obračuna kamata i to na primjeru polugodišnjeg obračuna kamata.

Primjer 1.1.3. Pretpostavimo da imamo HRK 15.000 koje ćemo uložiti u banku. Banka nam nudi godišnju kamatnu stopu od 5% i rok oročenja od 4 godine, s time da sami možemo odlučiti da li ćemo koristiti godišnji ili polugodišnji obračun kamata. Pogledajmo kako sve možemo izračunati iznos koji ćemo dobiti na kraju četvrte godine pri čemu se obračun kamata uvijek obavlja na kraju razdoblja ukamaćivanja (koristimo uobičajeni dekurzivni obračun kamata).
Prije svega možemo odlučiti da ćemo odabrati godišnji obračun kamate. U tom slučaju, načelno govoreći, imamo dvije mogućnosti odabira obračuna kamata: složeni obračun kamata i jednostavni obračun kamata. Upotrebom složenog obračuna kamata na kraju četvrte godine dobivamo

$$P_{4\,\text{složeni}} = 15.000 \cdot (1 + 0,05)^4 = 18.232,59 \;\text{ kuna},$$

dok upotrebom jednostavnog obračuna kamata na kraju četvrte godine dobivamo

$$P_{4\,\text{jednostavni}} = 15.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 4) = 18.000,00 \;\text{ kuna}.$$

Ukoliko se odlučimo za polugodišnji obračun kamata možemo dodatno odabrati upotrebu relativne kamatne stope ili konformne kamatne stope. Prije svega trebamo izračunati koliko iznosi relativna polugodišnja kamatna stopa i konformna polugodišnja kamatna stopa, a onda ćemo pretpostaviti da se kamate pripisuju svakih pola godine na dotadašnji iznos oročenja: ukupno 8 uzastopnih oročenja.

Relativna polugodišnja kamatna stopa je jednaka $r'_2 = 5\%/2 = 2,5\%$. Nakon pola godine će početnih 15.000 kuna narasti na $15.000 \cdot (1 + 0,025) = 15.375$ kuna. Jasno, kamata je za tih prvih pola godine jednaka 375 kuna i pripišemo je glavnici pa u drugih pola godine oročenja ulazimo sa 15.375 kuna. Na kraju drugih pola godine oročenja dobivamo $15.375 \cdot (1 + 0,025) = 15.759,38$ kuna pa je kamata za tih drugih pola godine oročenja jednaka $384,38$ kuna. Pripišemo je glavnici od 15.375 kuna i oročimo dobivenih $15.759,38$ na sljedećih pola godine. Nastavljajući postupak dok ne završimo s izračunom kamata za osmo polugodišnje razdoblje oročenja dobivamo iznos od $15000 \cdot (1+0,025)^8 = 18.276,04$ kuna. Dakle, na kraju četvrte godine ćemo dobiti $18.276,04$ kuna.

Konformna polugodišnja kamatna stopa je prema (1.5) jednaka $r_2 = (1+0,05)^{1/2} - 1 = 2,4695\%$. Slično kao i u slučaju obračuna relativne polugodišnje kamate na kraju osmog razdoblja oročavanja sredstava, odnosno na kraju četvrte godine, dobivamo iznos od

$15.000 \cdot (1 + 0,024695)^8 = 18.232,59$ kuna. Ne iznenađuje nas da se ovaj iznos podudara s iznosom složenog godišnjeg ukamaćivanja kamatnom stopom od 5% jer je polugodišnja konformna kamatna stopa r_2 upravo bila i birana tako da kamata koja se njome dobije bude ekvivalentna godišnjoj kamati koja se dobije primjenom početne godišnje kamatne stope od 5%. □

U sljedećem primjeru ćemo ilustrirati što se događa kada dodatno smanjujemo razdoblje ukamaćivanja (na primjer, oročavanjem na sve kraće vremenske rokove).

Primjer 1.1.4 (**Neprekidno ukamaćivanje**). Uzmimo $P_0 = 100$ i $r = 10\%$ godišnje. Pogledajmo što se događa sa rezultatom ukamaćivanja kada skraćujemo rok ukamaćivanja (uz prije pretpostavljenu konvenciju u bankarstvu) te računamo iznos koji imamo nakon godinu dana. Sa k ćemo označiti k-ti dio godine što je ujedno jednako broju oročenja u godini ($k = 12$ označava mjesec dana, na primjer).

Za $k = 1$ dobijemo $P_{1\ \text{god}} = 110$
Za $k = 2$ dobijemo $P_{1\ \text{god}} = 100\ (1 + 0,1/2)^2 = 110,25$
Za $k = 12$ dobijemo $P_{1\ \text{god}} = 100\ (1 + 0,1/12)^{12} \approx 110,47$
Za $k = 52$ dobijemo $P_{1\ \text{god}} = 100\ (1 + 0,1/52)^{52} \approx 110,51$
Za $k = 365$ dobijemo $P_{1\ \text{god}} = 100\ (1 + 0,1/365)^{365} \approx 110,52$
Kako znamo da općenito vrijedi

$$\lim_{m \to \infty} \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m = e^r,$$

proizlazi da bi uz "neprekidno" ukamaćivanje nakon godine dana imali $P_{1\ \text{god}} = 100 \cdot e^{0,1} \approx 110,52$. □

U gornjem primjeru je naznačena veza između neprekidnog ukamaćivanja i diskretnog (običnog) ukamaćivanja. Ako sa r označimo "neprekidnu" kamatnu stopu, a sa r_k kamatnu stopu koja se pripisuje k puta godišnje, onda se možemo zapitati kolika bi morala biti kamatna stopa r_k za koju bi efekt ukamaćivanja bio isti kao neprekidnim ukamaćivanjem. Prema onome što smo vidjeli u primjeru, vrijedi

$$e^r = (1 + r_k/k)^k,$$

odnosno dobivamo vezu

$$r_k = k(e^{r/k} - 1). \tag{1.7}$$

Primjer 1.1.5. Netko nam posudi 100.000 kuna uz 8% godišnje kamate koja se obračunava neprekidno, a glavnica se ne smanjuje tokom trajanja kredita već se isplaćuje jednokratno na kraju razdoblja posudbe (takav način otplate dugova je vrlo čest na obvezničkom tržištu). Koliko moramo plaćati kamate po takvom kreditu ako se kamata isplaćuje tromjesečno? Iz (1.7) vidimo da je $r_4 = 4\ (e^{0,02} - 1) \approx 0,8080$. Dakle, moramo plaćati 2.020 kuna kamate tromjesečno.

Napomena 1.1.6. U prethodnim primjerima su navedeni "idealni" uvjeti ukamaćivanja - implicitno je bilo pretpostavljeno da su svi kraći rokovi investiranja jednake duljine. U praksi to nije tako te na financijskim tržištima postoje različite konvencije obračuna kamate.

Prije svega uočimo da smo u Primjeru 1.1.2 zapravo pretpostavili da su svi rokovi oročenja iste duljine. To korespondira tržišnoj konvenciji 30/360 prema kojoj svi mjeseci u godini imaju 30 dana, a godina 360 dana. Potpuno konkretno, kada smo u raspravi prije Primjera 1.1.2 ustvrdili da se za četiri uzastopna kvartalna oročenja dobiva iznos

$P_0(1+r/4)^4$, zapravo smo u nazivniku izraza $r/4$ stavili već pokraćenu verziju kvocijenta $360/90$.
Osim spomenute, na tržištima se često koristi i konvencija $Act/360$. Prema analogiji sa prethodnom konvencijom te uz saznanje da je *Act* skraćenica od engleske riječi *actual*, jasno je da ta konvencija pretpostavlja stvaran broj dana u svakom od mjeseca u godini te godinu koja ima 360 dana. Iako je i u slučaju korištenja ove metode obračuna kamata ukamaćivanje i dalje trivijalan postupak, ipak treba malo paziti sa izračunima. Na primjer, pretpostavimo da oročavamo 1.000 kuna kao depozit koji počinje 1. lipnja i traje do 1. rujna, po kamatnoj stopi $r = 3,25\%$ godišnje, kao u Primjeru 1.1.2. Zatim ga produžimo, zajedno sa pripadajućim kamatama, najprije do 1. prosinca, zatim do 1. ožujka te napokon završimo proces oročavanja još jednim depozitom sa dospijećem tog zadnjeg depozita na dan 1. lipnja. Koristeći se nekima od prije usvojenih termina možemo reći da se koristimo dekurzivnim jednostavnim obračunom kamata i koristimo relativnu kamatnu stopu, što je odgovaralo prije navedenoj definiciji u bankarstvu. Nakon godinu dana ćemo imati iznos

$$\begin{aligned} P_{1\ god} &= \left(1 + r \cdot \frac{92}{360}\right)\left(1 + r \cdot \frac{91}{360}\right)\left(1 + r \cdot \frac{90}{360}\right)\left(1 + r \cdot \frac{92}{360}\right) \\ &= 1.033,361. \end{aligned}$$

Dakle, uz ovu metodu obračuna kamate dobivamo da je ekvivalentna godišnja kamatna stopa jednaka $3,3361\%$.
Osim dvije spomenute metode obračuna kamata, na financijskim tržištima se koriste i metode $Act/365$ i Act/Act i to najčešće na tržistu obveznica. Metoda $Act/360$ se često koristi na novčanom tržištu (uglavnom depoziti do godine dana), dok se metoda $30/360$ tradicionalno koristila na tržištu korporativnih obveznica. Općenito ne možemo dati pravilo prema kojem bi mogli odrediti kada se koristi koja metoda, nego se treba uvjeriti u svakom pojedinačnom slučaju na koji se način obračunava kamata.

1.1.5 Sadašnja vrijednost novca

Već smo komentirali da isti iznos novca vrijedi više u sadašnjosti, nego u budućnosti. U osnovi je to posljedica činjenice da se novac može investirati danas radi očekivanog povrata, odnosno kamate u budućnosti. Kako u istom trenutku postoji puno različitih investicija s različitim rokovima investiranja postavlja se pitanje njihove usporedivosti. To možda i ne bi bio izražen problem kada bi (očekivani) novčani tokovi od investicija u budućnosti proizlazili iz linearnog rasta koji bi bio posljedica ukamaćivanja, ali kao što znamo taj rast nije linearan, nego geometrijski. Stoga nije teško potcijeniti utjecaj ukamaćivanja na buduće novčane tokove, ukoliko ne osvjestimo utjecaj geometrijskog rasta od ukamaćivanja. Za ilustraciju u donjoj tablici navodimo vrijednosti do kojih se uveća početnih 10.000 kuna koje investiramo danas te ukamaćujemo po kamatnoj stopi od 10% godišnje. Naravno, čitatelj može i sam provjeriti taj utjecaj s drugim kamatnim stopama i rokovima investiranja.

Broj godina	Iznos dobiven ukamaćivanjem
10	25.937
20	67.275
30	174.494
40	452.593

Jednostavnim razmišljanjem vrlo brzo zaključujemo kako je usporedba različitih novčanih tokova u raznim vremenskim trenucima najjednostavnija ako ih sve svedemo na isti trenutak u vremenu. Iako bismo ih mogli svoditi na bilo koji trenutak u vremenu, ipak je to svođenje uobičajeno raditi u sadašnjosti jer sadašnjost najbolje razumijemo i imamo intuiciju o sadašnjoj vrijednosti različitih novčanih iznosa. Na taj način dolazimo do pojma svođenja na sadašnju vrijednost koji želimo bolje definirati.
Neka je C_n novčani tok koji ćemo dobiti za n godina od danas te neka je k godišnja kamatna stopa koju možemo ostvariti investiranjem na rok od n godina (dakle, svake godine). Tada je **sadašnja vrijednost** novčanog toka C_n, ili diskontirana vrijednost novčanog toka C_n, jednaka

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+k)^n}. \tag{1.8}$$

Naravno, ovo nije neka nova formula, nego je samo izvedena iz izraza za ukamaćivanje (1.1) pa kao i tamo modificiramo izraz ukoliko se diskontiranje ne obavlja u razdoblju koje je višekratnik jedne godine. Kamatnu stopu k nazivamo i **diskontnom stopom**.

Razlog za isticanje specijalnog slučaja osnovnog izraza za ukamaćivanje krije se u njegovom značaju za financije, odnosno za vrednovanje financijske imovine poput dionica ili obveznica. Naime, imajući u vidu izraz (1.8) možemo reći da je vrijednost neke financijske imovine jednaka zbroju diskontiranih novčanih tokova iz budućnosti koji proizlaze iz vlasništva nad tom imovinom. Značaj ove ideje za financije se ne može precijeniti jer je većina modela vrednovanja imovine bazirana na tom principu. Iako je riječ o jednostavnoj ideji, u njenoj primjeni nailazimo na mnoštvo problema poput: koji su točno novčani tokovi koje ćemo dobiti od vlasništva nad nekom imovinom ili kolika treba biti stopa k za različitu imovinu i da li ona ovisi o onome tko ju primjenjuje i slično. O tome će biti još puno govora u nastavku, a za kraj ovog kratkog razmatranja o sadašnjoj vrijednosti budućih novčanih tokova dajemo jednostavan primjer.

Primjer 1.1.7. Pretpostavimo da možemo novac investirati uz povrat od 6% godišnje te da od neke investicije možemo za godinu dana dobiti 10.000 kuna, za dvije godine 20.000 kuna te za tri godine 50.000 kuna. Koja je sadašnja vrijednost tih novčanih tokova? Prema formuli (1.8) imamo:

$$P_0 = \frac{10.000}{(1+0,06)^1} + \frac{20.000}{(1+0,06)^2} + \frac{50.000}{(1+0,06)^3} = 69.214,86.$$

U skladu s prije definiranom terminologijom mogli bismo reći i da je 6% zahtjevana stopa povrata na promatranu investiciju. Stoga novčani iznos od 69.214, 86 kuna možemo smatrati primjerenom ("fer") cijenom koju smo spremni platiti za danu investiciju.

1.1.6 Anuiteti

Završit ćemo ovo prvo potpoglavlje pregledom računa s anuitetima. Riječ je o temi koja se često spominje uz zajmove (kredite), ali ćemo je ovdje prvo obraditi u kontekstu ukamaćivanja. To je konzistentno sa samim fokusom knjige koji je na strani imovine i upravljanja njome.
Pretpostavimo da na početku svake godine, preciznije svake godine brojeći od danas, sljedećih n godina uplaćujemo u neki financijski instrument, recimo depozit u banci, iznos a (**anuitet**) te pretpostavimo da dobivamo stalnu godišnju kamatnu stopu r. Da bi izbjegli nedoumice konstatiramo da se prva uplata događa danas, druga za točno godinu dana, a n-ta za $n-1$ godinu te da sve ostaju oročene do završetka godine u kojoj je obavljena zadnja uplata. Pitamo se koliko ćemo imati na kraju n-te godine.

U principu je odgovor jednostavan ukoliko konzistentno primjenimo prije naučene pojmove i konvencije vezane uz ukamaćivanje. Prvi novčani tok će biti na štednji n godina i bit će ukamaćen godišnjom kamatnom stopom r pa će on na kraju n-te godine vrijediti $a\ (1+r)^n$ (koristimo složeni dekurzivan obračun kamata). Drugi novčani tok će biti uplaćen za godinu dana što znači da će na štednji biti $n-1$ godinu pa će na kraju n-te godine vrijediti $a\ (1+r)^{n-1}$. Nastavimo postupak na isti način za sve preostale uplate pa dobivamo da nakon n uplata ukupno imamo:

$$\begin{aligned} S_n &= a\ (1+r)^n + a\ (1+r)^{n-1} + \cdots + a\ (1+r) \\ &= a\ (1+r)\ (1 + (1+r) + \cdots + (1+r)^{n-1})) \\ &= a\ (1+r)\frac{(1+r)^n - 1}{r}. \end{aligned} \tag{1.9}$$

U zadnjem redu smo iskoristili formulu za zbroj prvih n članova geometrijskog niza. Pogledajmo kako to izgleda na jednom primjeru.

Primjer 1.1.8. Pretpostavimo da uplaćujemo na štednju 100 kuna svake godine sljedećih 20 godina, počevši od danas (po uzoru na gornji opis uplata) te pretpostavimo da možemo ostvarivati kamatu od po 10% godišnje. Pitamo se koliko ćemo imati novca za 20 godina. Prema gornjem izračunu proizlazi da ćemo imati

$$S_{20} = 100 \cdot 1,1 \cdot (1,1^{20} - 1)/0,1 \approx 6.300,25 \text{ kuna}.$$

Na isti način uz godišnju kamatu od, na primjer, 6% na kraju anuitetske štednje dobivamo iznos $3.899,27$ kuna.

Uočimo da je zbroj nominalnih uplata u gornjem primjeru jednak 2.000 kuna pa ukoliko još vidimo da je struktura uplata ista kao kod životnih osiguranja zaključujemo da osiguravajuće kuće svoju dobit temelje na razlici između nominalnih uplata i pripisane štednje osiguranicima te iznosa koji se ostvari ukamaćivanjem umanjenim za očekivanu isplatu po osiguranom događaju. Osigurani događaj je smrt, ali kako je nezgodno reklamirati to osiguranje kao osiguranje od smrti prihvaćen je marketinški pogodniji naziv životno osiguranje.

Ponekad se kod izračuna konačne vrijednosti prilikom anuitetne štednje uplate ne događaju na početku godine, kao u prošlom primjeru, nego se događaju na kraju svake godine. U tom slučaju se takve uplate nazivaju postnumerando uplate, dok se one koje se događaju na početku godine nazivaju prenumerando uplate. U nastavku nećemo koristiti te nazive, ali je jasno kako se računa konačni iznos štednje u slučaju postnumerando uplata. Naime, tada se na kraju prve godine uplati iznos a koji će biti ukamaćen kamatnom stopom r u sljedećih $n-1$ godina, zatim će na kraju druge godine biti uplaćen ponovno iznos a koji će biti ukamaćen kamatnom stopom r sljedećih $n-2$ godina i tako dalje. Dobivamo

$$\begin{aligned} S'_n &= a\ (1+r)^{n-1} + a\ (1+r)^{n-2} + \cdots + a \\ &= a\ (1 + (1+r) + \cdots + (1+r)^{n-1})) \\ &= a\ \frac{(1+r)^n - 1}{r}. \end{aligned} \tag{1.10}$$

Kada imamo formule (1.9) i (1.10) možemo dati odgovor na još poneko pitanje vezano uz anuitetnu štednju (uplate). Na primjer, iz (1.9) slijedi da je broj godina potreban da bi se godišnjim uplatama od $a = 100$ kuna na početku godine i ukamaćivanjem uplata po godišnjoj kamatnoj stopi $r = 10\%$ došlo do iznosa od 5.000 kuna jednak

$n = \log(S_n \cdot r/(a(1+r)) + 1)/\log(1+r) \approx 17,97$ godina. Slično vidimo da je anuitet koji je potrebno godišnje uplaćivati početkom godine i ukamaćivati ga po kamatnoj stopi od $r = 10\%$ da bi nakon $n = 10$ godina imali iznos od 10.000 kuna jednak $a = S_n \cdot r/(1+r)((1+r)^n - 1) \approx 570,41$ kunu.

Pogledajmo jedan malo složeniji primjer koji uključuje anuitetne uplate i isplate. Vidjet ćemo da opet sve možemo izračunati pažljivom primjenom prethodno definiranih načna ukamaćivanja, a postupak si možemo skratiti korištenjem izraza za S_n ili S'_n.

Primjer 1.1.9. Pretpostavimo da ćemo sljedeće tri godine uplaćivati po 5.000 kuna polugodišnje (početkom svakog polugodišta) na neki štedni račun, a onda ćemo sljedeća četiri polugodišta povlačiti po 3.000 kuna s tog računa. Cijelo vrijeme će se novac koji se nalazi na štednom računu ukamaćivati po kamatnoj stopi od 5% godišnje. Napokon, novac će se na štednom računu nalaziti još tri godine bez novih uplata i isplata. Pitanje je koliko će se novaca nalaziti na štednom računu na kraju osme godine. Dodatno, možemo razlikovati ukamaćivanje korištenjem relativne i konformne kamatne stope.

Kod ovakvih problema je najvažnije utvrditi što zapravo treba izračunati pa se onda lako izračuna traženi ukamaćeni iznos. Posebno je to jednostavno u eri računala kada su nam na raspolaganju razni programi koji omogućavaju jednostavnu manipulaciju ukamaćenim iznosima.

Pogledajmo prvo slučaj relativne kamatne stope. Kao što već znamo relativna polugodišnja kamatna stopa je jednaka $5\%/2 = 2,5\%$. Nadalje, uočimo da ćemo u osam godina imati 16 uzastopnih polugodišta i u svakom polugodištu ćemo iznos koji se nalazi na računu početkom polugodišta uvećati za kamatu pa će na kraju tog polugodišta na računu biti iznos koji se nalazio na početku polugodišta pomnožen sa $1,025$. To znači da ćemo na početku prvog polugodišta uplatiti iznos od 5.000 kuna i ukamatiti ga tako da na kraju tog polugodišta imamo na računu $5.125,00$ kuna. Na početku drugog polugodišta osim tih $5.125,00$ kuna na račun uplatimo još $5.000,00$ kuna pa zbroj ta dva broja pomnožimo s $1,025$ da bi dobili iznos od $10.378,13$ kuna koji će se nalaziti na računu na kraju drugog polugodišta, odnosno na kraju prve godine. Nastavljamo postupak tako da na početku trećeg polugodišta uz postojećih $10.378,13$ kuna uplatimo još $5.000,00$ kuna pa se na kraju trećeg polugodišta na računu nalazi $15.762,58$ kuna. Na isti način izračunamo da se na kraju treće godine na računu nalazi $32.737,15$ kuna (provjerite). Od tih $32.737,15$ kuna na početku sedmog polugodišta oduzmemo 3.000 kuna pa dobivenih $29.737,15$ kuna ukamatimo po $2,5\%$ na pola godine da bi dobili $30.480,58$ kuna na kraju sedmog polugodišta štednje. Sljedeća tri polugodišta nastavimo podizati sa štednog računa po 3.000 kuna pa na kraju pete godine na računu imamo $23.366,70$ kuna (provjerite). Napokon, sljedeće tri godine (šest polugodišta) nastavimo ukamaćivati dobivene iznose polugodišnjom stopom od $2,5\%$ (kao i do tada, pripisujući kamate) pa na kraju osme godine na štednom računu imamo $27.098,21$ kunu.

Drugi način na koji možemo izračunati isto je korištenjem formule (1.9). Naime, razdoblje štednje možemo podijeliti na tri dijela: u prvom dijelu uplaćujemo anuitete od 5.000 kuna, u drugom dijelu isplaćujemo anuitete od 3.000 kuna, dok u trećem dijelu ne radimo ništa, odnosno postojeći iznos se ukamaćuje polugodišnjom kamatnom stopom od $2,5\%$. Iznos koji ćemo imati na kraju prvog razdoblja, odnosno nakon šest polugodišta, računamo prema (1.9) pa dobijemo iznos od

$$5.000 \cdot 1,025 \cdot (1,025^6 - 1)/0,025 = 32.737,15 \text{ kuna.}$$

Sada taj iznos možemo ukamatiti do kraja razdoblja (još 10 polugodišta) polugodišnjom kamatnom stopom od $2,5\%$ da bi na kraju razoblja imali $32.737,15 \cdot 1,025^{10} = 41.906,32$ kuna. Naravno, sada smo izračunali samo ukamaćeni iznos uplata na štedni račun, a nismo uzeli u obzir isplate sa računa.

U drugom razdoblju smo povlačili anuitetno po 3.000 kuna u sljedeća četiri polugodišta pa ponovnom primjenom formule (1.9) dobivamo da je iznos koji ćemo povući jednak

$$3.000 \cdot 1,025 \cdot (1,025^4 - 1)/0,025 = 12.768,99 \text{ kuna.}$$

Korisitili smo kamatnu stopu od $2,5\%$ polugodišnje da bismo kompenzirali ukamaćivanje prijašnjih iznosa po toj istoj stopi na štednom računu. Ukoliko malo razmislimo shvatit ćemo da smo još uvijek nedovoljno kompenzirali ukamaćivanje uplata u preostalih 6 polugodišta pa dobivenih $12.768,99$ ukamatimo da bi dobili $12.768,99 \cdot 1,025^6 = 14.808,11$ kuna. Sada je konačni iznos na štednom računu jednak $41.906,32 - 14.808,11 = 27.098,21$ kunu.

Malo preglednije napisano, u ovom drugom načinu izračuna smo koristili formulu (1.9) da bi izračunali iznos anuitetnih uplata od 5.000 kuna na kraju šestog polugodišta te smo taj iznos ukamatili u sljedećih 10 polugodišta da bi dobili iznos od

$$5.000 \cdot 1,025 \cdot (1,025^6 - 1)/0,025 \cdot 1,025^{10} = 41.906,32 \text{ kuna.}$$

Kako smo nakon šest polugodišta počeli povlačiti novac u četiri navrata po 3.000 kuna moramo kompenzirati preveliki iznos ukamaćivanja u prethodnom izrazu pa stoga oduzimamo anuitetne uplate po stopi od $2,5\%$ polugodišnje te još taj iznos koji smo povukli s računa (oportunitetno) ukamatimo po stopi istoj polugodišnjoj kamatnoj stopi u preostalih šest polugodišta da bi dobili iznos od

$$3.000 \cdot 1,025 \cdot (1,025^4 - 1)/0,025 \cdot 1,025^6 = 14.808,11 \text{ kuna.}$$

Napokon, ta dva iznosa oduzmemo (jedan predstavlja uplate, s drugi isplate pa su suprotnih predznaka) te dobijemo već spomenutu $27.098,21$ kunu.

Nadamo se da je sada jasno što treba napraviti u slučaju da računamo polugodišnju konformnu kamatnu stopu. Ona iznosi $(1 + 0,05)^{1/2} = 2,4695\%$ pa na očiti način možemo ponoviti cijeli postupak/razmišljanje koje smo proveli na početku izračuna u slučaju relativne kamatne stope. Alternativno, možemo iskoristiti prije opisani drugi način izračuna konačnog iznosa na računu korištenjem formule (1.9). Tada će ukamaćeni iznos anuitetnih uplata u tih osam godina biti jednak

$$5.000 \cdot 1,024695 \cdot (1,024695^6 - 1)/0,024695 \cdot 1,024695^{10} = 41.737,45 \text{ kuna,}$$

dok je ukamaćeni iznos anuitetnih isplata jednak

$$3.000 \cdot 1,024695 \cdot (1,024695^4 - 1)/0,024695 \cdot 1,024695^6 = 14.770,57 \text{ kuna.}$$

Stoga je konačni iznos na štednom računu korištenjem konformne polugodišnje kamatne stope jednak $41.737,45 - 14.770,57 = 26.966,87$ kuna. □

1.1.7 Anuitetna otplata kredita

U ovom odjeljku ćemo se kratko osvrnuti na izračun anuiteta kod otplate kredita u jednakim ratama (anuitetima). U osnovi smo sve potrebno već rekli u prošlom odjeljku o anuitetima, ali smatramo da je zbog raširenosti kredita koji se otplaćuju u jednakim mjesečnim ratama korisno razumijeti kako se te rate izračunavaju te koji je udio kamata, a koji udio glavnice u takvim otplatnim planovima.

Kao i obično, počinjemo sa slučajem godišnjih otplata. Pretpostavimo da neka banka posuđuje (izdaje kredit) iznos od C_0 kuna nekom dužniku u trenutku 0, odnosno na dan izdavanja kredita.[3] Također ćemo pretpostaviti da dužnik želi otplatu kredita obavljati tako da plaća jednake rate (godišnje, mjesečne, kvartalne,...).

Pokušajmo sagledati navedenu situaciju iz pozicije banke s time da pretpostavljamo otplatu kredita u n jednakih godišnjih rata koje se plaćaju na kraju svake godine. Jasno nam je da banka želi ostvariti neki povrat na sredstva koja je posudila. Investicijskim rječnikom možemo reći da banka investira svoja sredstva posuđujući ih dužniku i na tako investirana sredstva želi ostvariti neku zahtjevanu stopu povrata. U ovom slučaju se prihodi koje će banka ostvariti u budućnosti sastoje samo od glavnice i kamata pa možemo koristiti i izraz zahtjevana kamatna stopa. Označimo je s r i kao i obično pretpostavimo da je riječ o godišnjoj kamatnoj stopi. Načelno govoreći kamata r ovisi o rizičnosti dužnika, dostupnim kolateralima po izdanom kreditu, općoj situaciji u ekonomiji, likvidnosti i slično, ali kada sve to uzmemo u obzir ostaje nam zahtjev (želja) banke da ostvari godiňji povrat koji je jednak kamatnoj stopi r.

Dakle, nalazimo se u situaciji u kojoj banka želi da joj se posuđeni iznpos C_0 vrati u jednakim (godišnjim) anuitetima te da je njena zahtjevana stopa kamatna stopa (stopa povrata na investiciju) jednaka r posto godišnje. Prema prijašnjoj raspravi vezanoj uz diskontirane novčane tokove to znači da banka želi da posuđeni iznos C_0 bude jednak sadašnjoj vrijednosti budućih novčanih tokova koje će dobivati od dužnika[4] pri čemu za diskontiranje koristimo kamatnu stopu r:

$$C_0 = \frac{a}{(1+r)} + \frac{a}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{a}{(1+r)^n}.$$

Kada malo presložimo taj izraz dobijemo da je

$$C_0 = \frac{a}{(1+r)^n}\Big((1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \cdots + (1+r) + 1\Big).$$

Kao što smo već vidjeli u računu kod formule (1.9) možemo iskoristiti formulu za zbroj prvih n članova geometrijskog niza da bi dobili

$$C_0 = \frac{a}{(1+r)^n} \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}. \tag{1.11}$$

Ukoliko je poznat iznos posudbe C_0, a želimo izračunati godišnji anuitet a onda iz (1.11) dobivamo

$$a = \frac{C_0 \cdot (1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1}. \tag{1.12}$$

Izračunom iznosa anuiteta a koji je potrebno plaćati kako bi banka ostvarila godišnji povrat r skoro smo definirali sve elemente otplatnog plana prije opisanog kredita. Ostaje nam još otvoreno pitanje udjela kamate koju banka naplaćuje godišnje i glavnice koja se otplaćuje godišnje. Označimo sa I_k kamatu koja se plaća u godini k, a sa G_k dio glavnice koji se plaća u godini k, gdje je $k \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Jasno je da želimo da je $a = I_k + G_k$, za sve k jer nam je izračun počivao na ideji o jednakim (godišnjim) ratama kredita. Kako ćemo sada izračunati kamatu I_k?

Pogledajmo što se događa u prvoj godini. Tada je preostali iznos kredita jednak C_0. Godišnja kamata na iznos C_0 uz kamatnu stopu r jednaka je $I_1 = C_0 \cdot r$ pa je $G_1 = a - I_1$ dok je preostali iznos glavnice jednak $C_1 = C_0 - G_1$. U drugoj godini se analogno izračuna da je $I_2 = C_1 \cdot r$ pa je $G_2 = a - I_2$, odnosno $C_2 = C_1 - G_2$. Na isti način nastavimo izračun i za ostale godine. Pogledajmo kako to izgleda na jednom primjeru.

[3]Zanemarit ćemo moguće plaćanje interklarnih kamata. Interkalarne kamate su kamate koje plaća dužnik na posuđena sredstva za razdoblje od trenutka kada su sredstva dostupna dužniku do trenutka početka otplate kredita.

[4]Odnos povrata na kamatonosnu investiciju i stope kojom diskontiramo buduće novčane tokove je detaljnije razrađen u Primjeru 5.2.4 u poglavlju o obveznicama.

Primjer 1.1.10. Pretpostavimo da smo uzeli kredit u iznosu od 100.000 kuna od banke na 5 godina uz kamatnu stopu od 7% te da želimo otplaćivati kredit u 5 godišnjih anuiteta (jednakih godišnjih rata) pri čemu rate kredita plaćamo na kraju svake godine trajanja kredita. Prema formuli (1.12) prije svega možemo izračunati anuitet koji ćemo plaćati. Dobivamo

$$a = 100.000 \cdot \frac{1,07^5 \cdot 0,07}{1,07^5 - 1} = 24.389,07.$$

To je iznos koji ćemo godišnje plaćati banci, a sastojat će se od kamate i dijela glavnice koji ćemo otplatiti. Uz prijašnje oznake vidimo da će u prvoj godini kamata iznositi $I_1 = 100.000 \cdot 0,07 = 7.000$ kuna pa će dio glavnice koji ćemo otplatiti u toj godini biti jednak $G_1 = 24.389,07 - 7.000 = 17.389,07$ kuna. Za taj iznos će se ujedno i smanjiti glavnica pa će preostali iznos glavnice na početku druge godine biti jednak $C_1 = 100.000 - 17.389,07 = 82.610,93$ kune.

Nastavljamo taj proces izračunom kamate za drugu godinu $I_2 = 82.610,93 \cdot 0,07 = 5.782,77$ kuna pa će se u drugoj godini otplatiti novih $G_2 = 24.389,07 - 5.782,77 = 18.606,30$ kuna. U donjoj tablici su sažeti izračuni kamata, dijela godišnje otplate glavnice te preostali dio glavnice za sve godine, uz oznake kao i do sada.

Kraj godine (k)	Anuitet	I_k	G_k	C_k
1	24.389,07	7.000,00	17.389,07	82.610,93
2	24.389,07	5.782,77	18.606,30	64.004,63
3	24.389,07	4.480,32	19.908,75	44.095,88
4	24.389,07	3.086,71	21.302,36	22.793,52
5	24.389,07	1.595,55	22.793,52	0
Ukupno	121.945,35	21.945,35	100.000,00	

Vidimo da se ukupno plati 21.945,35 kuna kamata te se otplati 100.000,00 kuna glavnice, kao što smo i željeli. □

Kao što vidimo dobili smo otplatni plan u kome se otplati cijela glavnica, a iznosi kamate su takvi da se diskontiranjem vrijednosti godišnjih anuiteta na sadašnju vrijednost zahtijevanom kamatnom stopom r dobiva upravo iznos kredita koji je banka odobrila, odnosno investirala.

Čitatelj se na ovom mjestu može zapitati zašto se kod stambenih kredita cijeli taj izračun čini nepovoljnijim (manje "fer") za dužnika. Stvar je u tome da se stambeni krediti odobravaju na dosta dugačka razdoblja pa je ukupni iznos kamate koji se plaća u anuitetima koji dospijevaju u ranim godinama trajanja kredita vrlo velik. Da bi to ilustrirali ne treba nam dodatnih formula, već samo trebamo napomenuti da se iznos kamate u mjesečnom anuitetu, uz godišnju kamatnu stopu r računa kao $I_k = C_{k-1} \cdot r/12$, prema već spomenutoj konvenciji u bankarstvu, gdje smo sa k označili mjesec otplate.

Za ilustraciju, uzmimo opet kredit od 100.000 kuna, uz godišnju kamatnu stopu od 5% na 30 godina te uz mjesečnu anuitetnu otplatu kredita. To znači da ćemo kredit platiti u 360 mjesečnih rata, odnosno da je, uz gornje oznake, $n = 360$. Tada je prema (1.12) anuitet $a = 536,82$ kune pri čemu smo za r uzeli kamatu $0,41667\%$ što je jednako $5\%/12$. Kamata koju ćemo platiti u prvom mjesecu jednaka je $I_1 = 100.000 \cdot 0,4167 = 416,67$ kuna pa je jasno zašto se na početku takvog kredita anuitetnom otplatom otplaćuje mali dio glavnice. Uočimo da je ukupno plaćena kamata po takvom kreditu jednaka 93.255,78 što je samo po sebi velika kamata. Naravno, smanjenjem roka otplate na 15 godina platit ćemo "samo" 42.342,85 kuna kamate pa treba imati na umu značajan utjecaj roka otplate kredita na plaćeni iznos kamate.

Ovime završavamo ovaj dio teksta u kojem smo kratko utvrdili osnovne financijske pojmove poput ukamaćivanja i sadašnje vrijednosti novca. Moglo bi se još ponešto reći o tehničkim aspektima ukamaćivanja, zajmova i slično, ali to nije predmet interesa autora pa tako niti ove knjige. Osim toga, može se naći dosta knjiga, i na hrvatskom jeziku, u kojima su takve stvari detaljnije obrađene. U nastavku teksta nam neće trebati detalji te vrste.

1.2 Povrat i rizik

Povrat i rizik su ključni pojmovi u financijama. Njihova je kvantifikacija utjecala na eksplozivan rast financijske teorije u prošlosti. U ovom potpoglavlju ćemo uvesti nekoliko osnovnih definicija vezanih uz njih kako bi mogli nastaviti s uvodom u financijska tržišta, njihovim opisom i funkcioniranjem. U narednim poglavljima ćemo detaljnije obraditi oba pojma, uz nešto veću usredotočenost na pojam rizika. Ipak, odmah ćemo upozoriti da je pojam rizika prebogatog značenja u financijama da bi ga u potpunosti opisali. Osim toga, rasprava o definiciji i karakteristikama rizika na financijskim tržištima je i dalje vrlo živa kako u poslovnim krugovima na tržištima kapitala tako i u akademskim krugovima. Stoga bi se pojmu rizika mogla posvetiti cijela knjiga što je nekoliko autora i učinilo (poput Nassima Nicholasa Taleba u Crnom Labudu). Mi ćemo ovdje biti manje ambiciozni, ali ćemo pokušati predstaviti relevantne, ponekad suprotstavljene, teorije.

1.2.1 Mjere povrata za jednostavne investicije

Želimo mjeriti koliko zarađujemo ili gubimo prilikom investiranja, odnosno kupnje ili prodaje neke imovine. U tu svrhu ćemo uspoređivati vrijednost investicije na početku i na kraju vremena investiranja.
Povrat za vrijeme držanja (PoVD) je najednostavnija mjera povrata. Definiran je sa

$$\text{PoVD} = \text{konačna vrijednost investicije/početna vrijednost investicije.}$$

Na primjer, ukoliko kupimo neku dionicu koja na početku (dakle danas) vrijedi 100 kuna te pretpostavimo da nakon devet mjeseci njena vrijednost poraste na 110 kuna te je odlučimo prodati, onda je povrat u vremenu držanja za tu investiciju jednak PoVD $= 110/100 = 1,1$.
Odmah uočavamo da ova mjera ne uzima u obzir vremensku komponentu, što je samo po sebi u suprotnosti sa prije spominjanom vremenskom vrijednosti novca. Povrat za vrijeme držanja će nam služiti kao osnova za druge mjere povrata koje uzimaju u obzir vremensku komponentu, ali vrijedi istaknuti da se ova vrlo jednostavna i nepotpuna mjera zapravo često koristi u praksi, odnosno u govornom jeziku. Često se čuju izjave poput "kupio sam zemljište po deset tisuća eura, a prodao ga po petnaest tisuća" bez ikakve odrednice o vremenskoj dimenziji. Jasno je da nije svejedno da li se to dogodilo unutar pet ili petnaest godina. Stoga je puno bolja sljedeća mjera povrata.

Anualizirani povrat za vrijeme držanja (investicije) definiramo sa

$$\text{AP} = \text{PoVD}^{\frac{1}{n}} - 1, \tag{1.13}$$

gdje je n broj godina držanja investicije, odnosno broj godina koji je protekao od početka neke investicije (kupnje neke imovine) do njenog kraja (prodaje neke imovine). Ukoliko vrijeme držanja nije višekratnik jedne godine vrijede napomene kao u odjeljku s ukamaćivanjem. Svoj naziv ova mjera duguje činjenici da ona ukupni povrat na investiciju svodi na godišnju razinu. To nam je vrlo korisno jer imamo intuiciju o godišnjim kamatnim stopama, ali i zbog mogućnosti da na jednostavan način uspoređujemo povrate na različite investicije.

Primjer 1.2.1. Pretpostavimo da smo investirali 500.000 kuna u kupnju stana te ga za pet godina prodali za 750.000 kuna. Tada je PoVD jednak $1,5$, dok je anualizirani povrat jednak $1,5^{1/5} - 1 \approx 0,084472$, odnosno $8,4472\%$. To je, dakle, godišnji povrat kojim se početna vrijednost investicije ukamati do konačne u roku od pet godina. Ukoliko se rast vrijednosti investicije dogodio u roku od 15 godina, onda anualizirani povrat pada na $2,74\%$.

Primjer 1.2.2. Pretpostavimo da smo kupili neku dionicu po 100 kuna te pretpostavimo da smo je prodali nakon devet mjeseci po 110 kuna. Već smo vidjeli da je PoVD jednak $1,1$ dok je anualizirani povrat jednak $1,1^{12/9} - 1 \approx 0,1355$. Intutivno nam anualizirani povrat u ovom slučaju daje stopu povrata koja bi bila ostvarena do kraja godine ukoliko bi investicija rasla po jednakoj stopi kao u prvih devet mjeseci.

Anualizirani povrat nam omogućava da povrate na različite investicije prikažemo u istoj vremenskoj jedinici - godini. Sljedeće često pitanje vezano uz računanje povrata je pitanje određivanja prosječne stope povrata za više perioda, najčešće godina. Primjerice, štedimo u banci nekoliko godina i znamo koliku smo kamatu zaradili svake godine, ali nas zanima prosječna kamata; ili, dobili smo podatke o godišnjem rastu nekog obvezničkog indeksa (u Poglavlju 2 ćemo malo preciznije reći što je to) i zanima nas koji je prosječni rast ostvario taj indeks u promatranom periodu.
Najčešća i najjednostavnija, ali opet ne i najbolja, stopa za računanje prosječnih povrata je **aritmetička sredina**. Ukoliko su AP_i, $i = 1, \dots, n$, anualizirani povrati za neku investiciju u n godina onda je aritmetička sredina tih anualiziranih povrata dana dobro nam znanim izrazom

$$AS_n = \frac{(AP_1 + \cdots + AP_n)}{n}. \tag{1.14}$$

Uz iste oznake je **geometrijska sredina** istih anualiziranih povrata dana sa

$$GS_n = ((1 + AP_1)(1 + AP_2) \cdots (1 + AP_n))^{1/n} - 1. \tag{1.15}$$

Iako je riječ o jednostavnim pojmovima radi potpunosti dajemo primjer s izračunom aritmetičke i geometrijske sredine.

Primjer 1.2.3. Pretpostavimo da držimo neku investiciju tri godine. U prvoj godini joj vrijednost poraste sa 100 na 115, u drugoj sa 115 na 138, dok joj u zadnjoj godini vrijednost padne sa 138 na $110,4$. Malo zornije prikazano, imamo sljedeću situaciju:

Godina	Početna vrijednost	Konačna vrijednost	PoVD	AP
1	110	$115,0$	$1,15$	15%
2	115	$138,0$	$1,20$	20%
3	138	$110,4$	$0,80$	-20%.

Tada je

$$AS = (15\% + 20\% - 20\%)/3 = 5\% \ i$$

$$GS = (1,15 \cdot 1,20 \cdot 0,8)^{1/3} \approx 3,353\%.$$

Da je geometrijska sredina upravo ona koja nam daje prosječnu stopu rasta vrijednosti investicije pokazuje i ovaj primjer jer ukoliko početni ulog 100 ukamatimo po $3,353\%$ na tri godine dobit ćemo (otprilike) $110,4$, što je konačna vrijednost investicije.

Ukoliko još uvijek postoje sumnje oko upotrebljivosti aritmetičke sredine za računanje prosječne stope rasta investicije pogledajmo sljedeći primjer.

Primjer 1.2.4. Dana nam je sljedeća investicija

Godina	Početna vrijednost	Konačna vrijednost	PoVD	AP
1	50	100	$2,0$	100%
2	100	50	$0,5$	-50%

Tada je $AS = 25\%$, a $GS = 0\%$. U stvarnosti nije ostvaren nikakav porast vrijednosti investicije što nam upravo i govori geometrijska sredina.

U gornjem primjeru je situacija malo radikalizirana, ali dobro ilustrira činjenicu da za računanje prosječne stope rasta investicije treba koristiti geometrijsku sredinu, a ne aritmetičku koja se vrlo često koristi nekritički u takvim izračunima. Inače, općenito vrijedi da je aritmetička sredina uvijek veća od geometrijske sredine. Također, što niz podataka za koji računamo sredinu manje oscilira, to je aritmetička sredina bliža po vrijednosti geometrijskoj sredini.

1.2.2 Prosječne stope povrata za promjenjivu investiciju

U prethodnom odjeljku smo mjerili povrat na investiciju koja je bila jednostavna, odnosno koja se sastojala od kupnje neke imovine u jednom trenutku te njene prodaje u nekom drugom trenutku. Postavlja se pitanje kako mjeriti povrat na ulaganje ako imamo više kupnji ili prodaja imovine u razdoblju investiranja.
Da malo preciziramo problem možemo pogledati (pojednostavljenu) situaciju u kojoj se nalazi portfolio manager koji upravlja nekim fondom. Recimo da dobar povrat koji portfolio manager ostvari u jednoj godini privuče još uplata u fond u drugoj godini. Sada se povrat koji je ostvario portfolio manager može računati kao da i nije bilo nikakvih uplata ili isplata iz fonda pa se to svodi na slučaj koji smo obradili u prethodnom odjeljku - računanje geometrijske sredine dva godišnja povrata. Takav način računanja povrata u slučaju promjenjive investicije naziva se **vremenski ponderiran povrat**.
Drugi način uzima u obzir ostvarenu uplatu ili isplatu i to tako da se izračuna interna stopa povrata. Pretpostavimo da je na početku prve godine u fond uplaćen iznos P_0, da je na početku druge godine u portfelj uplaćen dodatni iznos P_1 te je konačna vrijednost portfelja na kraju druge godine iznosila P_2. Sada se interna stopa povrata definira kao kamatna stopa za koju vrijedi $P_2 = P_1\ (1+r) + P_0\ (1+r)^2$. Za općenito n godišnjih uplata $P_0, \ldots, P_{n-1}$ i konačnu vrijednost portfelja P_n interna stopa povrata je rješenje jednadžbe $P_n = \sum_{i=1}^{n} P_{n-i}(1+r)^i$. Tako izračunata stopa povrata naziva se **vrijednosno ponderirani povrat** (eng. *money-weighted* ili *dollar-weighted*). Uočimo da rješenje zadnje jednadžbe nije moguće dati u zatvorenoj formi, ali danas računanje rješenja takvih jednadžbi nije problematično uz korištenje računala (počevši od upotrebe najuobičajenijih aplikacija poput MS Excela). Sve će biti jasnije nakon sljedećeg primjera.

Primjer 1.2.5. Pretpostavimo da imamo dva portfolio managera koji upravljaju identičnim portfeljima A i B, u smislu imovine koja se nalazi u njihovom vlasništvu, pa su i ostvareni godišnji povrati oba portfolio managera jednaki. Promotrimo rok investiranja od dvije godine, a dinamika uplata u oba portfelja je dana sa:

	Portfelj A	Portfelj B
Uplata početkom godine 1	500	250
Stanje nakon uplate	500	250
Godišnji povrat	25%	25%
Stanje na kraju godine 1	625	$312,5$
Uplata početkom godine 2	0	250
Stanje nakon uplate	625	$562,5$
Godišnji povrat	5%	5%
Stanje na kraju godine 2	$656,3$	$590,6$

Vidimo da je u oba portfelja ukupno uplaćen isti iznos, da je ostvareni povrat u oba portfelja bio jednak, ali je dinamika uplata bila različita pa je i ostvareni rezultat investiranja različit.
Izračunajmo najprije vremenski ponderirani prinos. On je jednak za oba portfelja jer smo rekli da on ne uzima u obzir uplate ili isplate te da se računa kao u slučaju jednostavne investicije. Dakle, riječ je o geometrijskoj sredini povrata 25% i 5% pa je vremenski ponderiran povrat za oba portfelja jednak $(1,25 \cdot 1,05)^{1/2} - 1 \approx 14,56\%$.
Vrijednosno ponderiran povrat za portfelj A se podudara sa vremenski ponderiranim jer nije bilo niti uplata niti isplata iz portfelja u razdoblju investiranja. U slučaju portfelja B, a prema gore navedenim formulama, želimo naći stopu r koja je rješenje jednadžbe $590,6 = 250\ (1+r) + 250\ (1+r)^2$. Laganim računom vidimo da je $r \approx 11,63\%$, odnosno vrijednosno ponderirani povrat za portfelj B je jednak $11,63\%$. On je manji od vremenski ponderiranog povrata jer se druga uplata u portfelj B dogodila na početku godine u kojoj je ostvaren manji godišnje povrat.

Ako malo razmislimo o oba navedena povrata uvidjet ćemo da ima smisla računati oba i da nam oba daju neku informaciju. Možemo se upitati koji je bolji, ali odgovor na to nije jednoznačan. Naime, onima koji upravljaju portfeljima je primjerenije računati vremenski ponderiran povrat uz obrazloženje da na uplate ili isplate iz fonda ne mogu utjecati pa je samo važno koji rezultat ostvare investiranjem bez utjecaja uplata ili isplata iz fonda. Dakle, vremenski ponderiranim povratom. S druge strane, onima koji povjere sredstva na upravljanje važnije je kolika je ukupna zarada na uložena sredstva, odnosno važniji su im povrati u razdobljima u kojima imaju investirano više novca od povrata ostvarenih u razdobljima u kojima imaju investirano manje novca. Dakle, njima je važnija informacija o vrijednosno ponderiranom povratu.
Možemo još napomenuti da se za, na primjer, investicijske fondove obično javno objavljuju samo vremenski ponderirani povrati. Time je dodatno potencirano razmimoilaženje u interesima onih koji upravljaju portfeljima i onih koji investiraju svoj novac, pogotovo ako znamo da su investitori skloniji investirati više nakon nekoliko godina s dobrim ostvarenim povratima i obratno nakon niza loših godina.

1.2.3 Očekivani povrat na investiciju

Do sada smo u ovom potpoglavlju definirali neke osnovne mjere povrata na investiciju. Pri tome nismo precizirali što su nam točno investicije, to ćemo napraviti u sljedećem poglavlju, niti smo definirali ikakav model kojim bismo ih modelirali, odnosno u okviru kojega bismo ih promatrali. Ideja razvoja financijske teorije bez modela je privlačna, ali na taj način ne možemo napredovati u kvantitativnom smislu. S druge strane želimo biti u poziciji da ocijenimo neke odnose i međuovisnosti na financijskim tržištima pa nam treba neki kvantitativni aparat za to. On je u velikoj mjeri posuđen iz teorije

vjerojatnosti. Postoje još neki putevi razvoja u financijama, ali za sada nećemo širiti raspravu.
Osnovna karakteristika koju želimo modelirati istaknuta je još prilikom određivanja pojma investicije, a to je nesigurnost budućih isplata prilikom investiranja. Ta nesigurnost proizlazi iz neizvjesnosti realizacije budućih događaja, odnosno iz različitih mogućnosti razvoja sadašnjeg stanja. Malo drugačije rečeno, želimo uvesti kvantitativni okvir kojim ćemo modelirati različite realizacije budućih događaja te im pridijeliti neku vjerojatnost njihovog pojavljivanja. U teoriji vjerojatnosti je dobro razvijen okvir za takve modele koji su obuhvaćeni pojmom slučajne varijable, odnosno slučajnog procesa ukoliko uzimamo u obzir više vremenskih rokova. Na ovom mjestu nećemo previše detaljno obrađivati pojam slučajne varijable, ali ćemo dati primjer koji opisuje jednostavan slučaj diskretne slučajne varijable. S druge strane, pretpostavljamo da su čitatelji ove knjige upoznati s osnovama teorije vjerojatnosti koja se uči na svim prirodoslovnim, tehničkim i ekonomskim fakultetima.

Konkretizirajmo gornje napomene. Želimo modelirati realizacije, odnosno ishode investicija. Iako bismo mogli koristiti nominalne vrijednosti investicija, odnosno konkretne novčane tokove vezane uz svaku pojedinačnu investiciju, uobičajeno je modelirati povrate na investicije. Analizirajući investicije na razini njihovih ostvarenih ili očekivanih povrata omogućava nam laganu usporedbu među njima.
Govoreći u terminima diskretnih slučajnih varijabli općenito ćemo uvesti oznake R_i, $i = 1, \ldots, n$, za moguće ishode ulaganja, odnosno za moguće povrate na neku (konkretnu) investiciju, dok ćemo sa p_i, $i = 1, \ldots, n$, označiti pripadne vjerojatnosti. To zapravo znači da je vjerojatnost da će se ostvariti povrat R_i jednaka p_i, s time da je $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$. Na taj način je zadana slučajna varijabla R kojom opisujemo moguće povrate na promatranu investiciju.
Osnovno svojstvo koje nam daje prvu informaciju o bilo kojoj slučajnoj varijabli je očekivanje te slučajne varijable. U terminima povrata na investiciju očekivanje možemo zamijeniti izrazom očekivanog povrata na investiciju. Uz gornje oznake je **očekivani povrat** na investiciju koju modeliramo slučajnom varijablom R dano sa

$$E(R) = \sum_{i=1}^{n} R_i \cdot p_i \tag{1.16}$$

Pogledajmo sljedeći primjer.

Primjer 1.2.6. Pretpostavimo da promatramo promjene vrijednosti danog dioničkog indeksa u nekoj ekonomiji i pretpostavimo da povrati koje će on ostvariti u sljedećih godinu dana ovise o razvoju situacije u promatranoj ekonomiji. Iz nekih prijašnjih iskustava te analiza banaka zaključujemo da će u slučaju poboljšanja ekonomske situacije indeks ostvariti povrat od 20%, u slučaju pogoršanja ekonomske situacije zabilježit će pad od 20% dok će u slučaju da ekonomska situacija ostane nepromijenjena zabilježiti nešto skromniji rast od 10%. Procjenjujemo da će ekonomska situacija ostati nepromijenjena s vjerojatnošću od 70% dok će do pogoršanja ili poboljšanja ekonomskih uvjeta doći s jednakom vjerojatnosti od 15%.
Na taj način smo zadali jednu slučajnu varijablu R koja opisuje moguće povrate na dani dionički indeks u sljedećih godinu dana. Gornjim opisom je zapravo zadana njena distribucija (mogući ishodi i njima pridružene vjerojatnosti). Grafički se to često zapisuje kao

$$R \sim \begin{pmatrix} -20\% & 10\% & 20\% \\ 0,15 & 0,70 & 0,15 \end{pmatrix}.$$

U gornjem retku pišemo moguće ishode, a u donjem pripadne vjerojatnosti. Sada je prema formuli (1.16) očekivani povrat na promatranu investiciju dan sa

$$E(R) = 0,15 \cdot (-20\%) + 0,70 \cdot 10\% + 0,15 \cdot 20\% = 7\%.$$

Dakle, uz zadane pretpostavke smo izračunali da je očekivani povrat na dani dionički indeks u sljedećih godinu dana jednak 7%.

1.2.4 Mjere rizika očekivanih povrata na investiciju

U kontekstu slučajnih varijabli te očekivanih povrata na investicije, čije povrate modeliramo slučajnim varijablama, možemo dati prvu, relativno suženu, definiciju rizika. Pod rizikom ćemo smatrati nesigurnost ostvarivanja očekivanog povrata na investiciju. Ovakva definicija rizika uvažava elementarnu intuiciju. Naime, ukoliko promotrimo investiciju, odnosno slučajnu varijablu, koja može ostvariti samo jedan povrat R_1 u budućnosti i to s vjerojatnosti 1, onda vidimo da nema neizvjesnosti oko ostvarivanja povrata R_1[5]. Drugim riječima nema rizika da se povrat R_1 ne ostvari. S druge strane, što je veći broj mogućih povrata R_i u budućnosti koji se ostvaruju s podjednakim vjerojatnostima, to je i neizvjesnost vezana uz ostvarivanje očekivanog povrata veća.
Formalna mjera rizika koju smo upravo opisali je varijanca slučajne varijable, odnosno standardna devijacija, koja se u primjenama češće koristi. Uz iste oznake za slučajnu varijablu R kao i prije, **varijancu** slučajne varijable R računamo formulom

$$Var(R) = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot (R_i - E(R))^2, \tag{1.17}$$

dok **standardnu devijaciju** računamo formulom

$$\sigma(R) = \left(\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot (R_i - E(R))^2 \right)^{1/2} = \sqrt{Var(R)}. \tag{1.18}$$

Vidimo da je standardna devijacija samo pozitivan korijen od varijance. Uz iste oznake i vrijednosti kao u primjeru 1.2.6 izračunamo da su varijanca i standardna devijacija slučajne varijable R dane sa

$$Var(R) = 0,15 \cdot (-0,2 - 0,07)^2 + 0,7 \cdot (0,1 - 0,07)^2 + 0,15 \cdot (0,2 - 0,07)^2 = 0,0141,$$

odnosno

$$\sigma(R) = \sqrt{0,0141} \approx 0,1187.$$

Dakle, standardna devijacija slučajne varijable R iz primjera 1.2.6 iznosi $11,87\%$. Intuitivno, standardna devijacija daje mjeru prosječnog raspršenja, odnosno disperzije, vrijednosti varijable R od njenog očekivanja.
Upotrebu standardne devijacije kao mjere rizika prvi je sustavno promovirao "otac" moderne teorije portfelja Harry M. Markowitz i to ne samo kao mjere rizika slučajnih varijabli, nego i prilikom analize povijesnih podataka. O tome ćemo više reći malo kasnije, ali prije kraja ovog poglavlja možemo još napomenuti da standardna devijacija nije jedina mjera rizika koju možemo korisiti u navedenom kontekstu.

[5]Malo strože govoreći nema neizvjesnosti gotovo sigurno, u skladu s općenitom definicijom slučajne varijable i vjerojatnosnog prostora. U slučaju definicije modela na konačnom vjerojatnosnom prostoru ova se napomena može zanemariti

Na primjer, mnogi smatraju da pojam rizika ne treba obuhvaćati pozitivne događaje pa bi u skladu s time bolja mjera rizika od standardne devijacije bila **poludevijacija** koja uzima u obzir samo negativne ishode:

$$\sigma_{-}(R) = \sum_{\{i\,:\, i\in\{1,\ldots,n\}, R_i \leq E(R)\}} p_i \cdot (R_i - E(R)). \tag{1.19}$$

Sam Markowitz je afirmativno govorio o toj mjeri rizika i smatrao da se njome dobivaju bolji portfelji prilikom optimizacije [Mar, str. 194] (o kojem je tipu optimizacije riječ objasnit ćemo u poglavlju 4), ali se ona relativno rijetko koristi u praksi, moguće i zbog težeg izračuna. Ipak, treba napomenuti da postoje i mnogi zagovornici korištenja standardne devijacije kao simetrične mjere rizika. Njihov se argument bolje razumije u kontekstu shvaćanja da su pozitivni povrati koje ostvaruju investitori upravo nagrada za preuzimanje rizika prilikom investiranja. Naime, u tom slučaju materijalizacija preuzetog rizika može značiti ostvarivanje negativnih povrata, ali i ostvarivanje znatno većih povrata od očekivanih. Da to predstavlja rizik i u užem smislu značenja te riječi zna svaki portfolio manager koji je taktički (špekulativno) smanjio udio u nekoj rizičnoj dionici nakon čega je ona ostvarila izvanredan rast. Raspravu o riziku i značenjima rizika u financijama ćemo nastaviti nešto kasnije kada se malo bolje upoznamo sa tržišnim instrumentima i funkcioniranjem tržišta kapitala.
Još jedna mjera rizika koja se ponekad koristi u financijama je **koeficijent varijacije** koji je definiran sa

$$CV(R) = \sigma(R)/E(R), \tag{1.20}$$

gdje su sve oznake usklađene sa prethodno uvedim pojmovima. Ova mjera rizika je pogodna za uspoređivanje investicija sa bitno različitim očekivanim povratima i standardnim devijacijama (uz prihvaćanje standardne devijacije kao mjere rizika). Na primjer, ukoliko je očekivani povrat na investiciju A 4% i standardna devijacija 8%, dok je za investiciju B očekivani povrat jednak 10%, a standardna devijacija 18%, onda nije odmah jasno koja bi od te dvije investicije bila "bolja". Ukoliko proglasimo boljom onu investiciju koja ima manji očekivani rizik, mjeren standardnom devijacijom, u odnosu na očekivani povrat onda nam upravo koeficijent varijacije pomaže da odredimo bolju investiciju. Naime, koeficijent varijacije za investiciju A je prema (1.20) jednak 2, dok je koeficijent varijacije za investiciju B jednak $1,8$ pa proizlazi da je investicija B bolja. Kasnije ćemo promotriti još neke slične mjere rizika, poput Sharpovog omjera, koje će upotpuniti ovu raspravu.
Završit ćemo ovo poglavlje sa kratkom praktičnom napomenom: ukoliko postoji dvojba kako računati navedene mjere rizika ukoliko promatramo povijesne podatke, umjesto računanja očekivanih vrijednost, onda ovdje samo konstatiramo da u svim danim formulama zamijenimo mogući povrat R_i sa ostvarenim povratom AP_i, gdje i prima vrijednosti u skupu prirodnih brojeva koji je jednak broju podataka u povijesnom nizu podataka za koji računamo danu mjeru rizika.

Poglavlje 2

Klase imovine

U prethodnom poglavlju smo uveli pojam investicije, a u ovom poglavlju ćemo precizirati koje su to investicije koje ćemo razmatrati, odnosno koje nam sve investicijske mogućnosti stoje na raspolaganju. Kao što ćemo vidjeti, investicijski svijet koji razmatramo bit će prilično široko definiran. Investicije ćemo podijeliti u velike grupe koje imaju zajedničke karakteristike i njih ćemo nazivati **investicijskim klasama**, odnosno **klasama imovine** (eng. *asset classes*).

2.1 Pregled investicijskih klasa

Na samom početku navodimo niz investicijskih klasa i osnovne karakteristike svake. Nakon toga ćemo o svakoj od njih nešto više reći u sljedećim potpoglavljima.

- **Instrumenti stalnih prihoda**
  - Karakterizira ih unaprijed zadana dinamika isplata investitoru
  - Obveznice, trezorski i komercijalni zapisi, depoziti i slično
  - U principu su ekvivalentni pozajmici, odnosno kreditu
- **Dionice**
  - Udjeli u dioničkim društvima
  - Obične i preferencijalne dionice
  - Nemaju unaprijed dogovorenu isplatu investitorima
- **Nekretnine**
- **Izvedenice**
  - Financijski instrumenti čija vrijednost ovisi o vrijednosti nekog drugog financijskog instrumenta
  - Unaprijedni ugovori (eng. *forwards*), opcije, swapovi, ...
  - Originalno zamišljene kao sredstva osiguranja, ali se često koriste u špekulativne svrhe
- **Alternativne investicije**
  - Uglavnom nelikvidne (teško unovčive) investicije
  - Fondovi rizičnog kapitala, umjetnine, antikviteti, ...

  - Investitorima u ovu imovinu je zajednički vrlo dugačak investicijski horizont, odnosno ciljani rok investiranja

- **Sirovine (eng. *Commodities*)**
  - Sirovine koje uglavnom imaju upotrebnu vrijednost, ali se mogu kupiti posredno i na financijskim tržistima
  - Nafta, zlato, srebro, bakar, pšenica, kukuruz, ...
  - Ne postoji suglasje da je riječ o posebnoj investicijskoj klasi, ali u njih ulaže sve više investitora u zadnjim dekadama

- **Investicijski fondovi**
  - Zajednička ulaganja više investitora
  - Novčani, obveznički, mješoviti, dionički, ...
  - Ulažu u sve prije navedeno pa strogo govoreći ne bi bili samostalna klasa imovine. Ipak, načinom investiranja mogu mijenjati karakteristike investicijskih klasa u koje ulažu pa se neki od njih mogu promatrati kao zasebna klasa imovine.

Navedena podjela investicija po klasama imovine nije jedina moguća, ali je prilično sveobuhvatna. Najspornija kategorija je svakako ona koja obuhvaća investicijske fondove, ali probat ćemo objasniti zašto ima smisla i njih promatrati kao zasebnu klasu imovine. Također vrijedi napomenuti da su dionice i instrumenti fiksnog prihoda najvažnije klase imovine u užem smislu. Njima se najviše trguje na organiziranim financijskim tržistima, najzastupljenije su u portfeljima institucionalnih investitora i najviše su proučavane. Stoga ćemo im u ovoj knjizi kasnije posvetiti cijela poglavlja, dok ćemo u ovom poglavlju o svim navedenim klasama imovine iskazati neke osnovne činjenice i karakteristike.

2.2 Instrumenti stalnih prihoda

Instrumenti stalnih prihoda[1] su dužnički vrijednosni papiri s time da se u njih najčešće ubrajaju i depoziti kod banaka. Izdavatelj vrijednosnog papira sa stalnim prihodima se obavezuje da će u određenom vremenskom roku kupcu tog istog vrijednosnog papira isplatiti glavnicu uvećanu za kamate prema unaprijed poznatom rasporedu plaćanja. Instrumenti stalnih prihoda su poput kredita, ali se njima aktivno trguje na financijskim tržistima i obično nisu u anuitetnoj formi poput bankarskih kredita. Izdavatelj takvog vrijednosnog papira je dužnik, a kupac je vjerovnik. U tržišnim terminima možemo reći je kupac takvog vrijedosnog papira investitor, dok je u klasičnijoj interpretaciji kupac kreditor. Sam naziv ne mijenja dužničko-vjerovnički karakter odnosa izdavatelja i kupca vrijednosnog papira sa stalnim prihodima.

Kod svih investicijskih klasa možemo si postaviti osnovno pitanje: zašto bi netko ulagao u tu klasu imovine? Kod instrumenata stalnih prihoda je odgovor jednostavan jer oni isplaćuju glavnicu, odnosno iznos koji je investiran, uvećan za neku kamatu. Upravo je to navedeno kao motivacija za investiranje još prilikom uvođenja pojma investicije u prethodnom poglavlju pa je ujedno i dovoljan motiv za investiranje u instrumente stalnih prihoda.

Najreprezentativniji predstavnici ove klase imovine su obveznice. Kupci obveznica kupuju određeni nominalni iznos obveznice, koji se naziva glavnicom, i vremenom dobivaju

[1] Na engleskom *fixed income instruments*

obećanu kamatu na glavnicu kupljene obveznice te samu glavnicu. Gotovo svi vrijednosni papiri fiksnog prihoda imaju dospijeće, izuzetak su perpetuitetne obveznice, a dospijećem se naziva onaj trenutak u vremenu kada se isplaćuje posljednji dio glavnice ili kamate. Inače, kamata za koju se uvećava glavnica kod instrumenata stalnih prihoda se obično zove kupon, osim ako je riječ o depozitu. Pogledajmo primjer jedne obveznice.

Primjer 2.2.1. Pretpostavimo da Republika Hrvatska izdaje obveznicu denominiranu u kuni ukupnog iznosa od milijarde kuna. Nadalje, pretpostavimo da je dospijeće obveznice 5 godina, da je kupon, dakle kamata, jednaka 5% te da se isplaćuje godišnje, a glavnica se isplaćuje na kraju pete godine. To znači da ukoliko netko investira 100.000 kuna u tu obveznicu kroz vrijeme dobiva sljedeće novčane tokove (na kraju svake godine, počevši za godinu dana od kupnje)

Godina	Kupon	Glavnica	Ukupna isplata
1	5.000	0	5.000
2	5.000	0	5.000
3	5.000	0	5.000
4	5.000	0	5.000
5	5.000	100.000	105.000

Vidimo da će investitor koji je kupio 100.000 kuna te obveznice u pet godina dobiti ukupno 125.000 kuna. Naravno, vrijednost tih novčanih tokova u sdašnjosti je manja. Upravo ta vrijednost predstavlja temelj za vrednovanje obveznica, ali o tome ćemo više reći kasnije.

Obveznica koja je predstavljena u prethodnom primjeru je među najjednostavnijima koje se mogu naći na tržistu i naziva se **normalnom obveznicom**. Nisu sve obveznice takvog oblika. Naime, obveznice ne moraju uopće isplaćivati kupone, nego samo uplaćenu glavnicu jednokratno, po dospijeću. Takve obveznice se nazivaju **beskuponske** (eng. *zero coupon*). Najjednostavniji primjer beskuponskih obveznica su one s dospijećem do godine dana. Takve obveznice nazivamo **trezorskim zapisima** ukoliko ih izdaje država, odnosno **komercijalnim zapisima** ukoliko ih izdaje neko poduzeće. Pogledajmo primjer trezorskog zapisa koji izdaje Ministarstvo financija Republike Hrvatske.

Primjer 2.2.2. Ministarstvo financija izdaje trezorske zapise na svojim tjednim aukcijama. Svrha izdavanja trezorskih zapisa je upravljanje kratkoročnom likvidnošću Ministarstva financija putem kratkoročnog zaduživanja na financijskom tržištu. Dospijeća trezorskih zapisa koja se izdaju na tjednim aukcijama su tri mjeseca, šest mjeseci i godinu dana. Najčešće se izdaju samo trezorski zapisi u kunama. Kao što smo već vidjeli u Primjeru 1.1.6 postoje različiti načini na koji se obračunavaju kamate kod različitih vrijednosnih papira pa je tako i u ovom slučaju. Iako se kod beskuponskih vrijednosnih papira ne računa eksplicitno kamata, ona je prisutna kroz izračun diskontirane vrijednosti budućeg novčanog toka od kupljenog zapisa. Tako se u slučaju trezorskih zapisa Ministarstva financija budući novčani tok, koji je jednak nominalnom iznosu kupljenog trezorskog zapisa, diskontira sa $1 + r \cdot n/365$ kako bi se dobila sadašnja vrijednost tog novčanog toka. U navedenom izrazu r označava kamatnu stopu, a n broj dana do dospijeća. Konkretnije, recimo da smo upravo kupili milion kuna nominalnog iznosa trezorskog zapisa sa dospijećem za 91 dan. Ukoliko je trezorski zapis izdan po kamatnoj stopi od 3%, onda nominalnih milion kuna treba diskontirati sa $1 + 91 \cdot 0,03/365$ pa se dobije iznos od HRK $992.576,07$. Do na jednu malu napomenu vezanu uz zaokruživanje, to je iznos koji treba platiti Ministarstvu financija danas da bi se za tri mjeseca dobio povrat uplaćenih milion kuna. Više o aukcijama trezorskih zapisa može se naći na www.mfin.hr.

Kao što postoje obveznice koje uoće ne isplaćuju kupone, tako postoje i obveznice koje uz svaki kupon isplaćuju i dio glavnice. Nadalje, mogu se naći obveznice koje u početku isplaćuju relativno male kupone, a kasnije sve veće i još pri tome u nekom trenutku mogu početi isplaćivati i dio glavnice. Takve obveznice mogu biti primjerene za financiranje nekih dugoročnih projekata koji u početku stvaraju znatne troškove, a kasnije generiraju znatne prihode, poput izgradnje autocesta. Uz sve to obveznice mogu imati ugrađena i opcijska prava, poput prava izdavatelja da na određeni datum po određenoj cijeni otkupi obveznice od investitora.

Osim što se može mijenjati dinamika isplate kupona ili glavnice, obveznice mogu imati i kupone čija točna veličina nije unaprijed eksplicitno navedena. U sljedećem primjeru navodimo primjer takve obveznice.

Primjer 2.2.3. Pretpostavimo da neka banka izdaje milijardu eura obveznice koja će isplaćivati kvartalne kupone jednake tromjesečnoj stopi na LIBOR u euru uvećanoj za pola posto. Za banke to može biti privlačan način financiranja jer i same plasiraju kredite poduzećima koji su vezni za neku LIBOR kamatnu stopu. Podsjetimo se, LIBOR je skraćenica od London Interbank Offered Rate i to je referentna kamatna stopa koja se izračunava kao prosjek kamatnih stopa koje vodeće londonske banke navode kao kamatne stope po kojima si međusobno posuđuju novac u različitim valutama (EUR, USD, CHF, JPY, GBP, itd.) i po raznim dospijećima (O/N - prekonoćno, na tjedan dana, na dva tjedna te na mjesečnoj razini do roka od godine dana). Više o LIBOR-u se može naći na mnogim mjestima bilo na internetu ili u tiskanom obliku, a kao i za mnoge druge stvari dobro mjesto za početak informiranja može biti wikipedija. Možemo još dodati da u zadnje vrijeme sve veći značaj igra EURIBOR, pandan LIBOR-a koji se izračunava na sličan način, ali u njegovom izračunu sudjeluje veći broj banaka iz Eurozone. Iako je u Hrvatskoj tržište nešto manje razvijeno ipak se i za hrvatsko međubankarsko tržiste izračunavaju referentne kamatne stope na međubankarskom tržištu do godine dana i one se po analogiji s LIBOR-om nazivaju ZIBOR kamatne stope.

Obveznice kojima veličina kupona ovisi o nekoj promjenjivoj kamatnoj stopi poput LIBOR-a nazivaju se **obveznice s plutajućim kuponom** (eng. *floating rate note*). Investitorima takve obveznice mogu biti prilično zanimljive u razdobljima rasta kratkoročnih kamatnih stopa.
Mogući su i drugi načini obračuna kupona obveznice, odnosno kamata koju dobivaju kupci obveznica može biti određena i na druge načine. Na primjer, kupon obveznice može biti vezan uz stopu inflacije u nekoj zemlji u određenom razdoblju. Takve obveznice su **obveznice sa zaštitom od inflacije** (eng. *Inflation Protected Notes*). Nadalje, kupon obveznice može biti vezan uz povrat nekog dioničkog indeksa ili neke kamatne stope na tržištu i tako dalje. Nećemo pogriješiti ako kažemo da je obveznica najfleksibilniji instrument na tržištu kapitala i da se ulagačima u obveznice mogu pružiti vrlo različiti očekivani povrati kroz različite definicije kupona.

Upravo zbog vrlo različitih načina na koje se mogu odrediti karakteristike budućih novčanih tokova koje će dobiti kupci određene obveznice vrlo je važno dobro se informirati o svojstvima obveznice prije njene kupnje. Sve relevantne informacije o svakoj pojedinačnoj obveznici mogu se naći u Prospektu izdanja obveznice koji izdavatelj obveznice izrađuje najčešće u suradnji s jednom ili više banaka. Prilikom izdanja svaka obveznica dobiva jedinstveni identifikacijski broj, najčešće se koristi ISIN, prema kojem se može jednoznačno odrediti vlasništvo nad obveznicom.

Iako smo do sada naveli nekoliko mogućih karakteristika obveznica koje uvelike određuju buduće novčane tokove koji se mogu očekivati od pojedine obveznice, pa dakle i očekivani povrat po obveznici, ipak je najvažnija odrednica budućih povrata za obveznice kreditna kvaliteta izdavatelja. Naime, izdavatelji obveznica investitorima obećavaju da će isplatiti glavnicu uvećanu za neke iznose, ali je jasno da će se to obećanje ostvariti samo ako izdavatelj može financijski izdržati preuzete obaveze po obveznici (naravno, u kombinaciji s ukupnim kreditnim opterećenjem izdavatelja). Stoga je vjerojatno i najvažnija informacija vezana uz određenu obveznicu njen izdavatelj. Razlikovanjem obveznica prema tipu izdavatelja obveznice možemo podijeliti na

- državne,
- korporativne,
- agencijske (izdane od strane razih agencija ili nekih drugih paradržavnih institucija poput HBOR-a),
- municipalne (izdane od strane jedinice lokalne uprave ili samouprave),
- supranacionalne (izdane od strane nadnacionalnih organizacija poput EBRD-a, Svjetske banke i sl.) i neke druge.

Sve te obveznice mogu, ali i ne moraju, imati dodatna osiguranja kako bi se njihova kupnja učinila atraktivnijom. Analiza kreditnog potencijala pojedinog izdavatelja obveznica nije jednostavan posao i potrebno je dosta znanja, vremena, iskustva i pristupa vjerodostojnim podacima da bi se to kvalitetno napravilo. Problem analize izdavatelja je dodatno potenciran činjenicom da suvremena financijska paradigma od invesititora očekuje efikasnu diversifikaciju ulaganja (o tome ćemo više reći u četvrtom poglavlju), odnosno kupnju većeg broja obveznica različitih izdvatelja. Kako je broj investitora koji može na kvalitetan način obaviti kreditnu analizu većeg broja izdavatelja prilično mali čak i na svjetskoj razini, a kako postoji velik interes različitih izdavatelja koji se žele financirati izdavanjem obveznica, razvila se potreba za razvojem "nezavisnih" institucija koje bi se specijalizirale baš za kreditnu analizu različitih izdavatelja i samih obveznica. Tako su nastale **rejting agencije** - privatne institucije specijalizirane za ocjenu kreditne sposobnosti različitih izdavatelja ili pojedinih obveznica, odnosno njihovog kreditnog rejtinga. Uočimo da se rejting obveznice može razlikovati od rejtinga njenog izdavatelja ako su po toj konkretnoj obveznici ponuđena dodatna jamstva, na primjer.
Danas na tržištu postoje tri globalne rejting agencije koje pružaju standardiziranu uslugu davanja ocjene kreditne sposobnosti izdavatelja i pojedinačnih obveznica i to su Moody's Investor Service, Standard and Poor's (S&P) te Fitch Ratings. Ove tri agencije zauzimaju dominantan položaj na tržištu (Fitch je dosta manji od druge dvije agencije) i zapravo čine jedan vrlo otporan oligopol na svjetskoj razini. Vremenom su te rejting agencije razvile prilično razumljiv sustav ocjena kreditne vjerodostojnosti izdavatelja, odnosno njihovog kreditnog rejtinga. Detaljniji opis kreditnih rejtinga koje dodjeljuju navedene agencije naveden je u donjoj tablici. Prije nego ga malo detaljnije proučimo vrijedi napomenuti da su kreditni rejtinzi koje dodjeljuju rejting agencije postali toliko prihvaćeni i sveprisutni da su uključeni i u razne regulatorne odredbe na nacionalnim razinama, ali i šire. Tipično se kreditni rejtinzi u tom regulatornom smislu koriste na način da se odredi da pojedina grupa investitora ne smije ulagati u obveznice koje imaju kreditni rejting niži od određenog rejtinga (na primjer, niži rejting od BBB). Pogledajmo sada koji su to kreditni rejtinzi obveznica i izdavatelja o kojima pričamo.

S&P	Moody's	Fitch	Opis
AAA	Aaa	AAA	Izuzetno visoka sposobnost izdavatelja da plaća glavnicu i kamate (financijske obaveze).
AA	Aa	AA	Vrlo visoka sposobnost izdavatelja da plaća glavnicu i kamate. Razlikuju se od prethodnih po manjim marginama sigurnosti.
A	A	A	Imaju mnoge odlične karakteristike, ali postoje neki elementi zbog kojih bi mogla postojati sumnja u njihovu kvalitetu ako bi se opći uvjeti pokvarili
BBB	Baa	BBB	Adekvatna sposobnost plaćanja, ali u pogoršanim općim uvjetima ili drugim specifičnim promjenama moguće je da se sposobnost plaćanja ovakvog izdavatelja značajno smanji.
BB	Ba	BB	Obveznice u bližoj budućnosti mogu isplaćivati glavnicu i kamate, ali imaju samo umjerenu zaštitu plaćanja kamata i glavnice u lošim općim uvjetima ili drugim nepovoljnim specifičnim okolnostima.
B	B	B	Obveznice plaćaju glavnicu i kamate, ali ukoliko se opći ili specifični uvjeti pokvare izdavatelj neće biti u mogućnosti ispunjavati svoje obaveze.
CCC	Caa	CCC	Mogućnost ispunjavanja financijskih obaveza izdavatelja ovisi o povoljnim općim i specifičnim uvjetima. Vjerojatnost neispunjavanja obaveza izdavatelja je velika.
CC	Ca	CC	Visokošpekulativna izdanja koja su često u stanju neispunjavanja obaveza ili su neposredno pred njim.
D	C	C, D	Obveznice ili izdavatelji koji ne ispunjavaju svoje obaveze.

Kroz opisne karakteristike pojedinog kreditnog rejtinga vidimo da se kreditni rejtinzi smanjuju od najvišeg AAA prema rejtinzima koji označavaju izdavatelje ili izdanja obveznica koje nisu u mogućnosti ispunjavati svoje obaveze. Osim navedenih, rejting agencije objavljuju i finije podjele unutar katagorija kreditnog rejtinga i to tako da dodijele +, − ili nikakavu dodatnu ocijenu na postojeći rejting. Dakle, skala kreditnih rejtinga zapravo glasi AAA, AA+, AA, AA−, A+, A, A−, i tako dalje (u slučaju Moody'sa skala bi glasila AAA, Aa1, Aa2, Aa3, A1, A2, A3, i tako dalje).
Da bi dodatno istaknule dinamičku narav kreditnog rejtinga koji se vremenom mijenja rejting agencije objavljuju i tako zvani *outlook* uz sam kreditni rejting i on može biti pozitivan, stabilan ili negativan, uz samorazumljivo značenje tih izraza. Time žele staviti do znanja koji je vjerojatni razvoj kreditnog rejtinga izdavatelja u budućnosti. U vrijeme pisanja ovog teksta rejting Republike Hrvatske je BBB− s negativnim *outlook*om. Napomenimo da se u žargonu za obveznice kojima je rejting veći ili jednak od BBB− kaže da su investicijskog kreditnog rejtinga (eng. *Investment grade*). Obveznice kreditnog rejtinga manjeg od BBB− se nazivaju špekulativnima ili obveznicama visokog rizika. Ponekad se u engleskom jeziku za takve obveznice koristi izraz *junk* ili češće *high yield*. Inače, za obveznice ili izdavatelje koji ne mogu ispunjavati obećane, odnosno preuzete obaveze kažemo da su u **defaultu**, odnosno da su defaultirali. Iako je potpuna

definicija defaulta dosta komplicirana, za stjecanje određene intuicije o tom terminu će nam poslužiti pojednostavljena definicija prema kojoj je izdavatelj u defaultu ako

- svojevoljno i jednostrano prestane plaćati preuzete obaveze,
- izdavatelj ode u stečaj ili
- izdavatelj prisilno zamijeni postojeće obveznice drugima koje imaju manju vrijednost.

Uz sve navedene kreditne rejtinge koje daju agregatnu ocjenu kreditne kvalitete pojedinog izdavatelja ili izdanja, rejting agencije dodjeljuju i kratkoročne rejtinge za kratkoročne vrijednosne papire puput trezorskih ili komercijalnih zapisa. Na ovom mjestu nećemo ulaziti detaljnije i u tu metodologiju, a o svemu navedenome, kao i mnogim drugim metodološkim i sadržajnim temama kojima se kreditne agencije bave, može se naći na internetskim stranicama rejting agencija.
Na samom kraju ovog osvrta o rejting agencijama želimo još istaknuti da su rejting agencije za svoje usluge plaćene od strane izdavatelja, a ne investitora. Nije uvijek bilo tako, a vjerojatni razlog za prihvaćanje sadašnjeg modela poslovanja je široka prihvaćenost njihovih rejtinga te sukladno tome gotovo ucjenjujuća moć koju imaju prema izdavateljima obveznica. Ipak, treba uočiti da su na taj način rejting agencije došle u poziciju u kojoj je moguć sukob interesa jer sada ocjenjuju one koji ih plaćaju. Uloga rejting agencija bila je posebno kontroverzna u vrijeme i prije financijske krize koja je započela 2008. godine. Tada su rejting agencije vrlo blisko surađivale s investicijskim bankama koje su poslovale u SAD-u i koje su na tržiste plasirale velik broj obveznica koje su imale posrednu ili neposrednu izloženost američkom tržištu nekretnina. Riječ je o *mortgage backed* obveznicama koje su garantirane skupom stambenih i sličnih kredita, zatim o CDO-ovima (*Colateralized Debt Obligations*) i sličnima. Problem je bio u tome da su rejting agencije određenim obveznicama, odnosno dijelovima obveznica u slučaju CDO-ova, dodjeljivale visoke rejtinge poput AAA, a vrlo brzo nakon izbijanja krize su iste obveznice bile u nemogućnosti isplaćivati preuzete obaveze po kuponima i glavnici. Iako bi se neki događaji koji su uzrokovali tu veliku financijsku krizu mogli okarakterizirati kao ekstremni pa stoga i teško (pro)ocjenjivi, ipak se čini da je velika potražnja za navedenim obveznicama dovela do smanjivanja kreditnih kriterija u postupku ocjenjivanja. U svakom slučaju, nakon financijske krize 2008. ugled rejting agencija je smanjen. Usprkos tome, one i nadalje imaju velik utjecaj na odluke investitora i nezamjenjiva su pomoć pri snalaženju na financijskim tržištima za većinu investitora.
Osnovna posljedica raslojavanja izdavatelja prema kreditnoj kvaliteti je činjenica da se izdavatelji različite kvalitete zadužuju na financijskim tržištima po različitim kamatnim stopama (preciznije po **prinosima do dospijeća**[2] - više u odjeljku 5.2). Pri tome se kvalitetniji izdavatelji, odnosno oni koji imaju manji kreditni rizik, dakle viši rejting, zadužuju po manjim kamatnim stopama od manje kvalitetnih izdavatelja. To nije nikakav izuzetak od općeprihvaćene paradigme prema kojoj se **za investiranje u rizičnije investicije zahtjevaju veći očekivani povrati**, odnosno **zahtjevana stopa povrata je veća za rizičnije investicije**. Podsjetimo se, rizičnije investicije su one kod kojih je nesigurnost isplata budućih novčanih tokova veća pa je upravo spomenuta paradigma u skladu s raspravom kod uvođenja pojma investicije i vremenske vrijednosti novca. Gledano s pozicije investitora, a to je gledište koje zastupamo u ovoj knjizi, to znači da će se rizičnije obveznice moći kupiti po većim očekivanim povratima, odnosno prinosima do dospijeća koji su standardna aproksimacija očekivanih povrata na obvezničkim

[2]Prinos do dospijeća daje približnu ocjenu povrata koje investitor može očekivati od ulaganja u obveznicu. Uz neke dodate uvjete on je i jednak tom povratu.

tržištima. Bez ikakve želje za preciznošću, ali s namjerom da steknemo intuiciju o rasponima koje mogu dosegnuti izdavatelji različite kvalitete u donjoj tablici dajemo vrlo grub pregled kreditnih rejtinga i odgovarajućih prinosa u jednom vremenskom trenutku.

AAA	*AA*	*A*	*BBB*	*BB*	*B*	*CCC*	*CC*	*C*
1,5%	2,0%	2,75%	4,0%	5,5%	7,0%	9,0%	12,0%	14,0%

Usprkos značajnim naporima koje ulažu i resursima kojima raspolažu rejting agencije da što pravovremenije i preciznije odrede kreditne rejtinge izdavatelja te reagiraju na određene promjene, ipak se najpravovremenija reakcija na promjene bilo kakvih relevantnih okolnosti vezanih uz određenog izdavatelja može očitati na tržištima na kojima se organizirano trguje obveznicama. Suprotno mogućem razmišljanju da su obveznička tržišta, odnosno cijene obveznica, relativno statične, tomu nije tako. Naime, osim promijenjene kvalitete izdavatelja, odnosno promijenjene percepcije njegove kvalitete, mnogo drugih faktora djeluje na promjenu cijene obveznica: promjene u inflacijskim očekivanjima, razina kratkoročnih kamatnih stopa, rast ili pad BDP-a, specifični uvjeti vezani uz neko poduzeće ili industrijsku granu, likvidnost obveznice, promjena regulacije ili poreznog tretmana i tako dalje. To sve utječe na cijene obveznica, odnosno na prinose po kojima se one trguju, tako da se one vremenom bitno mijenjaju. Na donjem grafu je prikazano usporedno kretanje prinosa na obveznice američkih izdavatelja kreditnog rejtinga AAA i obveznica kreditnog rejtinga BBB od 1919. godine do 2012. godine. Ispod njih je prikazana promjena apsolutne razlike između prinosa na AAA obveznice i BBB obveznice. Razliku u prinosima na obveznice nazivamo spread (nemamo posebne riječi hrvatskom jeziku koja bi označavala isto). Rast spreada upućuje na rast premije na rizik, odnosno rast averzije prema riziku, jer nam rast spreada govori da su u određenim trenucima investitori zahtjevali veće premije za ulaganje u rizičnije obveznice.

Izvor: Federal reserves

Vidimo da se vremenom značajno mijenja zahtjevana stopa povrata za ulaganje u rizičnije obveznice. Često se ta premija koja se zahtjeva za ulaganje u rizičnije vrijednosne papire naziva i **premija na rizik** ili premija za preuzeti rizik (eng. *risk premium*). U pravilu se rast premije na rizik, odnosno rast spreada, povećava u trenucima ekonomskih kriza. Tako su se najveći postignuti spreadovi u promatranom razdoblju dogodili u vrijeme velike ekonomske krize 30-tih, u vrijeme drugog svjetskog rata, u vrijeme dva naftna šoka 70-tih i 80-tih te napokon u vrijeme velike financijske krize koja je nastupila

2008. godine. Povećanje premije rizika za ulaganje u obveznice velikim je dijelom posljedica općeg povećanja premija za ulaganje u rizičnu imovinu, odnosno povećane percepcije rizičnosti u nekim od navedenih razdoblja. Naravno, povećanje premije na ulaganje u rizičnije obveznice nije (samo) posljedica nekih općenitih strahova o budućnosti ulaganja u rizičnije obveznice, već je posljedica iskustava o gubicima koje ostvaruju investitori u posebno nesigurnim vremenima. Naime, u takvim vremenima znatan broj izdavatelja zapada u financijske probleme pa im se smanjuje mogućnost da ispunjavaju prethodno preuzete obaveze pa tako i obaveze po izdanim obveznicama. Analitički govoreći, radi se o tome da se kvari opća kreditna kvaliteta izdavatelja te se značajno povećava broj defaulta, odnosno izdanja obveznica po kojima se prestaju isplaćivati kuponi i/ili glavnica. Kvantifikacija učestalosti događaja poput broja izdavatelja određene kreditne kvalitete koji prestanu ispunjavati svoje obaveze u pojedinim godinama (nizu godina) ili ukupna veličina izdanja obveznica koje ne ispunjavaju svoje obaveze u određenim razdobljima je vrlo važna za investitore u obveznice jer može značajno smanjiti povrate koji se ostvaruju na obvezničkom tržištu.

Nakon svega rečenoga postavlja se pitanje kako često uopće defaultiraju izdavatelji obveznica. Kako smo već rekli da su kreditni rejtinzi osnovni orjentir za kreditnu kvalitetu izdavatelja na financijskim tržištima, onda se zapravo možemo pitati koliko su kreditni rejtinzi dobar prediktor za buduće ispunjavanje obaveza izdavatelja. U sljedećoj tablici je dan izvadak iz tablice 3 u članku [SandP] u kojem je prikazana evolucija godišnjih stopa defaulta korporativnih izdavatelja u odnosu na kreditni rejting izdavatelja kroz zadnjih deset godina, odnosno postotka izdavatelja koji su defaultirali unutar pojedinog kreditnog rejtinga u navedenim godinama (u članku su dani podaci od 1981. godine). Prosjek označava vagani dugoročni prosjek od $'81$.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C
2001.	0	0	0,35	0,33	3,13	11,24	44,55
2002.	0	0	0	1,01	2,81	8,11	44,12
2003.	0	0	0	0,23	0,56	4,01	32,93
2004.	0	0	0,08	0	0,53	1,56	15,33
2005.	0	0	0	0,07	0,20	1,73	8,94
2006.	0	0	0	0	0,30	0,81	12,38
2007.	0	0	0	0	0,19	0,25	15,09
2008.	0	0,38	0,38	0,48	0,78	3,98	26,26
2009.	0	0	0,22	0,54	0,72	10,38	48,68
2010.	0	0	0	0	0,55	0,80	22,27
Prosjek	0	0,02	0,08	0,25	0,95	4,70	27,30

Vidimo da se stopa defaulta značajno povećava sa smanjenjem kreditne kvalitete izdavatelja, mjerene kreditnim rejtingom koji dodjeljuje S&P. To prije svega pokazuje da su kreditni rejtinzi u pravilu kvalitetno dodjeljeni. Također, gornji podaci daju naslutiti da se veći broj defaulta grupira oko pojedinih godina. Svakako vrijedi uočiti da se u nepovoljnim godinama stopa defaulta u kategorijama B i CCC na niže povećava do razina koje čak i u dobro diversificiranom portfelju mogu značajno smanjiti vrijednost investicija. Riječ je, dakle, o vrlo rizičnim investicijama i o tome treba voditi računa prilikom odluke o uključivanju određenih obveznica u portfelj. Malo pozitivniju sliku daje nam podatak da čak i u slučaju defaulta investitori dobiju, vrlo općenito govoreći, oko 20 do 30 posto od inicijalnog ulaganja.

U sljedeće dvije tablice, koje su također preuzete iz spomenutog članka, navodimo još nekoliko karakteristika koje mogu pomoći razumijevanju dinamike kojom se defaulti, prije svega korporativni, događaju. U prvoj tablici (tablica 12 u originalnom članku) pokazano je iz kojeg rejtinga dolaze defaulti, odnosno dana je razdioba korporativnih defaulta u ovisnosti o inicijalnom rejtingu koji je dodjelio S&P s time da su izračunate kumulativne razdiobe defaulta za godinu, tri, pet i sedam. Podaci su uzeti iz S&P-jeve baze koja počinje 1981. godine.

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC/C
Jedna godina	0	0	0	2,6	9,6	48,7	39,1
Tri godine	0	0	0,9	4,1	18,0	64,7	12,3
Pet godina	0	0,2	1,1	5,6	21,6	62,9	8,6
Sedam godina	0,1	0,3	1,8	6,6	23,0	60,6	7,5

U drugoj tablici je prikazano vrijeme koje je prosječno potrebno izdavateljima koji su defaultirali da defaultiraju i to u ovisnosti o rejtingu koji im je S&P inicijalno dodijelio. Vidi se jasna negativna međuovisnost od godine dodjele inicijalnog defaulta (ili 1981. godine) do godine u kojoj se dogodio default i polaznog rejtinga.

Originalni rejting	Broj defaulta	Prosječan broj godina	Medijan
AAA	7	16,4 godina	9 godina
AA	27	15,0 godina	14,4 godina
A	85	12,5 godina	10,6 godina
BBB	181	7,8 godina	6,6 godina
BB	505	6,4 godina	4,9 godina
B	1.090	4,7 godina	3,5 godina
CCC/C	120	2,7 godina	1,4 godina
Ukupno	2.015	5,8 godina	4,1 godina

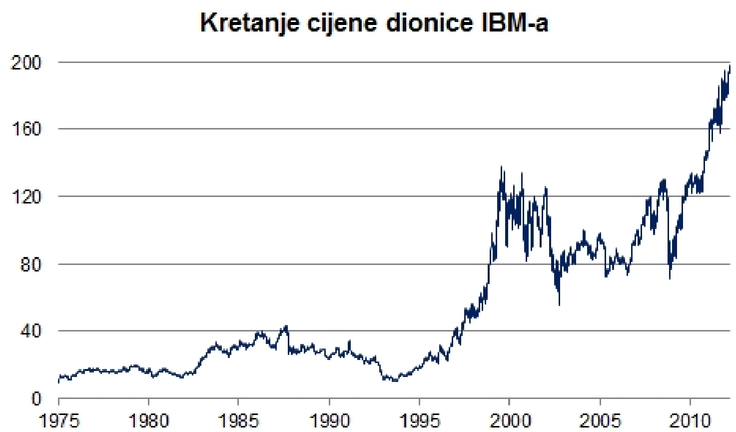
Zainteresirani se čitatelj može i sam upoznati s još nekim vrlo zanimljivim i važnim činjenicama i karakteristikama kreditnih rejtinga u navedenom članku. Sve tri rejting agencije nude vrlo opširne statistike i analitičke podatke za dalje proučavanje, ali detaljnije proučavanje ipak ovisi o dostupnim financijskim sredstvima jer su mnogi izvještaji, baze podataka i slično dostupni samo uz plaćanje.
Problematika vezana uz kreditne rizike je važna i dosta proučavana, ali ćemo za sada završiti s njenim proučavanjem. U petom poglavlju ćemo se vratiti detaljnijem proučavanju obveznica, s time da ćemo biti više usredotočeni na kvantitativne karakteristike obveznica.

2.3 Dionice

Na samom početku dajemo nekoliko terminoloških napomena. U ovoj knjizi ćemo za većinu pravnih subjekata upotrebljavati termin poduzeće. U užem smislu ćemo poduzećem nazivati samo dionička društva, koja su podskup trgovačkih društava. Često se za isto koristi i termin korporacija kao i neki drugi termini. Uočimo da riječ tvrtka označava naziv, odnosno ime pod kojim poduzeće posluje. Ukoliko promatramo hrvatske zakone većina pravnih subjekata bi bila obuhvaćena terminom trgovačko društvo koji uključuje i dioničko društvo i društvo s ograničenom odgovornošću. Iako u dosta situacija nismo i nećemo koristiti hrvatske riječi koje se nisu udomaćile u govornoj ili pisanoj upotrebi, u slučaju termina poduzeća smatramo da nema potrebe koristiti istoznačnice stranog porijekla pa ćemo je često koristiti. Imajući to na umu možemo dati definiciju dionice.

Obične, odnosno **redovne dionice** (eng. *equity*) predstavljaju vlasnički udio u dioničkom društvu. Obične dionice, u nastavku dionice, su rezidualno potraživanje na

imovinu poduzeća nakon što se podmire sve obaveze poduzeća. Osnovno pravo vlasnika dionica je pravo glasa na Skupštini dioničara, sukladno postotku vlasništva. U dobrim vremenima vlasništvo nad dionicama daje pravo na sudjelovanju u dobiti poduzeća. U slučaju likvidacije poduzeća vlasnicima dionica pripada imovina poduzeća koja ostane nakon što se ispune sve obaveze poduzeća. Važno svojstvo dionica je ograničena odgovornost vlasnika dionica. Naime, vlasnici dionica, dakle dioničari, nemaju dodatnih obaveza ukoliko poduzeće propadne, odnosno ukoliko u trenutku likvidacije ukupna vrijednost obaveza poduzeća premašuje ukupnu vrijednost imovine poduzeća. Lagana je posljedica ove činjenice da vrijednost dionice ne može biti manja od nule. To je ujedno i dobra vijest za dioničare jer bi u suprotnom svojom osobnom imovinom morali odgovarati za poslovanje poduzeća čiji su vlasnici, što bi za velik broj dioničara mogao biti vrlo demotivirajući zahtjev. Usprkos ograničenoj odgovornosti treba uočiti da su dioničari sa svojim rezidualnim potraživanjem na imovinu zadnji u isplatnom redu vjerovnika poduzeća (radnika, dobavljača, vlasnika obveznica ili banaka). Stoga dioničari snose najveći rizik u poslovanju poduzeća. Često se ta činjenica koristi kao opravdanje za (moguće) veće povrate koji se ostvaruju ulaganjem u dionice.
Kao što smo vidjeli dionice daju pravo vlasništva pa kažemo da su dionice vlasnički vrijednosni papiri. Kao opreka njima često se navode obveznice kao dužnički vrijednosni papiri. Dionice i obveznice su osnovni vrijednosni papiri kojima se trguje na organiziranim tržistima i u koje ulaže najveći broj investitora, pogotovo istitucionalnih. Iako su dionice u osnovi vrlo jednostavne investicije procjena njihove vrijednosti je vrlo kompleksna. Ne treba stoga čuditi kako se dionicama vremenom značajno mijenjaju cijene. Na donjem grafu dajemo primjer kretanja cijene jedne dionice (IBM, cijene u USD, dnevni podaci od 3.1.1975. godine do 29.2.2012. godine, izvor podataka: Bloomberg).



Iako ćemo kasnije detaljnije govoriti o karakteristikama financijskih podataka iskoristit ćemo ovu priliku da malo detaljnije proučimo podatke o kretanju cijene dionice IBM-a. Ujedno ćemo primjeniti ono što smo naučili o računanju povrata.

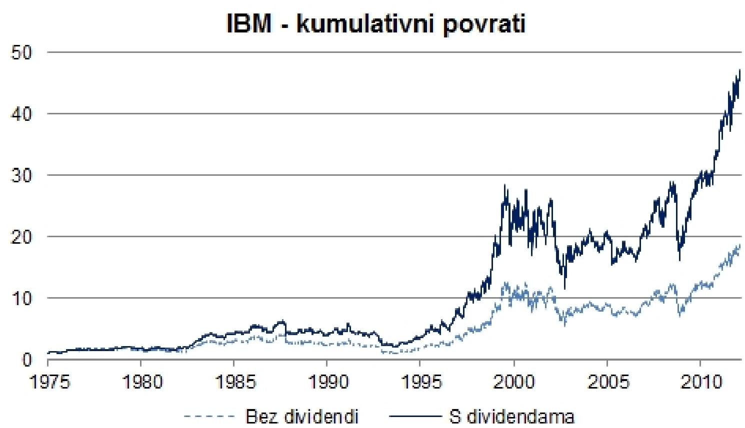
Naizgled je vrlo jednostavno reći koliko je iznosio povrat na ulaganje u dionicu IBM-a u promatranom periodu. Naime, 3.1.1975. je cijena dionice IBM-a bila $10,4688$ dolara, a 29.2.2012. je bila $196,73$ dolara. Povrat za vrijeme držanja iznosio je $196,73/10,4688 \approx 18,639$. Znamo da je to nepotpuna mjera povrata pa ju stoga anualiziramo, prema (1.13). Vrijeme držanja iznosilo je 37 godina i dva mjeseca, odnosno $37,1666$ godina pa je povrat u vremenu držanja iznosio $8,19\%$. To je dakle godišnja stopa kojom treba ukamatiti početnu cijenu dionice od $10,4688$ da bi se dobila konačna cijena od $196,73$ dolara. U prvom poglavlju smo komentirali da bi u ovakvim izračunima mogli biti i precizniji tako što koristimo stvaran broj dana koji uključuje i prestupne godine. U tom slučaju anualizirani povrat iznosi $8,18\%$, što je praktički isto kao u prvom slučaju. To nas ne treba čuditi jer je promatrano razdoblje vrlo dugačko u odnosu na korekciju za stvarni broj dana.

Iako smo sve napravili dobro zanemarili smo jednu važnu karakteristiku koja određuje povrate na dionice. Naime, izvori prihoda na dionicama proizlaze iz porasta cijene dionice te iz isplaćene dividende. Općenito govoreći, ako u trenutku 0 kupimo dionicu po cijeni P_0, držimo je određeno vrijeme T te ako u vremenu držanja dionica poraste do cijene P_T i isplati dividendu D_T, onda je povrat R_T u tom vremenu držanja jednak

$$R_T = \frac{P_T - P_0 + D_T}{P_0}. \tag{2.1}$$

Ukoliko računamo povrate u više razdoblja, što nam je potrebno da bismo uzeli u obzir više razdoblja u kojima je isplaćena dividenda, onda izračunate povrate međusobno množimo kako bi dobili povrat za ukupno vrijeme držanja. Često je jednostavnije računati obične dnevne povrate koji uključuju dividende, kada su one isplaćene, nego prilagođavati izračun rezdobljima koja uključuju dividende i koja mogu biti različite duljine. U svakom slučaju, tako dobivene povrate pomnožimo da dobijemo ukupan povrat u vremenu držanja i onda ih anualiziramo kako bismo dobili povrat na godišnjoj razini.

Vratimo se na naš primjer s dionicom IBM-a. Sada nam je jasno da u izračun nismo uključili dividende koje je isplaćivala dionica IBM-a. U promatranom razdoblju nije bilo niti jedne velike isplate dividende, odnosno isplaćivane su dividende koje su bile relativno male (prosječna dividenda bila je manja od $0,25$ dolara po dionici), ali su isplaćene ukupno 142 dividende. U SAD-u je vrlo čest slučaj da dionice isplaćuju kvartalne dividende, a IBM je imao istu praksu. Iako isplaćene dividende nisu bile velike slutimo da bi ipak mogle imati značajan utjecaj zbog efekta ukamaćivanja o kojemu smo govorili u prvom poglavlju. Da bi zornije pokazali utjecaj uključivanja dividendi u izračun ostvarenog povrata u donjem grafu dajemo usporedbu kumulativnog povrata ostvarenog bez uključivanja dividendi (isprekidana crta) i sa uključivanjem dividendi u izračun (neprekidna crta). Kumulativni povrat dobivamo množenjem dnevnih povrata. Kumulativni povrat koji ne uključuje u obzir isplaćene dividende u principu rekonstruira početni graf kretanja cijene dionice samo što je sada skala drugačija.



Znajući da iz jednog primjera ne možemo previše zaključiti o kretanjima cijena dionica te očekivanim povratima na dionicama, ipak možemo uočiti neke stvari iz primjera s dionicom IBM-a. Kao prvo, možemo uočiti da se na dioničkom tržistu u prosjeku može vrlo dobro zaraditi. Ostvareni godišnji povrat od skoro 11% godišnje nije lako ostvariti investiranjem u druge klase imovine, a pogotovo ako se restringiramo na neke tradicionalne investicije poput depozita ili nekretnina. S druge strane, ulaganje u dionice je rizično s time da sada pod pojmom rizika podrazumjevamo "uobičajeno" shvaćanje rizika kao mogućnosti da investicija ostvari negativan povrat. U slučaju IBM-a je jedan od lokalnih maksimuma bio dosegnut 20.8.1987. kada je dionica vrijedila $43,6875$ dolara. U listopadu iste godine, na dan "crnog ponedjeljka"[3], dionica je pala na 26 dolara što je značilo pad od $40,48\%$ u odnosu na kolovoz te godine. Trebalo je proći skoro 10 godina, do 21.5.1997. godine, da bi dionica prvi puta premašila vrijednost od $43,6875$ iz kolovoza 1987. (ako uzmemo u obzir i dividende, onda je lokalni maksimum iz 1987. prvi put premašen 11. listopada 1996. godine). Jednako loše razdoblje za dionicu IBM-a može se naći u razdoblju od postizanja lokalnog maksimuma u srpnju 1999. godine do listopada 2010. godine kada je taj maksimum bio premašen. Iako je vrlo instruktivno provesti ovakvu analizu i za druge dionice i u drugim vremenskim rokovima treba paziti da se ovakvim podacima ne daje pretjeran (dominantan) značaj jer smo ovdje upravo htjeli naći "najgora" razdoblja za investiranje u dionice, konkretno u dionicu IBM-a. Na taj način se može previdjeti potencijal koje dionice pružaju njihovim vlasnicima. U svakom slučaju, i ovaj jednostavan primjer nam sugerira da su dionice klasa imovine koja je namijenjena dugoročnom investiranju. Kvantifikacije te dugoročnosti je gotovo nemoguća i čini se da je čak i racionalnim investitorima to jedan od osnovnih razloga za neiskorištavanje punog potencijala dionica kao klase imovine.

Osim redovnih dionica, često se može naći slučaj da poduzeća izdaju i **povlaštene**, odnosno **preferencijalne dionice**. Iako im naziv sugerira neku vrstu povlaštenosti treba paziti da se to ne shvati u smislu većih glasačkih prava na Skupštini dioničara jer povlaštene dionice mogu i ne imati pravo glasa na Skupštini za većinu odluka u nadležnosti Skupštine. Povlaštene dionice su u pravilu povlaštene prije svega prema svom prioritetu nad redovnim dionicama kod isplata dividendi. Često se taj prioritet očituje u činjenici da se vlasnicima povlaštenih dionica dividenda treba isplatiti prije vlasnika običnih dionica. Ponekad se povlaštenim dioničarima divdenda isplaćuje i kumulativno: ako se neke godine dividenda ne isplati, iduće godine, prije nego se isplati dividenda običnima, mora se povlaštenima isplatiti i zaostala (neisplaćena) dividenda. Ponekad se vlasnicima povlaštenih dionica garantira isplata točno određene dividende - tada se one mogu smatrati instrumentima stalnih prihoda. Teško je općenito opisati karakteristike povlaštenih dionica pa se u svakom pojedinačnom slučaju treba upoznati s njihovim pravima prije njihove kupnje. Ta su prava uglavnom definirana Društvenim ugovorom poduzeća. U nastavku teksta ćemo se baviti proučavanjem običnih dionica.

Podjela dionica na obične i povlaštene je osnovna podjela, a zasnovana je na formalnim, dakle pravnim, svojstvima dionica. Postoji još nekoliko načina na koje možemo podijeliti dionice. Najjednostavniji je prema državi porijekla poduzeća. Tako možemo govoriti o domaćim ili stranim dionicama. Kako je Hrvatska mala država jasno je da domaće dionice pružaju relativno uzak spektar dionica u koje se može investirati, pogotovo ako to stavimo u odnos sa ukupnim brojem dionica na svjetskim tržištima, odnosno u odnos sa brojem i raznovrsnošću stranih dionica. Stoga je dosta jasno da hrvatski investitori trebaju uzeti u obzir i strane dionice za svoje investicije, a kasnije ćemo dati i malo precizniji kvanitativni okvir za takvo razmišljanje. Iako prethodni zaključak izgleda samorazumljivo on nije toliko očigledan za države, odnosno dionička tržista, koje su bitno veće i razvijenije, poput SAD-a. Naime, na takvim se dioničkim trštima mogu stjecati vrlo raznorodne domaće dionice, a kako investitori preferiraju poznatost, tako zvani *home bias*, često niti ne razmatraju aktivno strane dionice. Ponekad je to vezano

[3] U ponedjeljak 19. listopada 1987. godine, američki indeks Dow Jones pao je za $22,6\%$. Osim niza vanjskih utjecaja čini se da je taj pad bio uzrokovan i internim tržisnim mehanizmima. U to vrijeme su futuresi na dioničke indekse bili relativno nov instrument, a popularan je postajao način upravljanja portfeljima koji se tada nazivao osiguranje portfelja i to na način da se u padu dionice prodaju - po uzoru na delta hedging kod opcija. Čitatelj treba uočiti da ovaj događaj ukazuje i na ekstremno kompetitivno okružje koje vlada na tržištima kapitala jer je dio sudionika iskorištavao uočene slabosti drugih.

i uz transakcijske troškove koji mogu biti znatno veći na stranim tržistima (iz hrvatske perspektive su mnogi transakcijski troškovi manji na razvijenim tržistima) kao i dodatne rizike koji se pri tome preuzimaju (poput rizika promjene valute u kojoj je strana dionica denominirana). Vrijedi istaknuti i činjenicu da se na najrazvijeniim dioničkim tržištima može trgovati stranim dionicama kao da su domaće i to putem ADR-ova u SAD-u (eng. *American Depositary Receipts*) ili GDR-ova u Velikoj Britaniji ili Njemačkoj (eng. *Global Depositary Receipts*). U slučaju ADR-ova je riječ o potvrdama o vlasništvu koje izdaje neka od globalnih depozitarnih banaka i one predstavljaju indirektne potvrde o vlasništvu nad originalnim dionicama. U pravilu se radi na način da su originalne dionice pohranjene kod depozitarne banke, a ona izdaje potvrde o vlasništvu na osnovu pohranjenih dionica. ADR-ovi i GDR-ovi uglavnom izraženi u valuti zemlje na čijem se tržistu njima trguje. Nekoliko je hrvatskih poduzeća imalo izdane GDR-ove poput PLIVA-e i Zagrebačke banke u ′90-tima ili INA-e i HT-a u novije vrijeme.

Osim jednostavne podjele na domaće i strane dionice, dionice se vrlo često dijele prema industrijskoj grani unutar koje posluju ili barem ostvaruju većinu prihoda. Sukladno klasifikaciji proizvoda koja vrijedi u RH poduzeća, a time i pripadne dionice, možemo razvrstati na poljoprivredna poduzeća, poduzeća koja se bave rudarstvom i vađenjem, poduzeća iz prerađivačke industrije, energetska poduzeća, poduzeća koja se bave vodom i otpadom, građevinska poduzeća, poduzeća koja se bave trgovinom, poduzeća koja se bave prijevozom i skladištenjem, hotelska poduzeća, poduzeća koja se bave informacijskim i komunikacijskim uslugama, poduzeća koja se bave financijama te još neke vrste poduzeća. Kolokvijalno ćemo za pripadne dionice reći da su industrijske, poljoprivredne, financijske, telekomunikacijske i tako dalje. Naravno, ova se podjela može dodatno proširiti da bi bila preciznija, ali pri tome uvijek treba paziti da podjela ne postane prekompleksna jer se onda smanjuje njena korisnost. Na stranim tržištima postoje i drugačije klasifikacije, a jedna od jednostavnijih je ona koja dionice dijeli na industrijske, financijske, transportne i one koje se bave distribucijom osnovnih roba poput vode, električne energije, plina i slično (na engleskom je zajednički naziv za sve takve dionice *utilities*).

2.4 Nekretnine

Nekretnina za stanovanje je najveća investicija koju će većina ljudi poduzeti u životu. Strogo govoreći, kupnju nekretnine za stanovanje moglo bi se smatrati samo jednom od mnogih investicijskih mogućnosti. Sukladno tome bi i tu investiciju trebalo staviti u kontekst drugih investicijskih mogućnosti i u skladu s time uzeti u obzir potencijalne koristi, vezane troškove i rizike. Ipak, kako je kupnja nekretnine za stanovanje odgovor na elementarnu ljudsku potrebu za "krovom nad glavom" na ovom mjestu nećemo previše teoretizirati o prednostima i manama uobičajenog pristupa stjecanju nekretnina u Hrvatskoj[4]. Ipak, vrijedi napomenuti da u mnogim zemljama vlasništvo nad nekretninom nije samorazumljiva činjenica.
Kakva god bila interpetacija potrebe za kupnjom nekretnine za stanovanje, to nije tema naše rasprave. Nekretnine želimo staviti u kontekst općih investicijskih mogućnosti, odnosno vidjeti koje su karakteristike nekretnina kao klase imovine. Prije svega trebamo uočiti da se pod klasom imovine koju obuhvaća naziv nekretnine ne podrazumjevaju samo nekretnine za stanovanje, nego se pod njome podrazumjevaju investicije

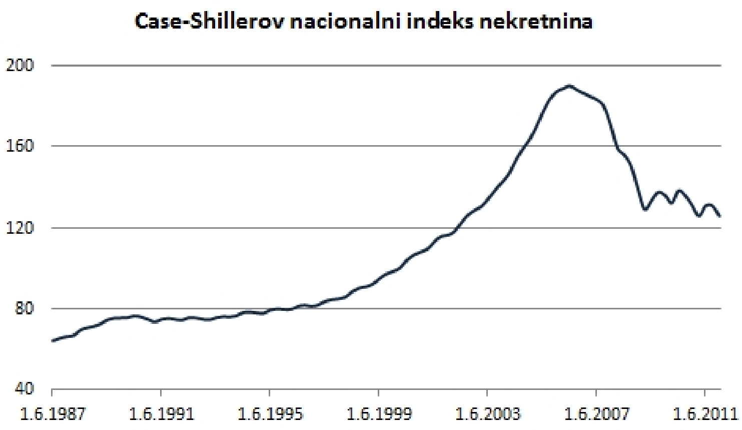
[4]Na to je nesumnjivo utjecalo i povjesno iskustvo. U brojnim promjenama država i društvenih uređenja na ovim prostorima nekretnine su često bivale jedina imovina nad kojom se uspjevalo, barem donekle, sačuvati vlasništvo

u zemljište, u nekretnine za iznajmljivanje, komercijalne nekretnine te u nekretninske investicijske fondove.

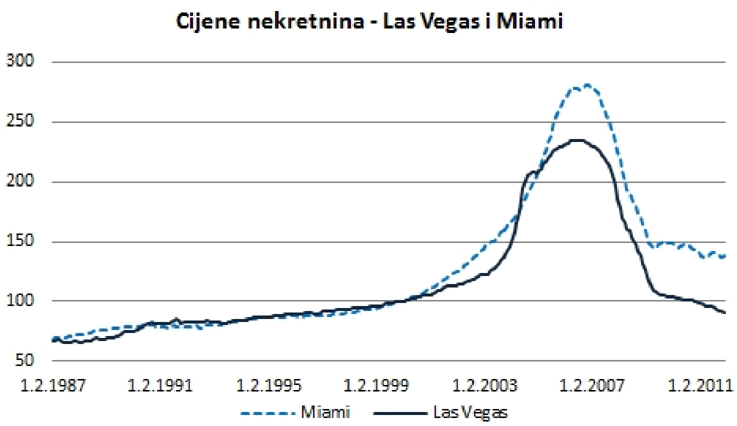
Iako je investiranje u zemljište najjednostavniji oblik investicije u nekretnine, već se tu može naći više vrsta i motiva za investiranje. Osnovni je vezan uz kupnju zemljišta radi kasnije prodaje po većim cijenama. Dio investicija vezan je uz investiranje u poljoprivredno zemljište radi ostvarivanja zarade od iznajmljivanja ili radi uzgoja nekih poljoprivrednih kultura i ostvarivanja koristi od njihove prodaje na tržištu. Dio je vezan i uz razvoj zemljišta (eng. *land development*) u smislu pribavljanja dozvola radi podizanja vrijednosti zemljišta ili opremanje zemljišta komunalnom infrastrukturom kako bi bilo spremno za dalje investicijske poduhvate. U svakom slučaju, iako je riječ o osnovnom obliku investiranja potrebno je dosta vještina da bi se ostvarili pozitivni povrati. Naravno, nije svako ostvarivanje pozitivnog povrata vezanog uz investiranje u zemljište plod nečijih poduzetničkih vještina jer se često vrijednost zemljišta najlakše povećava prenamjenom, na primjer iz poljoprivrednog u građevinsko. Kako su kriteriji za prenamjenu često netransparentni i podložni ad hoc odlukama lokalnih jedinica uprave u tom se segmentu javljaju devijacije povezane s korupcijom i sličnim negativnim pojavama koje omogućuju ostvarivanje natprosječno velikih povrata. O takvim povratima ovdje ne govorimo jer su nelegalno ili barem nemoralno stečeni.

Investiranje u nekretnine radi iznajmljivanja podrazumjeva ono što se pod pojmom investiranja u nekretnine najčešće podrazumjeva. Riječ je o investicijama u stanove, apartmane i slične objekte, a pozitivni povrati se ostvaruju kroz prihode od iznamljivanja te kroz rast vrijednosti samih nekretnina. Često se smatra, pogotovo kod nas, da je riječ o nerizičnom načinu investiranja, odnosno da se na nekretninama "ne može izgubiti". Kako pogrešno!

Da bismo mogli mjeriti koliko se na nekretninama zarađuje ili gubi potreban nam je neki agregatni način prikaza kretanja proječnih cijena nekretnina, odnosno, malo uže gledano, stanova. Stoga se, pogotovo na većim i uređenijim nekretninskim tržistima od našega, konstruiraju indeksi kretanja cijena nekretnina. Oni prikazuju promjene prosječnih ostvarenih cijena nekretnina na nekom tržistu - na razini države, regije ili gradova. Kao što je to i inače slučaj s financijskim podacima, najbolji podaci se najčešće mogu naći za tržiste SAD-a. Vjerojatno najpoznatiji nekretninski indeks je Case-Shillerov indeks. Riječ je zapravo o grupi indeksa koja se izračunava i objavljuje za područje SAD-a i pojedinih regija i gradova. Vrijedi napomenuti da mjerenje cijena na tržištu nekretnina nije jednostavan proces zbog nehomogenosti objekta trgovanja (svake su dvije nekretnine različite, okruženje im je različito i slino). Case-Shillerov indes je baziran na praćenju promjena cijena nekretnina koje se višekratno prodaju i onih koje su namjenjene stanovanju jedne obitelji. Više o tim indeksima te o metodologiji njihovog izračuna moše naći na www.standardandpoors.com.
Na donjem grafu dano je kretanje Case-Shillerovog nacionalnog indeksa za područje SAD-a (oznaka na Bloombergu SPCSUSA Index) u razdoblju od 1987. do kraja 2011. godine, kvartalna frekvencija podataka.



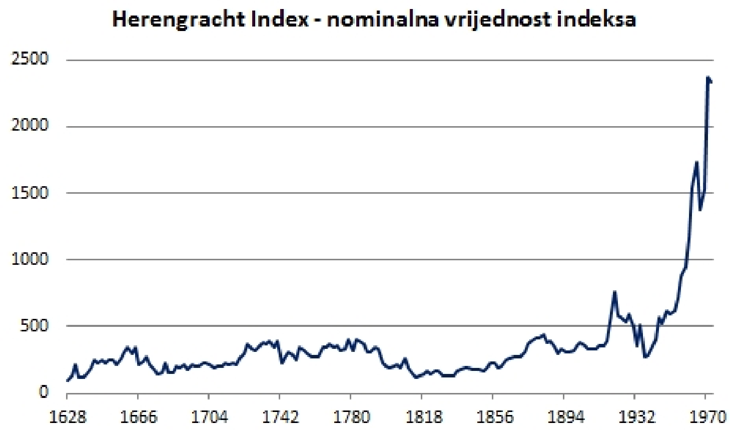
Iako prikazani uzorak zapravo i nije predugačak, pogotovo za tržište nekretnina, vidimo vrlo zorno da nije istina da cijene neketnina samo rastu. Radi potpunosti možemo samo spomenuti da je prosječni kvartalni rast cijena nekretnina $0,75\%$, prema gornjim podacima, dok je standardna devijacija kvartalnih povrata $2,44\%$.
Pošto Case-Shillerov nacionalni indeks pokazuje uprosječene podatke, jasno je da padovi cijena nekretnina mogu biti i ekstremniji. Na donjem grafu prikazano je kretanje cijena u Las Vegasu od 1987. do kraja 2011. godine, mjereno Case-Shillerovim podindeksom za Las Vegas (mjesečna frekvencija podataka, izvor podataka Bloomberg, oznaka na Bloombergu SPCSLV Index). Moglo bi se pomisliti da je Las Vegas ipak izuzetak i da je tamo "nekretninski špekulativni balon" bio najizraženiji, ali da u drugim područjima koja su "trajno atraktivna", poput područja uz toplija mora, cijene "sigurno" ne mogu toliko pasti. Kako bi se uvjerili u suprotno na isti graf smo stavili i podatke vezane za Miami od 1987. do kraja 2011. godine, mjerene Case-Shillerovim podindeksom za Miami (mjesečna frekvencija podataka, izvor podataka Bloomberg, oznaka na Bloombergu SPCSMIA Index).



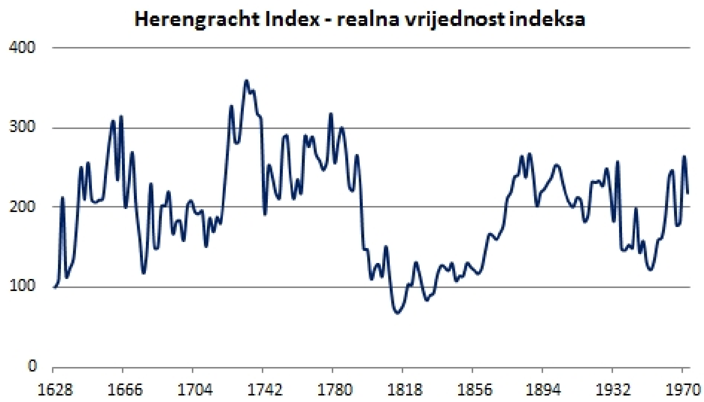
Iz prikazanih podataka vidimo da su se prosječne cijene nekretnina u Las Vegasu, odnosno Miamiju, krajem 2011. godine vratile na razinu iz 1997., odnosno 2002. godine. Prosječni mjesečni rast cijena nekretnina u promatranom razdoblju u Las Vegasu iznosi $0,11\%$, a standardna devijacija mjesečnih povrata iznosi $1,39\%$, dok su analogni podaci za Miami $0,24\%$ i $1,15\%$.

Educirani skeptik bi do sada pokazanim primjerima mogao zamjeriti da se svi odnose na SAD, koje možda imaju drugačije tržište nekretnina od drugih zemalja, na primjer europskih, kao i činjenicu da pokazani primjeri uključuju veliki pad cijena nekretnina

koji je u SAD-u započeo 2006. godine. Drugim riječima, moglo bi se pomisliti da je prikazani pad cijena nekretnina iznimka.
Iako je opisani pad cijena nekretnina u SAD-u zaista neuobičajeno velik, on nije jedinstven u povijesti, a također nije niti karakterističan samo za SAD. Da bi to potkrijepili prikazat ćemo kretanje vrijednosti poznatog Herengracht indeksa nekretnina. Riječ je o indeksu koji je objavio Piet Eichholtz u poznatom članku [Eich]. Herengracht indeks je zasnovan na realiziranim transakcijama kupnje i prodaje kuća koje se nalaze uz amsterdamski kanal Herengracht. Podaci su vrijedni i intuitivno konzistentni kroz vrijeme jer je riječ o dijelu grada (Amsterdama) koji je od svoje izgradnje do modernog doba sačuvao privlačnost za stanovanje. Također, spletom okolnosti dostupan je vrlo dugačak historijat kretanja cijena navedenih nekretnina. Indeks je računat u dvogodišnjim intervalima prvenstveno zbog relativno malog broja transakcija u pojedinim godinama, a odnosi se na razdoblje od 1628. godine do 1973. godine. Na donjem grafu prikazane su nominalne promjene vrijednosti indeksa (početna vrijednost indeksa je 100).



Vidimo da je kroz povijest dolazilo do značajnih oscilacija indeksa što potvrđuje tezu o relativnoj rizičnosti ulaganja u nekretnine. Naravno, te su promjene vrijednosti indeksa vezane uz različite povijesne okolnosti poput ratova s Engleskom, Francuskom, Napoleonovih osvajanja, Prvog i Drugog svjetskog rata i slično. Osim ekstremnih događaja poput ratova i ekonomski ciklusi su utjecali na vrijednost nekretnina kako u pozitivnom tako i u negativnom smislu. S druge strane, nominalni podaci nam malo govore o ostvarenom povratu od ulaganja u nekretnine uz Herengracht kanal jer inflacija u tako dugačkom razdoblju može značajno obezvrijediti ulaganje. Stoga je vrlo instruktivno pogledati realne vrijednosti Herengracht indeksa. Na sljedećem grafu je prikazano kretanje realnih vrijednosti Herengracht indeksa u razdoblju od 1628. godine do 1973. godine i uz početnu vrijednost indeksa od 100 (čitatelj može i ovako površno, bez priložene tablice s podacima, vidjeti da se inflacija u 20. stoljeću značajno povećala u usporedbi s prethodnim razdobljima što se može dovesti u direktnu vezu s napuštanjem zlatnog standarda, ali to je već neka druga priča).



Zadnja vrijednost indkesa je malo veća od 200 što zapravo znači da su se cijene nekretnina u promatranih 345 godina udvostručile, odnosno ulaganjem u nekretnine je ostvaren realni godišnji povrat od oko $0,23\%$. Drugim riječima, a to potvrđuju i drugi podaci s tržista nekretnina, u dužem vremenskom roku ulaganje u nekretnine može očuvati realnu vrijednost novca, ali je teško očekivati velike realne povrate. Naravno, treba uočiti da u dugačkim vremenskim rokovima sigurno postoje i toškovi održavanja, odnosno obnove nekretnina koji dodatno smanjuju povrat na ulaganja. Ipak, nije sve tako crno jer treba uzeti u obzir da se iznajmljivanjem nekretnina mogu ostvariti dodatni prihodi koji pozitivno utječu na ostvarene povrate. Iako je teško uopćavati, kao orijentir čitateljima mogli bi navesti da se odnos prihoda od iznajmljivanja i cijene nekretnine kreće između 4 i 8 posto (analiza tog odnosa na istim podacima kao gore može se naći u [AEL]). Također, čini se da prihod od iznajmljivanja ostvaruje manje oscilacije od cijena nekretnina kroz vrijeme. Iz svega navedenoga moglo bi se zaključiti da je prilikom ulaganja u nekretnine vrlo važno voditi računa o troškovima održavanja te da ulaganje u nekretnine bez iznajmljivanja teško može dovesti do dugoročno pozitivnog realnog povrata. Naravno, i ovo područje financija je vrlo bogato istraživanjima pa gornje "savjete" treba shvatiti kao vrlo pojednostavljene, a ukoliko je čitatelj zainteresiran za ovu tematiku svakako treba proučiti radove koje su objavljivali Case i Shiller.

Svim navedenim primjerima željeli smo pokazati da ulaganje u nekretnine, posebno stanove ili apartmane, nije bez rizika. U pravilu je rizik ulaganja u nekretnine manji od onoga vezanog uz dionice, ali je isto tako i prosječni ostvareni povrat niži. Investitori često ne vide rizike vezane uz nekretnine, odnosno padove cijena neketnina, jer su nekretninski ciklusi padova i rastova cijena puno duži od dioničkih. Pomalo kolokvijalno bi mogli reći da su ciklusi cijena nekretnina dovoljno dugački da ih prethodna generacija investitora zaboravi, a nova često za njih ni ne zna zbog relativno netranparentnog tržišta nekretnina na kojem kvalitetni povijesni podaci nisu lako dostupni.

Iako bi se moglo smatrati da su investicije u sve nekretnine istog karaktera, ipak se često u literaturi razlikuju investicije u manje nekretnine poput stanova od investicija u komercijalne nekretnine. Pod time mislimo na investicije u trgovačke centre, poslovne zgrade, sportske komplekse i slične objekte. Uglavnom je riječ o velikim objektima čija je izgradnja dovoljno skupa da postavlja prirodne barijere za manje investitore. Često nakon izgradnje takvih objekata upravljanje nad njima (iznajmljivanje, održavanje,...) preuzimaju specijalizirana poduzeća. Rizici vezani uz investicije u takve nekretnine su prilično veliki, svakako veći od onih vezanih uz manje nekretnine, ali je i očekivani povrat veći. Kvalitetni podaci vezani uz ovaj nekretninski segment su vrlo rijetki pa ovdje nećemo iznositi parcijalne podatke.

Jedan od osnovnih problema prilikom investiranja u nekretnine predstavlja teška djeljivost nekretnina: kupnja jedne nekretnine jednostavno zahtjeva veliku inicijalnu investiciju, a ukoliko netko želi kupiti nekoliko nekretnina na različitim lokacijama s namjerom smanjenja rizika, onda takav poduhvat ostaje rezerviran za vrlo mali broj investitora. Problem teške djeljivosti jedne nekretnine donekle se rješava investiranjem u nekretninske fondove. Iako je u Hrvatskoj bilo nekoliko pokušaja osnivanja nekretninskih fondova niti jedan nije zaživio i ostvario osnovnu namjenu, a to je pružanje mogućnosti širokom krugu investitora da dio imovine ulože u nekretnine bez da moraju sami ulaziti u kupnju i razvoj nekretnina, odnosno nekretninskih projekata. Na razvijenijim tržištima nekretninski fondovi su kudikamo razvijeniji, a opet je, kao i u brojnim drugim slučajevima u financijama, najrazvijenije tržište u SAD-u. Vjerojatno najpopularniji oblik investicijskih fondova koji ulažu u nekretnine su REIT-ovi (eng. *Real Estate Investment Trusts*). Riječ je o fondovima kojima je osnovni cilj ulaganje u nekretnine, koji većinu svojih godišnjih prihoda od nekretnina isplaćuju investitorima u obliku dividendi, a često su im dionice uvrštene na nekoj burzi pa su vrlo lako dostupni širokom krugu investitora.

Tržište nekretnina jedno je od najvećih i najvažnijih tržišta. Uređenost i transparentnost je na njemu značajno niža od dioničkog ili obvezničkog tržišta. Investitori u pojedinačne nekretnine vrlo često podcjenjuju rizike vezane uz nekretnine kao i troškove održavanja. Nekretnine u prosjeku pružaju mogućnosti za zaradu, ali su zarade niže od onih koje se u dužem roku postižu na tržistima dionica.

2.5 Izvedenice

Izvedenice i njihov razvoj u zadnjih četrdesetak godina su bez sumnje obilježile i utjecale na razvoj svih dijelova financijskih tržišta. Metode i modeli koji su razvijani za vrednovanje izvedenica doveli su do eksplozije znanja u raznim dijelovima financijske matematike, teorije vjerojatnosti, statistike i mnogim drugim područjima. Time je područje vrednovanja izvedenica postalo izrazito kvantitativno orijentirano i teško dostupno širem krugu ulagača. Kako u ovoj knjizi želimo pružiti pregled financijskih tržišta koji nije kvantitativno zahtjevan o metodama vrednovanja izvedenica gotovo da nećemo niti govoriti. Dati ćemo pregled osnovnih izvedenica i njihovih karakteristika, a počet ćemo, naravno, s definicijom pojma izvedenice.

Izvedenice su financijski instrumenti[5] čija je vrijednost određena vrijednošću nekog drugog financijskog instrumenta. Pri tome taj drugi financijski instrument može biti neki vrijednosni papir, neka sirovina, valuta, indeks ili nešto potpuno drugačije poput ishoda izbora ili vremenskih prilika. Mi ćemo se uglavnom ograničiti na izvedenice koje se odnose na financijske instrumente kojima se trguje na organiziranim financijskim tržištima. Inače, na engleskom jeziku se vrijednosni papir na temelju čije vrijednosti se određuje vrijednost izvedenice naziva *underlying security*. U hrvatskom jeziku se nije udomaćila riječ koja bi imala isto značenje, a mi ćemo u nastavku teksta u tu svrhu koristiti izraz referentni vrijednosni papir ili referentna vrijednosnica (moglo bi se reći i podložni vrijednosni papir). Treba istaknuti da za velik broj termina, čak i osnovnih, vezanih uz ovo područje ne postoje prikladne i udomaćene hrvatske riječi pa ćemo često koristiti tuđice i to gotovo isključivo engleskog porijekla.

Iako ovdje nećemo ulaziti u povijesni razvoj izvedenica, vrijedi istaknuti da je osnovni motiv za njihovu upotrebu bio smanjenje rizika, odnosno vremensko razgraničavanje

[5] U principu vrijednosni papiri, ali u općenitijem slučaju riječ je o ugovorima koji se odnose na neko vrijeme u budućnosti. Često se standardizacijom tih ugovora i organizacijom njihovog trgovanja stvaraju vrijednosni papiri.

rizika, za poduzeća ili poljoprivrednike. Naravno, da bi netko smanjio rizik mora postojati netko drugi tko želi preuzeti taj isti rizik. Stoga je sasvim jasno da se u svim transakcijama s izvedenicama nalaze dvije strane: jedna koja želi smanjiti neki svoj rizik u budućnosti i druga koja ga je spremna preuzeti. Važno je uočiti tu činjenicu jer se često stvara dojam da su izvedenice krajnje špekulativni instrumenti kojima se "igra" uzak krug investitora. Bez investitora koji su spremni kupovati tuđe rizike, i biti nagrađeni za to kroz pozitivan očekivani povrat, nije moguće postojanje tržišta izvedenica na kojima bi se poslovni i drugi subjekti mogli zaštititi od nekih rizika (često se kaže hedžirati). Općenitije govoreći možemo reći da pojedinci i institucije koje investiraju na financijskim tržištima zapravo kupuju neke rizike i očekuju da za preuzimanje tih rizika budu kompenzirani pozitivnim povratom. Ili kako smo to rekli na samom početku: investitori žele biti kompenzirani za neizvjesnost vezanu uz isplatu budućih novčanih tokova svojih investicija. S te strane gledano zapravo se uspješnost pojedinog investitora svodi na pravilnu procjenu rizika koje preuzima. U svakom slučaju, bez onih koji su spremni preuzeti određene rizike nije moguće postojanje financijskih tržišta pa je pogrešno dovoditi ih u apriorno negativan kontekst.

2.5.1 Vrste izvedenica

Podjelu izvedenica možemo napraviti na više načina. U skladu s definicijom izvedenica osnovna je podjela s obzirom na referentni instrument, odnosno s obzirom na financijski instrument na temelju čije vrijednosti se određuje vrijednost izvedenice. U tom smislu izvedenice dijelimo na:

- izvedenice na dionice (opcije na dionice, unaprijedni ugovori na indeks i slično),
- izvedenice na instrumente stalnih prihoda (unaprijedni ugovori na kamatne stope, zamjene fiksnih i promjenjivih kamata i slično),
- izvedenice na sirovine (unaprijedni ugovori na naftu, opcije na cijenu pšenice i slično),
- kreditne izvedenice (kreditne zamjene i slično),
- ostale izvedenice (na valute, vrijeme i tako dalje).

Također, izvedenice možemo podijeliti i prema njihovoj strukturi, odnosno zajedničkim svojstvima:

- unaprijedni ugovori - forwardi i futuresi[6],
- opcije,
- zamjene - swapovi.

Ova podjela bi se mogla značajno profiniti pogotovo u dijelu opcija, ali to bi izlaganje odvelo u nekom drugom smjeru. Ipak, možemo napomenuti da se opcije često dijele na jednostavne opcije (eng. *plain vanilla*) i složenije opcije koje se često nazivaju egzotičnima. U nastavku izlaganja izložit ćemo neke osnovne stvari o izvedenicama u smislu gornje podjele.

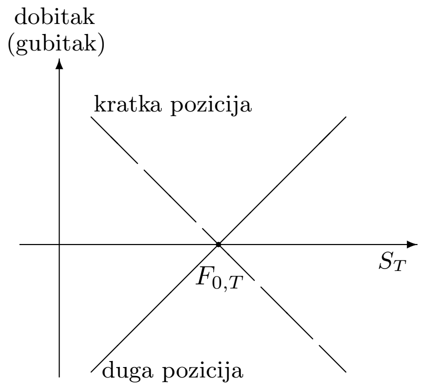
[6]Na engleskom *Forwards and Futures*

2.5.2 Unaprijedni ugovori

Forward ugovor daje

- pravo i obavezu
- da se određeni vrijednosni papir kupi
- po unaprijed određenoj cijeni
- u nekom unaprijed određenom trenutku u budućnosti.

Kao i svaka druga izvedenica i forward ugovor ima dvije strane. Jedna strana je ona koja se obavezala kupiti vrijednosni papir u budućnosti (duga pozicija[7]), a druga strana je ona koja se obavezala isporučiti vrijednosni papir u budućnosti (kratka pozicija). Cijena defnirana u forward ugovoru se naziva i cijena izvršenja ili forward cijena, a datum kupnje u budućnosti se naziva datum dospijeća forward ugovora.
Na donjem grafu je prikazan odnos gubitka i dobitka za dugačku i kratku poziciju u forwardu i to s obzirom na cijenu referentnog vrijednosnog papira na datum dospijeća forwarda T. Sa $F_{0,T}$ smo označili cijenu izvršenja forwarda u trenutku T, a sa S_T označavamo cijenu referetnog vrijednosnog papira u trenutku T.



Graf profitabilnosti forward ugovora

U slučaju kada je $S_T \geq F_{0,T}$ investitor koji ima dugu poziciju u forwardu zarađuje i to upravo razliku $S_T - F_{0,T}$ jer prema uvjetima forwarda može kupiti vrijednosni papir po cijeni $F_{0,T}$, a na tržištu ga može prodati po cijeni S_T. Naravno, investitor u kratkoj poziciji gubi isti iznos $S_T - F_{0,T}$. Jasno je da u slučaju u kojem je $S_T < F_{0,T}$ imamo upravo suprotnu situaciju: investitor koji ima dugačku poziciju gubi $F_{0,T} - S_T$, dok investitor u kratkoj poziciji dobiva $F_{0,T} - S_T$[8]. Inače, grafovi gornjeg tipa su uobičajeni u razjašnjavanju pozicija na tržištima izvedenica, a na engleskom se nazivaju *payoff diagrams* ili *profit diagrams*. U slučaju forwarda ta su dva tipa dijagrama (grafa) ista, a općenito se razlikuju u tome što *payoff* grafovi ne uzimaju u obzir troškove kupnje ili prodaje neke izvedenice. U nastavku teksta ćemo promatrati uglavnom *profit* grafove.

[7]Kolokvijalno se kod izvedenica za stranu koja kupuje vrijednosni papir ili samu izvedenicu kaže da je *long* (kupit će nešto), dok se za stranu koja prodaje vrijednosni papir ili samu izvedenicu kaže da je *short* (isporučit će nešto).

[8]Za razliku od nekih drugih dijelova tržišta tržište forwarda čini jednu "zero-sum" igru. Dakle, nečiji dobitak je moguć samo ukoliko netko drugi ostvari gubitak.

Primjer 2.5.1. Najjednostavniji oblik forward ugovora bio bi ugovor o budućoj kupnji neke dionice. Na primjer, danas, 20.3.2012. se dionicom Podravke trguje po cijeni od 250 kuna po dionici. Ivica se danas obavezuje kupiti od Marka 100 dionica Podravke po cijeni od 250 kuna za tri mjeseca, odnosno na dan 20.6.2012. Prema obavezama takvog forward ugovora na dan 20.6.2012. Ivica Marku treba platiti $100 * 250 = 25.000$ kuna na račun, a on na isti dan treba prenijeti vlasništvo nad 100 dionica Podravke na Ivičin račun.
Zašto bi uopće Marko i Ivica ušli u takav dogovor koji kreira neke obaveze u budućnosti? Za Ivicu bi motiv mogao biti taj što vjeruje da dionica Podravke ima potencijal rasta iznad cijene od 270 kuna po dionici, a tek će za tri mjeseca imati potreban novčani iznos za kupnju 100 dionica. Marko s druge strane može vjerovati da dionica Podravke nema potencijal rasta, ali je spreman strpiti se tri mjeseca da mu Ivica uplati potreban iznos. Naravno, dionicom Podravke se aktivno trguje na Zagrebačkoj burzi[9] pa možda i nema velike potrebe za ovakvim dogovorom, reguliranim forward ugovorom, ali je lako uvidjeti da takav dogovor može biti vrlo koristan ukoliko se radi o dionici kojom se ne trguje aktivno na burzi.
U svakom slučaju, već i ovaj jednostavan primjer s dionicom Podravke ukazuje na veliki problem forward ugovora, a to je da si i Marko i Ivica moraju vjerovati na riječ ili se upustiti u sudski spor ukoliko netko ne ispoštuje dogovoreno. Nije teško zamisliti situaciju u kojoj dionica Podravke prije dospijeća forwarda značajno naraste preko cijene od 270 kuna, recimo zbog odličnih poslovnih rezultata ili ponude za preuzimanje svih dionica poduzeća, pa Marko jednostavno odustane od dogovorene prodaje računajući da mu se više isplati ući u spor, nego prodati dionice Podravke ispod trenutne cijene.

Na samom kraju ovog primjera vrijedi napomenuti da se često u literaturi primjer forwarda na dionice izlaže tako da se cijena izvršenja forwarda određuje pomoću kamatne stope od dana sklapanja forward ugovora do datuma izvršenja (forward cijena se tada uvećava za tako dobivenu kamatu). Ideja takvog pristupa je u tome da se taj jednostavni primjer iskoristi za uvođenje arbitražnog argumenta, ali nije jasno da je to najbolji primjer za to jer se forwardi na dionice jednostavno ne ugovaraju često. Također, da bi se ovakav primjer iskoristio za uvođenje arbitražnog argumenta potrebno je imati dioničko tržište na kojem je lagano posuđivanje dionica, što u slučaju Hrvatske nije ispunjeno. Napokon, u ovom smo primjeru željeli istaknuti potpunu slobodu za obje strane forward ugovora u definiranju uvjeta forwarda.

Najčešće se kao posrednici u forward ugovorima ili kao jedna od ugovornih strana javljaju banke. Tipičan jednostavni primjer bio bi forward ugovor na valute. Konkretnije, možemo promotriti kupnju eura za kune u nekom trenutku u budućnosti. O tome govori sljedeći primjer.

Primjer 2.5.2 (Valutni forward)**.** Pretpostavimo da je danas 25.2.2011. i da će poduzeće Kupi-prodaj, koje posluje u Hrvatskoj, za tri mjeseca, odnosno 25.5.2011., trebati platiti nekom svom europskom dobavljaču 1 milion eura. Poduzeće Kupi-prodaj ostvaruje prihode u kunama. Uz očekivanu potrebu za eurima za tri mjeseca poduzeće može sačekati ta tri mjeseca i na dan plaćanja kupiti navedeni iznos eura, ali može i odmah kupiti milion eura na forward tržištu. Izračunajmo po kojoj cijeni ako tečaj eura za kune (oznaka EUR/HRK) danas na tržištu iznosi $7,41298$[10], odnosno ako se za jedan euro može kupiti $7,41298$ kuna.

[9] O burzama i organizaciji trgovanja na njima ćemo nešto više reći u sljedećem poglavlju.

[10] To je zapravo srednji tečaj HNB-a na taj dan. U stvarnosti bi banke, koje su ovlaštene za trgovanje valutama, ponudile dvije cijene za EUR/HRK: jedna bi bila njihova ponuda za kupnju, a druga ponuda za prodaju. Ovisno o situaciji, iznosu koji se kupuje/prodaje te još nekim utecajima banke bi, shvatimo to samo kao ilustraciju, ponudile cijenu po kojoj kupuju eure od $7,405$ i cijenu po kojoj prodaju eure od $7,42$.

Prije nego što nastavimo s izračunom cijene za buduću kupnju eura navedimo još nekoliko podataka koja će nam trebati za izračun. Pretpostavimo da kamatna stopa u euru po kojoj poduzeće Kupi-prodaj može oročiti i posuditi eure na tri mjeseca iznosi $1,0876\%$, dok je kunska kamatna stopa po kojoj poduzeće može oročiti i posuditi kune na tri mjeseca jednaka $2,567\%$. U stvarnosti se kamatne stope za oročenje i posudbu razlikuju, ali za sada ćemo pretpostaviti da su iste pa ćemo malo kasnije vidjeti što se događa kada su različite.
Cijenu izvršenja kupnje eura u forward ugovoru izračunat ćemo arbitražnim argumentom i to tako da forward kupnju milion eura za tri mjeseca predstavimo kao niz transakcija kojima se može rekonstruirati kupnja eura za tri mjeseca.[11] Naime, alternativa kupnji eura za tri mjeseca je sljedeća: najprije posudimo kune potrebne za kupnju eura danas i zamijenimo ih u eure. Iznos posuđenih kuna treba biti takav da iznos eura nakon oročavanja eura po gore navedenoj kamatnoj stopi za eure na tri mjeseca bude jednak 1 milion eura. Naravno, na posuđene kune treba platiti kamatu te vratiti posuđene kune. Da bi bili precizni napomenut ćemo da koristimo tržišnu konvenciju za obračun kamate $Act/360$, u skladu s Primjerom 1.1.6, i da je stvaran broj dana oročenja (i posudbe sredstava) 89. Navedeni niz transakcija grafički prikazujemo kao na donjem dijagramu.

$$\begin{tikzcd}
\text{EUR } 997.318,42 \arrow[r, "\text{1,0876\%}"] & \text{EUR } 1.000.000 \arrow[d, "\text{forward tečaj}"] \\
\text{HRK } 7.393.101,51 \arrow[u, "\text{7,41298}"] \arrow[r, "\text{2,567\%}"] & \text{HRK } 7.440.019,57
\end{tikzcd}$$

Da bi se izbjeglo stvaranje arbitražne mogućnosti, odnosno mogućnosti za bezrizičnu zaradu, forward tečaj treba biti jednak $7,44001957$. Najčešće se tečajevi izražavaju na do četiri decimale pa proizlazi da je forward tečaj jednak $7,44$, odnosno po tom tečaju poduzeće Kupi-prodaj može kupiti milion eura za tri mjeseca.
Da bi razjasnili upotrebu arbitražnog argumenta[12] za čitatelje koji se s njime prije nisu susreli pokazat ćemo kako se on provodi. Pretpostavimo, što odgovara stvarnoj situaciji, da poduzeće Kupi-prodaj traži od jedne banke ponude za kupnju i prodaju milion eura tri mjeseca od danas (dakle forwrd kupnju i prodaju eura). Zbog pretpostavke da su kamatne stope na posuđivanje i oročavanje i eura i kuna jednake forward tečajevi za kupnju i prodaju će također biti jednaki.
Pretpostavimo da banka ponudi forward cijenu za prodaju/kupnju eura tri mjeseca od danas koja je veća od $7,44$. Na primjer $7,5$. U ovom trenutku nije važno da li poduzeće Kupi-prodaj, ili bilo koji drugi sudionik na međuvalutnom tržištu, ima te eure ili ne te da li će ih dobiti ili ne. Naime, bez obzira na to, a u skladu s pretpostavkama, poduzeće Kupi-prodaj može na način opisan u gornjem dijagramu posuditi kune, pretvoriti ih u eure po današnjem tečaju, oročiti ih na tri mjeseca te napokon prodati te eure banci po tečaju $7,5$. Na taj način poduzeće Kupi-prodaj dobiva 7.500.000 kuna, a za vraćanje posuđenih kuna, sa pripadajućim kamatama, potrebno mu je $7.440.019,57$ kuna, što znači da će mu ostati dobit/profit od $59.980,43$ kune. Uz pretpostavku da u transakcijama nema kreditnog rizika, a to je pretpostavka kod provođenja arbitražnog argumenta, proizlazi da poduzeće Kupi-prodaj može otvariti bezrizičnu dobit od $59.980,43$ kuna. Znajući to, poduzeće opet zove banku i traži ponudu za forward prodaju eura. Ukoliko je ona opet veća od $7,44$ na upravo opisani način poduzeće Kupi-prodaj može opet ostvariti bezrizičnu dobit i tako nastaviti sklapati transakcije sve dok banka, kao odgovor na povećanu potražnju za forward prodajom eura, ne postavi cijenu za forward prodaju na $7,44$.

[11] Na ovom mjestu ta terminologija nije važna, ali riječ je o replicirajućem portfelju.

[12] Pojam arbitraže se može formalno definirati, ali ovdje nam je cilj stjecanje određene intuicije za provođenje ovog tipa argumentacije jer se on u slučaju određivanja cijena izvedenica često koristi.

Ukoliko banka ponudi foward tečaj koji je manji od $7,44$, onda poduzeće može napraviti niz transakcija "u suprotnom smjeru": posudi eure, kupi kune, oroči ih i isporuči po forward ugovoru za što će dobiti veći iznos eura od onoga koji treba vratiti zbog posudbe eura (ovo se jednostavno predstavi u obliku dijagrama koji je analogan onome koji smo prije predstavili). Opet se može dogovarati niz transakcija sve dok banka ne počne nuditi forward cijenu od $7,44$. Kako je u oba slučaja forward tečaj $7,44$ upravo onaj tečaj koji ne dozvoljava mogućnost bezrizične zarade, to je ujedno i tečaj koji je "fer" pa dakle ispravan foward tečaj za prodaju/kupnju eura.[13] Na taj način smo arbitražnim argumentom odredili forward cijenu koju smo tražili.
Pretpostavka da su kamatne stope za posuđivanje i oročavanje bilo eura ili kuna jednake, naravno, nije realistična jer će se te stope u praksi razlikovati. Uz iste postavke kao na početku ovog primjera dodatno pretpostavimo da je kamatna stopa po kojoj se mogu posuditi euri na tri mjeseca jednaka $1,5876\%$, dok se kune mogu oročiti po $2,067\%$. Rezonirajući kao na početku primjera, možemo si pomoći formiranjem dijagrama nalik gornjem, dobivamo da je forward tečaj za kupnju eura $7,421731$. U ovako dobivenoj realističnijoj situaciji dobili smo da je forward cijena za prodaju eura za tri mjeseca jednaka $7,44$, dok je forward cijena za kupnju eura za tri mjeseca jednaka $7,4217$ i to sve iz pozicije onoga tko može provoditi sve navedene transakcije uz najmanje troškove, a u praksi su to najčešće banke.
Kada poduzeće želi napraviti forward kupnju ili prodaju eura, ono u pravilu ne razmatra tehničke detatalje koje smo razmatrali u prethodnom dijelu primjera već od banke traži jednostavnu kotaciju (tako se u tržišnom žargonu označava ponuda za kupnju i prodaju neke financijske imovine poput obveznica, stranih valuta i slično) za realizaciju forward kupnje ili prodaje eura. Stoga će poduzeće Kupi-prodaj, kada nazove banku za mogućnost prodaje milion eura na forward tržištu tri mjeseca od danas, dobiti ponudu banke da to učini po cijeni od $7,4217$, dok isti iznos eura za tri mjeseca može kupiti po cijeni od $7,44$.

U dosadašnjem dijelu ovoga primjera pokušali smo intuitivno objasniti što utječe na određivanje cijene forwarda na valute no sve se to može izložiti nešto manje intuitivno, ali konciznije. Naime, ukoliko uz gore navedenu konvenciju na međuvalutnom tržištu [14], EUR/HRK označava iznos kuna koje dobijemo za jedan euro, pretpostavimo da je i_V kamatna stopa u drugoj valuti (varijabilnoj), u našem slučaju je to kuna, a i_B kamatna stopa u prvoj valuti (baznoj), u našem slučaju je to euro,, onda vrijedi formula

$$fwd\ cijena = spot\ cijena \frac{1 + i_V \frac{broj\ dana}{360}}{1 + i_B \frac{broj\ dana}{360}}, \tag{2.2}$$

gdje je spot cijena današnja vrijednost tečaja. Uočimo da se u nekim valutama i na nekim tržištima koriste i druge konvencije osim $Act/360$, poput $Act/365$, ali ne postoji neko opće pravilo za korištenje istih pa se treba informirati o tome koja se koristi u konkretnom slučaju.
Ukoliko primjenimo formulu (2.2) na naš primjer dobivamo cijenu

$$fwd\ cijena = 7,41298 \cdot \frac{1 + 0,02567 \cdot 89/360}{1 + 0,010876 \cdot 89/360} = 7,44001956.$$

[13] Nepostojanje mogućnosti za bezrizičnu arbitražu je jedna od centalnih pretpostavki u suvremenim financijama, odnosno financijskoj matematici. Njezina realističnost je zasnovana na pretpostavci o postojanju velikog broja tržišnih sudionika koji žele zaraditi i koji će svojim akcijama vrlo brzo iscrpiti, odnosno učniti neprofitabilnim za iskorištavanje, sve arbitražne mogućnosti na tržištu.

[14] Konvencije prikaza odnosa valuta na međuvalutnom, na engleskom FX, tržištu su nestandardne i često su suprotstavljene. Na ovom mjestu nećemo ulaziti u tu problematiku jer samo možemo izazvati zabunu, ali čitatelj treba biti svjestan da se na temu oznaka na međuvalutnom tržištu ima što nadodati. Inače, oznake za valute jesu standardizirane i uglavnom se sastoje od tri slova pa je tako USD oznaka za američki dolar, JPY za japanski jen, GBP za britansku funtu, HUF za mađarsku forintu i tako dalje.

Uz konvenciju o korištenju četiri decimalna mjesta za izražavanje tečaja valuta dobivamo opet da je forward cijena jednaka $7,44$.

Iako smo pokazali samo neke osnovne primjere forward ugovora čitatelj može steći dojam o prednostima forward ugovora. Vjerojatno je najveća prednost forward ugovora njihova fleksibilnost jer se i iznos koji se ugovara i datum isporuke i cijena isporuke mogu proizvoljno dogovoriti, odnosno u dogovoru dvije strane.
Važno je uočiti da forward cijena koju dobijemo arbitražnim argumentom, kao u prethodnom primjeru, ne predstavlja predviđanje kretanja cijene referentnog financijskog instrumenta u budućnosti od strane tržišnih sudionika, već je odraz situacije na novčanom tržištu. Preciznije, ona je određena troškom financiranja posudbe novaca radi kupnje referentnog financijskog instrumenta. U prethodnom primjeru je to bio iznos novca u drugoj valuti, ali može biti i neka obveznica ili roba poput kukuruza.

Usprkos nekim prednostima, forward ugovori imaju i značajne mane. Osnovna je već naznačena u prvom primjeru. Naime, forward ugovor je u osnovi trgovački ugovor i obje strane u ugovoru preuzimaju rizik neizvršenja ugovora druge strane. U sustavu u kojem sudski sporovi traju dugo to je velik problem. Nadalje, fleksibilnost pri dogovaranju cijene izvršenja u forward ugovoru i datuma dospijeća ugovora predstavlja problem ukoliko bilo koja strana želi nekoj trećoj strani prodati svoje pravo i obavezu. Naime, mala je vjerojatnost da netko želi preuzeti obavezu na točno taj datum izvršenja i po točno toj cijeni, pogotovo ako je referentni instrument u forward ugovoru neki nestandardan instrument ili vrijednosni papir. Dakle, forward ugovori su prilično teško unovčivi, odnosno nelikvidni su. Problemi koji su uočeni kod forward ugovora pokušali su se riješiti futures ugovorima.

Futures ugovor je standardizirani forward ugovor. Standardizacija se odnosi na određivanje referentnih financijskih instrumenata, na rokove dospijeća te na definiranje najmanjih iznosa referentnih financijskih instrumenata na koje se ugovor može odnositi. Iako se time gubi na fleksibilnosti za kupce i prodavatelje futures ugovora dobiva se na homogenosti ugovora te se omogućava njihovo trgovanje na uređenim tržištima što utječe na znatan porast unovčivosti, odnosno likvidnosti tih ugovora.
Futuresi prije svega adresiraju problem kreditnog rizika strana koje sudjeluju u unaprijednom ugovoru[15]. Futuresima se trguje na uređenim, reguliranim i najčešće izdvojenim tržištima - burzama izvedenica. Neke od najpoznatijih burzi tog tipa su Chicago Board of Trade (CBOT), Chicago Mercantile Exchange (CME), New York Mercantile Exchange (NYMEX) i Commodity Exchange (COMEX) i sve četiri su od 2007. godine, odnosno 2008. godine, udružene u CME grupu. U Europi su najveće burze izvedenica Eurex i NYSE Euronext koja je ujedno i prva prava globalna burza. Samo radi potpunosti želimo konstatirati da su burze uređena tržišta u privatnom vlasništvu čijim se dionicama često trguje na burzama dionica.
Prilikom kupnje futuresa[16] kupac je obavezan položiti sigurnosni depozit kod burze. On se naziva i *initial margin*, a definiran je od strane burze izvedenica i to najčešće u obliku minimalnog novčanog iznosa potrebnog za kupnju futures ugovora. Taj inicijalni depozit služi kao osiguranje da će kupac ispuniti preuzetu obavezu i kupiti referentne vrijednosnice po dospijeću futuresa neovisno o vrijednosti samog futuresa, odnosno referentnog vrijednosnog papira. Naravno vrijednost futuresa koju je investitor kupio može pasti i za više od vrijednosti inicijalnog sigurnosnog depozita. Zbog toga se vrijednost tog depozita na dnevnoj razini usklađuje sa vrijednošću futuresa. Preciznije, ukoliko vrijednost sigurnosnog depozita usklađenog za vrijednost kupljenog futures ugovora padne ispod neke unaprijed definirane novčane razine za jedan futures ugovor, investitor je

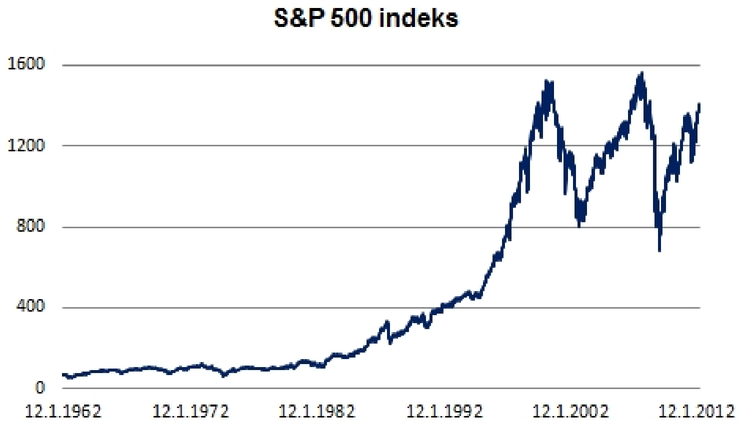
[15] U žargonu bismo rekli da se njima smanjuje *counterparty* rizik u odnosu na forwarde.
[16] Ne zaboravimo da istovremeno netko drugi prodaje i za njega vrijede ista pravila.

dužan nadoplatiti novac na svoj početni depozit. Ta unaprijed definirana minimalna novčana razina naziva se na engleskom *variation margin* ili *maintenance margin*, a sam postupak *margin call*. Ukoliko vrijednost futuresa raste, iznos na položenom depozitu se može smanjiti.
Svrha uvođenja upravo opisanog sustava sigurnosnih depozita je u tome da burza na kojoj se trguje promatranim futuresom, odnosno njena klirinška kuća, jednostavno prodaju investitorove futures ugovore na tržištu ukoliko investitor ne održava svoj sigurnosni depozit u skladu s pravilima burze. To je vrlo važno za smanjenje kreditnog rizika bilo kojeg od sudionika na futures tržištu jer se prisilnom prodajom futuresa eliminiraju u vrlo ranoj fazi sudionici koji bi se mogli "predomisliti" odnosno odustati od kupnje referentne vrijednosnice jer joj je cijena značajno pala prije dospijeća futures ugovora. Analogne tvrdnje vrijede ukoliko razmatramo kratku poziciju u futuresu samo što tada govorimo o prisilnoj kupnji futuresa da bi se neutralizirala pozicija investitora koji je bio u kratkoj poziciji, a nije održavao svoj sigurnosni depozit.

Donekle ograničavajuće svojstvo futures ugovora čine unaprijed definirani datumi dospijeća ugovora. Velik broj popularnih futuresa je izdan sa četiri datuma dospijeća unutar godine i to u ožujku, lipnju, rujnu i prosincu. Dakle, za razliku od forwarda, kod takvih futures ugovora se datum dospijeća može dogovoriti na samo četiri datuma u godini. To izgleda kao prilično ograničavajući uvjet, ali nakon malo razmišljanja shvatimo da to nije baš tako. Naime, pretpostavimo da netko ima futures ugovore (duga pozicija u futuresu) s dospijećem u lipnju, a zapravo bi htio, zbog bilo kojeg razloga, kupiti referentni vrijednosni papir, ili više njih, u kolovozu. Investitor će sačekati lipanj i nekoliko dana prije dospijeća futures ugovora će prodati onoliko futures ugovora s dospijećem u lipnju koliko je do tada imao, a istovremeno će kupiti ekvivalentan broj futures ugovora s dospijećem u rujnu. Ideja prodaje ugovora s dospijećem u lipnju je neutraliziranje prethodno duge pozicije, rekli bismo i da je investitor "zatvorio" poziciju u lipanjskom ugovoru, jer na taj način za investitora prestaju vrijediti bilo kakve obaveze po lipanjskom ugovoru[17]. Kada dođe željeni datum u kolovozu u kojem je investitor namjeravao kupiti referentni vrijednosni papir, on (ona) jednostavno proda svoje futures ugovore i kupi referentni vrijednosni papir u željenom iznosu. Uočimo da je iznos koji je investitor angažirao bio relativno mali jer je jedini zahtjev pred investitorom bio onaj za održavanjem sigunosnog depozita.
Pogledajmo primjer koji će nam pomoći u konkretizaciji uvedenih pojmova i njihovom razumijevanju.

Primjer 2.5.3. Precizirat ćemo upravo navedene pomove i procese na primjeru futuresa na dionički indeks S&P 500 koji je među najtrgovanijim futuresima na svijetu. Prije svega uočimo da je S&P 500 indeks koji obuhvaća 500 velikih američkih poduzeća čijim se dionicama trguje na američkim burzama (NASDAQ i NYSE).[18] Zbog činjenice da dobro aproksimira kretanje općeg tržišta dionica u SAD-u (ukupna veličina dionica koje su u sastavu S&P 500 indeksa čini oko 75% ukupne veličine svih američkih dionica) te činjenice da su svi sektori američke ekonomije u njemu dobro zastupljeni, S&P 500 se u novije doba smatra najreprezentativnijim američkim dioničkim indeksom. Na donjem grafu je prikazano kretanje S&P 500 indeksa u zadnjih 50 godina, tjedna razina podataka, izvor podataka Blomberg.

[17]Većina futures ugovora s određenim dospijećem, a koji se odnose na financijske instrumente, se zapravo uopće ne izvrše jer ih investori "zatvore" prije datuma dospijeća i pređu na novi ugovor, to jest ugovor s drugim dospijećem.
[18]Više o burzama i indeksima dionica reći ćemo u sljedećem poglavlju.



Futuresima na indeks S&P 500 se trguje na burzi CME u Chicagu. Trgovanje originalnim futuresom na S&P 500 pokrenuto je 1982. godine čime je omogućena prilično jeftina i brza kupnja (ili prodaja) cijeloga indeksa umjesto kupnje pojedinačnh dionica koje čine indeks. Iako je i originalni futures na indeks S&P 500 bio vrlo uspješan vremenom je, zbog rasta vrijednosti indeksa, postao relativno skup. Zbog toga, ali i zbog prelaska na elektroničko trgovanje, 1997. godine pokrenut je novi E-mini S&P 500 indeks futures (iste godine je pokrenut DAX futures na EUREX-u - futures na indeks 30 najvećih njemačkih dionica). Dospijeća E-mini S&P 500 futuresa su u ožujku, lipnju, rujnu i prosincu, a njime se trguje praktički cjelodnevno (više informacija o ovom futuresu, ali i o mnogim drugim futuresima i opcijama može se naći na www.cmegroup.com). Veličina jednog E-mini S&P 500 futuresa je 50 dolara pomnoženih sa vrijednošću futuresa. U vrijeme pisanja ovog teksta je vrijednost navedenog futuresa iznosila oko 1350 bodova pa proizlazi da se veličina jednog ugovora kretala oko 67.500 dolara. Radi usporedbe navodimo da je veličina standardnog S&P 500 futuresa iznosila 250 dolara puta vrijednost futuresa, odnosno oko 337.500 dolara.
Ono što je zanimljivo je činjenica da je zbog bolje djeljivosti, mogućnosti duljeg trgovanja i lakše dostupnosti E-mini S&P 500 futures vremenom postao znatno trgovaniji od originalnog futuresa na S&P 500 indeks, iako je taj futures bio prvi odabir institucionalnih ulagača. U principu nam se na ovom primjeru u vrlo eksplicitnoj formi iskazuje preferencija ulagača prema likvidnijim, odnosno lakše unovčivim, financijskim instrumentima. Radi mogućnosti za usporedbu možemo napomenuti da je prosječni dnevni volumen (broj protrgovanih ugovora) u ožujku 2012. godine za originalni futures na indeks S&P 500 iznosio 36.928 ugovora, dok je u isto vrijeme volumen za E-mini S&P 500 futures iznosio 2.007.316 ugovora.
Naravno, veličina ugovora određuje i veličinu inicijalnog sigurnosnog depozita kao i minimalnog sigurnosnog depozita. U donjoj tablici su dane osnovne karakteristike oba spomenuta futuresa na indeks S&P 500.

Naziv futuresa	Veličina ugovora	Inicijalni depozit	Minimalni depozit
S&P 500	$250· cijena futuresa	$21.875	$17.500
E-mini S&P 500	$50· cijena futuresa	$4.375	$3.500

Vrijednost incijalnog sigurnosnog depozita i minimalnog iznosa sigurnosnog depozita određuje CME grupa, odnosno njen dio CME Clearing, i vremenom se mijenja. Razlog za promjenu može biti porast cijene futuresa, ali i porast volatilnosti[19], bilo futuresa, bilo referentnog instrumenta.

[19] O volatilnosti ćemo više reći u nastavku. Riječ je o neopazivoj varijabli, a intuitivno nam porast volatilnosti govori o povećanju oscilacija vrijednosti nekog financijskog instrumenta.

Uz opasku o promjenjivosti brojeva u slučaju stvarnog trgovanja, iz gornje tablice vidimo da je iznos inicijalnog sigurnosnog depozita za E-mini S&P 500 futures koji u slučaju kupnje jednog ugovora investitor treba položiti kod CME burze jednak 4.375 dolara. Ukoliko vrijednost futuresa pada, podsjetimo se - to znači da cijena izvršenja futures ugovora pada, burza će provjeravati da usklađena vrijednost sigurnosnog depozita neće pasti ispod minimalne razine sigurnosnog depozita koja je jednaka 3.500 dolara. Još konkretnije, pretpostavimo da smo kupili jedan ugovor po cijeni od 1350 i da smo položili traženi sigurnosni depozit. Pretpostavimo da je do kraja tog dana cijena futuresa pala za 10 bodova na 1340. To znači da se ukupna pozicija investitora u futures ugovoru, odnosno vrijednost samog futures ugovora, smanjila za $50 \cdot 10 = 500$ dolara. U stvarnosti to znači da je usklađena vrijednost sigurnosnog depozita smanjena za 500 dolara i iznosi 3.875 dolara. Pretpostavimo da se na drugi dan trgovanja cijena futuresa smanji za dodatnih 20 bodova na 1320. Tada se vrijednost ugovora smanji za dodatnih $50 \cdot 20 = 1.000$ dolara pa je i vrijednost sigurnosnog depozita smanjena za isti iznos, odnosno sigurnosni depozit je pao na razinu od 2.875 dolara, što je manje od minimalne razine sigurnosnog depozita koju je propisala predmetna burza. Stoga burza poziva investitora da uplati dodatni iznos do razine minimalnog sigurnosnog depozita, a ukoliko investitor to ne učini u propisanom vremenskom roku burza prisilno prodaje futures ugovor na burzi kako bi "zatvorila" potencijalno rizičnu poziciju, odnosno poziciju od koje investitor potencijalno želi odustati zbog ostvarenih gubitaka. Naravno, u slučaju značajnog rasta cijene futuresa, dio sigurnosnog depozita se može i vratiti investitoru. Ova situacija opisuje investitora koji ima dugu poziciju u E-mini S&P 500 futuresu, a ista pravila vrijede i za imatelje kratke pozicije, s time što je tada rast cijene futuresa negativan događaj.

Iako se opisani postupak održavanja sigurnosnog depozita može učiniti kompliciranim, u principu on nije takav do na činjenicu da investitor zaista ima potrebna dodatna sredstva za nadoplatu sigurnosnog depozita. Na ovom mjestu možemo uočiti da je, prema gore navedenome, investitor sa svojih uloženih 4.375 dolara dobio u vlasništvo vrijednost futuresa u iznosu od $50 \cdot 1350 = 67.500$ dolara. Omjer kupljene vrijednosti konkretnog financijskog instrumenta, u ovom slučaju E-mini S&P 500 futuresa, i angažiranog novca naziva se financijskom polugom, a često se koristi i engleski izraz *leverage*. U našem bi slučaju poluga, odnosno *leverage*, iznosila oko $15,4$. Ta informacija nam govori da sa jednim uloženim dolarom (eurom, kunom) možemo dobiti dodatnu izloženost tržištu, odnosno nekom njegovom dijelu, od $14,4$ dolara (eura, kuna). Problem s investiranjem uz visok stupanj korištenja financijske poluge je baš u mogućnosti da nas kratkoročno negativna kretanja na financijskom tržištu ostave u potpunosti bez sredstava ukoliko ne možemo zadovoljiti uvjete onoga koji nam je omogućio korištenje takve poluge, u ovom slučaju burze izvedenica, odnosno ukoliko ne možemo podnijeti *margin call*. Vjerojatno je korištenje izvedenica uz visoke razine financijske poluge utjecalo na donekle zloglasan položaj koje izvedenice zauzimaju u dijelu javnosti, pogotovo nefinancijske, iako se uz takav stupanj financijske poluge i mnogo izvjesniji poslovi mogu učiniti vrlo rizičnima. Na ovom mjestu vrijedi napomenuti da mnogi investitori posluju s određenim stupnjem korištenja financijske poluge, a neki od njih koriste poluge koje su i veće od 20. Poznati primjer takvog investiranja bio je predstavljen kroz fond LTCM (*Long-Term Capital Management*) koji je u ′90-tim godinama prošlog stoljeća okupljao tadašnji investicijski *dream team*. Kroz nekoliko godina LTCM je vrlo uspješno poslovao da bi u vrijeme tako zvane "ruske krize" 1998. ostao u pozicijama na tržištu koje su dugoročno bile dobitne, ali su kratkoročna tržišna kretanja bila upravo suprotna tim pozicijama. U principu se problem sveo na to da LTCM zbog visokog korištenja financijske poluge nije mogao izdržati uvjete kreditora za osiguravanjem sigurnosnih depozita i sličnih sredstava osiguranja.

Osim već spomenutih koncepata koji su važni za snalaženje na tržištu futuresa, navest ćemo još jedan važan pojam, odnosno informaciju, vezan uz futures ugovore, a to je iznos otvorene pozicije u nekom futures ugovoru (na engleskom *open interest*). Što je to? Sažeto govoreći, otvorenu poziciju na nekom futuresu čine svi futures ugovori koji su protrgovani (netko ih je kupio i netko drugi prodao) ali nisu zatvoreni, u prije navedenom smislu, niti je obavljena isporuka po tim ugovorima i to sve mjereno na neki određeni dan. Pogledajmo na jednom jednostavnom primjeru o čemu se tu radi.[20]

Primjer 2.5.4. Pretpostavimo da imamo nekoliko investitora (A, B, C, D i E) koji trguju nekim futuresom. Svojim kupnjama i prodajama oni kreiraju nove futures ugovore i, kao što smo rekli, ukoliko ne zatvore svoje pozicije povećavaju otvorenu poziciju na tom futuresu. Važno je uočiti da otvorena pozicija nije jednaka ukupno protrgovanoj količini futures ugovora. U donjoj tablici su dane teoretske trgovine danim futuresom i otvorena pozicija koja na taj način nastaje.

Dan trgovanja	Prometi futuresom	Otvorena pozicija
dan 1	A kupuje 1 ugovor, a B prodaje 1 ugovor	1
dan 2	C kupuje 5 ugovora, a D prodaje 5 ugovora	6
dan 3	D kupuje 1 ugovor, a A prodaje 1 ugovor	5
dan 4	E kupuje 5 ugovora, a C prodaje 5 ugovora	5

Da bi se stekao dojam kako se odnose prometi i otvorene pozicije na futuresima nudimo usporedbu za dva futuresa na indeks S&P 500 iz prethodnog primjera. Prosječna dnevna otvorena pozicija u ožujku 2012. godine za obični S&P 500 futures iznosila je 248.980 ugovora, dok je za E-mini S&P 500 futures iznosila 2.934.982 ugovora.

Obično trgovaniji i likvidniji futuresi imaju veću otvorenu poziciju, a relativno povećanje otvorene pozicije može indicirati da se tržišni sudionici sve više razlikuju u pogledima na buduće kretanje predmetnog futures ugovora, odnosno referentnog vrijednosnog papira. Važno je napomenuti da se većina futuresa na financijsku imovinu ne namiruje, odnosno pozicije na takvim futuresima se zatvaraju prije dospijeća pa prema dospijeću iznos otvorene pozicije značajno pada.

2.5.3 Opcije

Za razliku od forward ugovora, a posljedično i futuresa, **opcijski** ugovor daje

- pravo (bez obaveze)
- da se određeni vrijednosni papir (općenito imovina)
- kupi ili proda po unaprijed određenoj cijeni
- u nekom unaprijed određenom trenutku u budućnosti (Europski tip opcije).

U nastavku ćemo koristiti izraz opcija za opcijski ugovor, kako je to i uobičajeno. Kod opcija je važno za uočiti da one daju pravo kupnje ili prodaje pa se prema tome opcije dijele na call opcije (daju pravo na kupnju) i put opcije (daju pravo na prodaju). Naravno, oba tipa opcija imaju i drugu stranu (short call i short put - više o tome u nastavku).

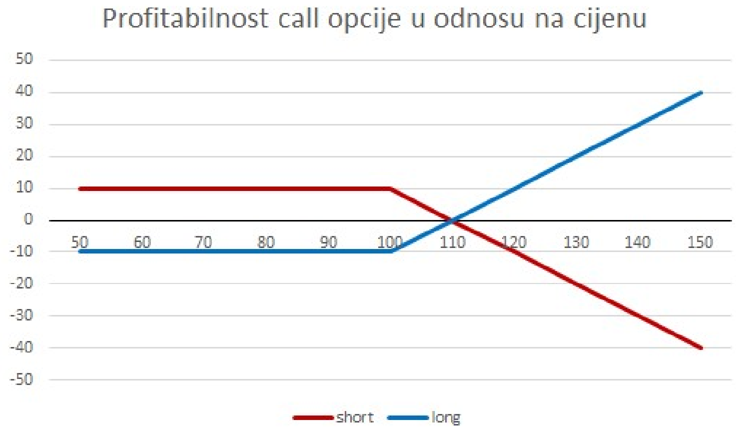
[20] Primjer je preuzet sa www.investopedia.com.

Označimo s T vrijeme dospijeća opcije (sadašnjost označimo s nulom). T se ponekad naziva i datum izvršenja opcije (eng. *exercise date*). Vrijednosni papir ili općenito imovina koja je predmet kupnje ili prodaje definiran u opcijskom ugovoru zove se referentna imovina (eng. *underlying*). Cijena po kojoj se temeljna imovina može kupiti ili prodati zove se cijena izvršenja (eng. *strike price*) i često se označava s X.
Dosta je jasno da pravo (bez obaveze) kupnje ili prodaje neke imovine u budućnosti ne može postojati bez neke cijene koju treba platiti to pravo. Posljedično, opcije imaju neku cijenu koju plaćaju kupci opcija (bilo call opcije bilo put opcije), a uprihođuju ih prodavatelji opcija. S $C_{0,T}$ ćemo označavati cijenu call opcije u trenutku t s datumom izvršenja T i analogno s $P_{t,T}$ cijenu put opcije $t \in [0, T]$. Cijenu imovine na koju je ispisana opcija ćemo označavati sa S_t, gdje je $t \in [0, T]$. Možemo napomenuti da se cijene $C_{t,T}$ i $P_{t,T}$ nazivaju premije na opcije, odnosno opcijske premije. Rezimirajmo oznake koje smo uveli:

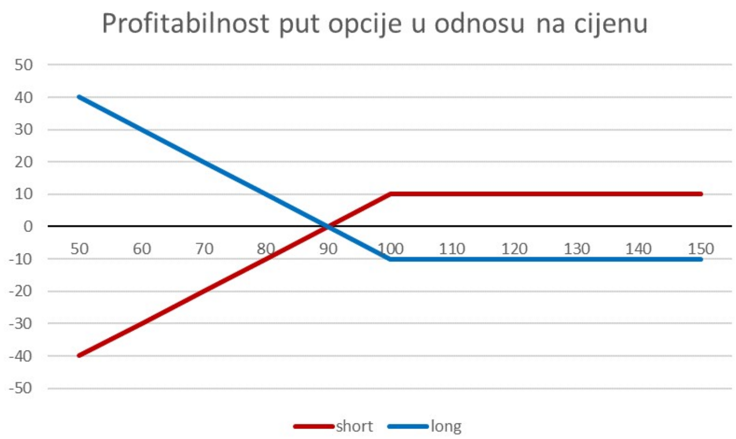
- T - vrijeme dospijeća opcije (mjeri se u danima/mjesecima)
- S_t - cijena imovine na koju je opcija ispisana
- X - cijena izvršenja opcije (cijena po kojoj se temeljna imovina na koju je opcija ispisana može kupiti/prodati)
- $C_{t,T}$ - cijena call opcije s dospijećem T u trenutku t
- $P_{t,T}$ - cijena put opcije s dospijećem T u trenutku t.

Osnovno razlikovanje opcija obavlja se prema načinu dopspijeća. Europske opcije se mogu izvvršiti samo na dan dospijeća, dok se Američki tip opcija može izvršiti u bilo kojem trenutku do dospijeća. Iako se karakteristika izvršenja Europske opcije može činiti dosta ograničavajućom, uočimo da za velik broj opcija postoji likvidno tržište pa se one mogu prodati/kupiti i prije dospijeća. Postoji velik broj karakteristika opcija koje na ovom mjestu nećemo navoditi, ali recimo da se kod nekih dugoročnijih opcija često ugrađuje i tzv. Asianing, odnosno vrijednost opcije po dospijeću se računa uzimanjem prosjeka vrijednosti referentne imovine na neke datume prije samog dospijeća.

U nastavku se, radi jasnoće prezentacije, ograničavamo na Europske opcije na dionice koje ne isplaćuju dividendu u razdoblju od ispisivanja opcije do njenog dospijeća. Ne treba posebno isticati, ali opcije se mogu ispisivati i na obveznice, i na valute, i na futurese, i na imovinu koja nije uvrštena na burzama itd.
Za izračun profitabilnosti transakcija koje uključuju opcije jasno je da su vrlo važne cijene $C_{0,T}$ i $P_{0,T}$. Na donjim slikama je grafički prikazana profitabilnost call i put opcija na dan izvršenja opcije, u ovisnosti o cijeni dionice na koju je opcija ispisana. Radi jednostavnosti pretpostavimo da su sve opcije ugovorene s cijenom izvršenja 100 i cijenom samih opcija 10.



Na prvoj slici je prikazana profitabilnost kupnje call opcije (plava linija). Jasno je da se pravo kupnje dionice na koju je ispisana opcija neće iskoristiti po dospijeću ukoliko je cijena dionice manja od 100. Naime, ako je cijena dionice (na tržištu) u vremenu T jednaka 90, nije racionalno iskoristiti pravo na kupnju dionice po 100 (to pravo proizlazi iz kupnje call opcije). Stoga će opcija ostati neiskorištena pa će nam od kupnje dionice ostati samo trošak inicijalne kupnje opcije po 10. S druge strane, ako je cijena dionice na tržištu jednaka 120 mi ćemo iskorisiti svoje opcijsko pravo i kupiti dionicu po cijeni od 100, a njena vrijednost na tržištu je 120 (možemo je prodati po toj cijeni) pa nam je dobit od kupnje opcije jednak 20 umanjen za trošak stjecanja od 10. Crvenom linijom je prikazana profitabilnost short pozicije u call opciji. To je zloglasna pozicija jer je mogući gubitak teoretski neograničen. Problem je u tome što se mi kao prodavatelj call opcije (short pozicija u callu) obvezujemo prodati kupcu opcije dionicu po 100, a ako je cijena značajno narasla (preuzimanje, izrazito dobri rezultati poduzeća, poslovanje u industriji koja je baš ušla u izrazito pozitivno razdoblje,...) mi kao prodavatelj opcije moramo ili već imati tu dionicu pa je isporučiti po 100 ili je kupiti na tržištu i isporučiti po 100. U oba slučaja smo u gubitku, bilo oportunitetnom ili realiziranom. Uočimo, prodavatelj opcije u tom trenutku ima puno motiva za odustati od svoje obaveze pa je mehanizam trgovanja opcijama sličan kao kod futuresa (uz polaganje sigurnosnog depozita ili ili nekog drugog kolaterala). To je istina čak i za long pozicije, s time da to ovisi i o tržištu na kojem se kupuju/prodaju opcije. Važno je uočiti da short pozicije u opcijama uglavnom zauzimaju profesionalni ulagači pri čemu mnogi, osobito institucionalni, rade aktivnu zaštitu svojih pozicija (npr. delta hedgingom).



Na drugoj slici je prikazana profitabilnost kupnje put opcije (plava linija). S obzirom da u slučaju kupnje put opcije imamo pravo prodati dionicu pa 100 jasno je da naša

profitabilnost raste s padom cijene dionice. Obratno je kod short put opcije (crvena linija). Uočimo da long put pozicija pruža zaštitu od pada vrijednosti dionica (ili neke druge imovine na koju je ispisana) pa je u užem smislu najbliža pozicija za sudionike tržišta kapitala koji na izvedenice gledaju kao na sredstvo zaštite (hedging). Ipak, treba biti svjestan da bez sudionika tržišta koji zauzimaju short strane nema likvidnog tržišta opcija tako da nije opravdano u vrijednosnom smislu dijeliti investitore u one koji žele zaštitu i u špekulante (u smislu razumijevanja odnosa na tržištima kapitala to ima smisla).
Predstavljen prikaz profitabilnosti pojedinih pozicija u opcijama je vrlo pojednostavljen i odnosi se samo na situaciju po isteku trajanja opcijskog ugovora. Za reći malo više o vrednovanju treba nam dosta analitičkog alata, a svakako je najvažniji doprinos u tom području dan kroz Black-Scholesovu formulu za vrednovanje opcija. Za sada preskačemo tu temu.

Bez korištenja dodatnih alata ili modela može se iskazati jedna važna relacija koja dovodi u vezu cijenu put i call opcije - tzv. put-call paritet.[21] Naime, te su cijene vezane formulom

$$S_0 + P_{0,T} - C_{0,T} = \frac{X}{(1+BRS)^T}, \tag{2.3}$$

gdje je T vrijeme do dospijeća opcije, a BRS je bezrizična kamatna stopa (anualizirana). O bezrizičnoj kamatnoj stopi ćemo nešto više reći u poglavlju 4), ali za sada je možemo smatrati nekom (uglavnom) kratkoročnom kamatnom stopom koja je izrazito niskog kreditnog rizika (mali je rizik da onaj koji je plaća neće moći izvršiti svoju obavezu).
Kako bi pokazali da vrijedi relacija (2.3) pretpostavimo da put i call opcija imaju isto dospijeće i istu cijenu izvršenja te se odnose na istu dionicu ABC. Nadalje, pretpostavimo da u trenutku 0 kupimo jednu dionicu ABC po cijeni S_0, jednu put opciju (long poziciju) na dionicu ABC s cijenom izvršenja X po cijeni $P_{0,T}$ te prodamo jednu call opciju (short pozicija) na dionicu ABC s cijenom izvršenja X po cijeni $C_{0,T}$. Vrijednost investicije u takav portfelj[22], odnosno trošak nabave, iznosi

$$S_0 + P_{0,T} - C_{0,T}$$

. U trenutku dospijeća opcija, nakon vremena T moguće su dvije mogućnosti:

1) $S_T \leq X$, odnosno vrijednost dionice u nakon vremena T je manja ili jednaka cijeni izvršenja. U tom slučaju je vrijednost sastavnica portfelja

   - vrijednost dionice ABC je S_T
   - vrijednost put opcije je $X - S_T$
   - vrijednost call opcije je jednaka nuli (short strane, ali i long strane)

   pa je vrijednost cijelog protfelja jednaka X

2) $S_T > X$, odnosno vrijednost dionice u nakon vremena T je veća od cijene izvršenja. U tom slučaju je vrijednost sastavnica portfelja

   - vrijednost dionice ABC je S_T
   - vrijednost put opcije je 0
   - vrijednost short pozicije u call opciji je jednaka $-(S_T - X)$

   pa je vrijednost cijelog protfelja opet jednaka X.

[21] Detaljniji opis se može naći u [R&B], poglavlje 20.

[22] Ako u trenutku nula možemo prodati svaku od navedenih investicija, onda ćemo zaista dobiti S_0 za dionicu, $P_{0,t}$ za put opciju i morat ćemo vratiti premiju za call opciju u iznosu $C_{0,T}$.

Vidimo da je vrijednost na gore opisani način sastavljenog portfelja jednaka X bez obzira na vrijednost dionice ABC, odnosno investitor koji sastavlja takav portfelj zna da će mu vrijednost nakon vremena T biti jednaka X. No, onda je vrijednost portelja pri sastavljanju jednaka sadašnjoj vrijednosti od X, a to nam upravo govori izraz u (2.3).

2.6 Investicijski fondovi

Investicijski fondovi su subjekti koji omogućavaju zajednička ulaganja čija je jedina svrha i namjena prikupljanje sredstava javnom ili privatnom ponudom te ulaganje tih sredstava u različite vrste imovine u skladu s unaprijed određenom strategijom ulaganja investicijskog fonda, a isključivo u korist imatelja udjela u tom investicijskom fondu.[23] Oni su jedan od osnovnih primjera subjekata[24] koji čine financijski sustav, a koji omogućavaju ujedinjavanje ekonomskih resursa i to skupljajući sredstva od malih (ili većih) investitora te ih zajednički ulažući na financijskim tržištima (o financijskim tržištima ćemo više reći u sljedećem poglavlju).

Investicijski fondovi mogu se klasificirati na različite načine, a osnovna podjela je prema formi u kojoj djeluju pa ih tako dijelimo na **otvorene investicijske fondove** i **zatvorene investicijske fondove**, a u novije vrijeme se često dodaju i ***hedge* fondovi** (nemamo uobičajenu hrvatsku inačicu riječi *hedge*) te ETF-ovi (eng. *Exchange Traded Funds*).

Otvoreni investicijski fond je zasebna imovina, bez pravne osobnosti, koju osniva društvo za upravljanje i kojom društvo za upravljanje upravlja u svoje ime i za zajednički račun imatelja udjela u toj imovini u skladu s odredbama Zakona o investicijskim fondovima te Prospektom fonda. Ovakva definicija svakako zahtjeva objašnjenja.
Kao prvo, u Hrvatskoj samo posebno registrirana trgovačka društva (dionička ili s ograničenom odgovornošću) mogu upravljati investicijskim fondovima. Dozvolu za rad društvima za upravljanje fondovima daje Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga (skraćeno HANFA). To u osnovi znači da samo pri HANFA-i registrirana društva za upravljanje fondovima mogu sustavno prikupljati sredstva od građana ili drugih poduzeća te ih ulagati na financijskim tržištima. Građani ili poduzeća, uključujući i druge financijske institucije, koji investiraju u otvorene investicijske fondove nazivaju se udjelničarima. Udjel u otvorenom investicijskom fondu označava proporcionalni dio vlasništva nad imovinom fonda. Sada nam je gornja definicija malo jasnija jer shvaćamo da otvorenim investicijskim fondovima upravljaju posebno regulirana društva za upravljanje te da ona prikupljaju novac od investitora, novčane uloge dijele na udjele i s tako prikupljenim novčanim sredstvima kupuju neku imovinu na financijskim tržištima. Sljedeći primjer će dodatno razjasniti situaciju.

Primjer 2.6.1 (Osnivanje otvorenog investicijskog fonda)**.** Razmotrit ćemo proces pokretanja jednog hipotetskog otvorenog investicijskog fonda. Pretpostavimo da želimo pokrenuti dionički fond koji ulaže u Hrvatske dionice. Prije nego što pokrenemo fond moramo dobiti odobrenje od HANFA-e za pokretanje fonda, odnosno odobrenje Prospekta i Statuta fonda. Prospekt fonda je osnovni dokument fonda u kojem su definirana pravila obračuna naknada fonda, izračuna cijene udjela u fondu, ulagačkih limita fonda i slično. Prospekti potojećih otovorenih investicijskih fondova u Hrvatskoj, ali i u drugim državama, mogu se naći na internetskim stranicama društava za upravljanje fondovima pa zainteresirani čitatelj može provjeriti kako izgleda prospekt jednog fonda.

[23]Formulacija je preuzeta iz hrvatskog Zakona o investicijskim fondovima i dobro opisuje karakter investicijskih fondova.

[24]Izbjegavamo formulaciju "primjera institucija" jer, kao što ćemo vidjeti za trenutak, investicijski fondovi mogu i nemati pravnu osobnost pa i nisu institucije.

Nakon dobivanja odobrenja za pokretanja fonda te obavljanja još nekih pripremnih radnji (javna objava Prospekta fonda, otvaranje računa fonda) spremni smo za pokretanje fonda. U Hrvatskoj je minimalni iznos potreban za pokretanje fonda 5 miliona kuna. Pretpostavit ćemo da imamo zainteresiranog investitora za ulaganje od 10 miliona kuna u naš novi otvoreni investicijski fond te pretpostavimo da je cijena udjela na početku poslovanja fonda jednaka $100,00$.
Sam početak poslovanja fonda označava uplata tog početnog iznosa[25] na račun fonda. Dan uplate početnog iznosa smatra se prvim danom postojanja fonda. U skladu s pretpostavkom, društvo za upravljanje izdaje nove udjele u fondu i to tako da obračuna početnu cijenu udjela po $100,00$. To znači da prvi investitor za svojih 10 miliona kuna dobiva 100.000 udjela u fondu (10 miliona podijeljeno sa 100). Nakon primitka novčanih sredstava na račun fonda obavit ćemo nekoliko inicijalnih kupnji dionica na Zagrebačkoj burzi. Radi ilustracije pretpostavimo da kupujemo 1.500 dionica Podravke po cijeni od 300 kuna po dionici, 2.000 dionica Adrisa po cijeni od 300 kuna, 1.000 dionica Končara po cijeni od 600 kuna i 300 dionica Ericsson Nikole Tesle po cijeni od 1.500 kuna. Time smo ukupno investirali $2,1$ miliona kuna od ukupno 10 miliona koji su uplaćeni u fond prvi dan. Pretpostavimo da se do kraja dana cijene dionica promjene tako da cijena dionica Podravke i Adrisa poraste na 320 kuna po dionici, Končara na 620 kuna po dionici,a cijena Ericsson Nikole Tesle ostane nepromijenjena. To znači da na kraju dana fond ima na računu $7,9$ miliona kuna u novcu[26], a da je vrijednost dionica $2,2$miliona kuna, ako ih vrednujemo po zadnjoj postignutoj cijeni. Dakle, ukupna vrijednost imovine fonda na kraju dana je $10,1$ miliona kuna, fond ima ukupno 100.000 udjela pa je cijena jednog udjela $101,00$ ($10,1$ milion podijeljen sa 100.000).[27].
Pretpostavimo da je u drugom danu postojanja fonda došla neka važna i pozitivna vijest za poduzeće Ericsson Nikola Tesla te da je zbog toga cijena dionice porasla na 1.600 kuna po dionici, dok su cijene ostalih dionica bile nepromijenjene u odnosu na prethodni dan. Opet izračunamo vrijednost imovine fonda koja na kraju drugog dana iznosi $10,13$ miliona kuna pa je cijena udjela u fondu $101,30$ jer je broj udjela ostao nepromijenjen. U trećem danu postojanja fonda pretpostavljamo da na burzi nema promjena cijena dionica koje imamo u fondu, ali upijevamo naći novog investitora koji je spreman uložiti 1 milion kuna u naš fond. Ispunjavanjem Zahtjeva za kupnju udjela u fondu, dostavom istoga na adresu društva za upravljanje fondom te uplatom sredstava na račun fonda taj novi investitor postaje novi udjelničar u našem fondu. Cijena po kojoj će kupiti udjele u fondu, može se reći i cijena po kojoj će mu biti izdani novi udjeli, je cijena udjela u fondu koja će biti izračunata na kraju trećeg dana. Kako nije bilo promjene vrijednosti imovine cijena udjela ostaje $101,30$ pa će novi investitor za svoju uplatu dobiti u vlasništvo $987,1668$ novih udjela. Uobičajeno se broj novih udjela izračunava na četiri decimale. Sada se s novim odnosom ulaganja i novca na računu, $8,9$ miliona novčanih sredstava i $2,23$ miliona kuna uloženih u dionice, započinje četvrti dan postojanja fonda te se investicije fonda, kao i nove uplate u fond, obavljaju na upravo opisani način.
Za kraj ovog primjera primjetimo da bi se novim udjelničarima u fondu možda mogli izdati novi udjeli po cijeni udjela koja je važeća na dan uplate, dakle od prethodnog dana, ali u tom slučaju bi dozvolili stjecanje nepravedne prednosti novim udjelničarima u fond u odnosu na postojeće. Naime, u tom slučaju bi novi udjelničari mogli pratiti situaciju na burzi i u slučaju značajnog rasta vrijednosti dionica uplatiti novac u neki dionički fond koji investira u te dionice te na taj način ostvariti brzu zaradu. Dodatno, svojom uplatom smanjuju udio imovine fonda koji je investiran u dionice (u žargonu se kaže

[25]Na engleskom se taj početni ulog u fond naziva *seed money*.

[26]U stvarnosti bi i taj novac investirali u kratkoročni depozit ili neki novčani fond.

[27]Postoje neki troškovi, poput brokerske provizije, naknade za upravljanje fondom i slično, koje nismo obračunali da bi zadržali jednostavnost izlaganja, a koji bi utjecali na malo smanjenje vrijednosti imovine.

da razrijeđuju postojeće udjelničare; isti efekt se dobiva prilikom dokapitalizacije nekog poduzeća u kojoj ne sudjeluju postojeći dioničari) pa postojeći udjelničari ostvaruju manji rast. Stoga je logično, a i štiti postojeće udjelničare, da novi ulagači u fond kupuju udjele u fondu po cijeni koja nije poznata, a izračunava se na kraju dana u kojem je obavljena uplata u fond. Napomenimo da se prodaja udjela iz fonda obavlja na isti način, to jest, ukoliko udjelničar odluči povući određeni broj udjela iz fonda (ili određeni fiksni iznos novca) društvo od njega otkupljuje udjele po cijeni koja se izračunava na kraju dana u kojem je udjelničar zatražio isplatu sredstava iz fonda podnoseći Zahtjev za prodaju udjela u fondu društvu za upravljanje.
Kao što se može zaključiti iz opisanog postupka, kod otvorenog investicijskog fonda ne postoji gornja ograda za broj izdanih udjela u fondu, to je i najveća razlika u odnosu na zatvorene investicijske fondove, pa se zato i nazivaju otvorenima.

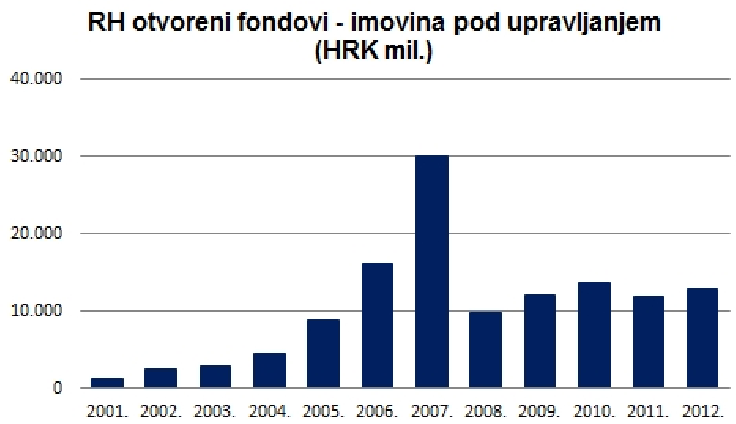
U primjeru smo spomenuli da se naplaćuju neke naknade na imovinu fonda pa ćemo ukratko objasniti o čemu je riječ. Fondovi su posrednici koji djeluju u okviru financijskog sustava pa je logično da naplaćuju neku naknadu za svoje usluge. No, kao što smo istaknuli u definiciji otvorenog investicijskog fonda, otovoreni investicijski fondovi nemaju pravnu osobnost već njihovom imovinom, a u ime udjelničara, upravljaju društva za upravljanje fondovima. Stoga se naplata usluge posredovanja prosljeđuje društvima za upravljanje fondovima i to u formi **naknade za upravljanje fondom** (eng. *management fee*), **ulazne naknade** (eng. *up front fee*) i **izlazne naknade** (eng.*exit fee*).[28]
Naknada za upravljanje fondom je tradicionalno najvažniji izvor prihoda društva za upravljanje,[29], a obračunava se dnevno na (neto) imovinu fonda. Na primjer, ukoliko je naknada za upravljanje nekim fondom $1,25\%$, onda se dnevno na imovinu fonda N naplaćuje naknada za upravljanje od $N \times 0,0125/365$. Cijena udjela u fondu koju društvo za upravljanje dnevno objavljuje i po kojoj se kupuju i prodaju udjeli u fondu je cijena od koje je već oduzet trošak naknade za upravljanje (neto cijena).
Ulazna naknada se ponekad naplaćuje na sve uplate u fond i to u postotoku uplate. Često visina te naknade ovisi o iznosu koji se uplaćuje pa je ona manja za veće iznose, a sama visina naknade značajno se razlikuje na pojedinim tržištima. U slučaju hrvatskih fondova ona je tradicionalno relativno mala (oko 1 do 2 posto), dok na nekim europskim tržištima dostiže i do 5 posto uplate. Ulazna naknada je u osnovi prodajna naknada posrednicima koji prodaju same fondove potencijalnim udjelničarima te se često proslijeđuje njima radi poticanja prodaje. Izlazna naknada se naplaćuje također u postotku iznosa koji se povlači iz fonda, a najčešće se smanjuje protekom vremena pa se vrlo rijetko naplaćuje za ulagače koji su sredstva u fondu čuvali više od tri godine. Smisao uvođenja izlazne naknade je demotivirati udjeničare da često ulaze i izlaze iz fonda, jer sve takve transakcije stvaraju određene troškove.[30]
Postoje još neke naknade koje ponekad naplaćuju društva za upravljanje fondovima, a jedna od relativno uobičajenih, pogotovo kod *hedge* fondova, je tako zvana naknada za uspješnost (eng. *success fee*). Prema njoj se pozitivan povrat koji ostvari fond dijeli između udjelničara i društva za upravljanje u omjeru od, na primjer, $80 : 20$ u korist udjelničara. Podvarijanta u naplati te nakanade je uvjet da se pozitivni povrat udjelničara dijeli sa društvom za upravljanje ukoliko se postigne povrat veći od, na primjer, 8%. Postoje još neki mehanizmi u naplati te naknade poput uvođenja *high*

[28] Moguće je, naravno, da neka društva za upravljanje ne naplaćuju sve ove naknade.

[29] Ne treba smetnuti s uma da je jedina djelatnost koju obavljaju društva za upravljanje fondovima upravo vezana uz upravljanje fondovima i osnivanje novih fondova. Stoga, da bi uopće postojala moraju imati neke izvore prihoda.

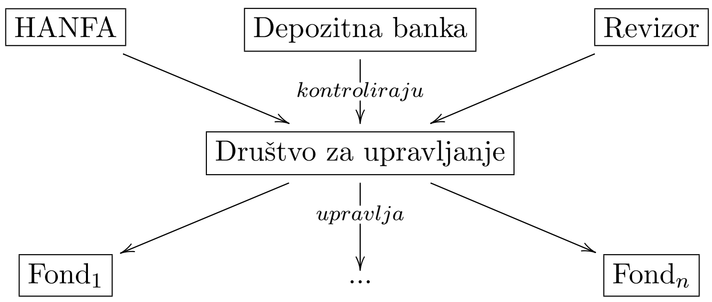
[30] Da bi društvo za upravljanje isplatilo nekog udjelničara ono mora prodati dio imovine fonda kako bi došlo do novčanih sredstava u fondu, a to stvara određene troškove (na primjer, brokerske). Osim toga, veliki izlasci iz fonda mogu značajno promjeniti strukturu ulaganja fonda čime su na gubitku udjelničari koji ostaju investirani u fondu.

water marka prema kojem se u slučaju pada cijene udjela u fondu ne naplaćuje naknada za uspješnost sve dok cijena udjela ne pređe prethodni maksimum i tako dalje.
Usprkos činjenici da smo uglavnom opisivali hrvatske otvorene investicijske fondove, sve što smo naveli vrijedi i za otvorene investicijske fondove na razvijenim financijskim tržištima. Dapače, većina otvorenih investicijskih fondova u Hrvatskoj je usporediva i potpada pod kategoriju UCITS fondova. Riječ je o fondovima koji posluju u skladu s dobrom praksom na europskom financijskom tržištu i u skladu s europskim direktivama, posebno Direktivom 2009/65/EZ. Smisao standardizacije pravila za UCITS fondove na razini Europske unije je u tome da se udjeli u tim fondovima mogu slobodno nuditi na području cijele Europske unije.
Da bismo stekli intuiciju o veličini otvorenih investicijskih fondova u Hrvatskoj na donjem grafu dajemo pregled kretanja imovine pod upravljanjem u otvorenim investicijskim fondovima u Hrvatskoj od kraja 2001. godine do kraja 2012. godine. Podaci su preuzeti sa stranice HANFA-e (www.hanfa.hr).



Izvor: HANFA

Iako nam se malo odužio ovaj pregled karakteristika otvorenih investicijskih fondova moramo skrenuti pažnju čitatelja na još jedan aspekt vezan uz njih. Naime, forma otovorenih investicijskih fondova je vrlo pogodna za udjelničare jer se uplate i isplate iz fonda obavljaju brzo i jednostavno i to po tržišnim cijenama imovine fonda. Za udjelničare je ključno da je imovina pravilno vrednovana jer se u suprotnom gubi sama ideja otvorenog investicijskog fonda te njegova glavna prednost u odnosu na neke druge forme investiranja. Kako bi se osiguralo pravilno vrednovanje fonda, ali i sprječavanje zloupotreba vezanih uz moguće otuđenje imovine fonda, postoje značajni sigurnosni mehanizmi. Osim regulatora, zakona i podzakonskih akata koji reguliraju poslovanje društava za upravljanje te revizora koji na godišnjoj razini provjeravaju točnost izvještavanja, uveden je još jedan sustav kontrole i to u formi depozitne banke. Riječ je o banci u kojoj fondovi jednog društva za upravljanje otvaraju račune preko kojih posluju i kod koje se čuva imovina fonda (u sljedećem poglavlju ćemo reći nešto više o tome, ali radi se o funkciji skrbništva nad vrijednosnim papirima). Osim toga depozitna banka osigurava točnost izračuna vrijednosti imovine i obaveza fonda te nadzire proces namire vrijednosnih papira fonda (o namiri ćemo također više reći u sljedećem poglavlju).
Cijeli sustav kontrola (otvorenih) investicijskih fondova je vrlo solidan i osigurava dobro funkcioniranje ovog dijela financijskog sustava. Shematski prikaz funkcioniranja otvorenih investicijskih fondova dan je na donjem dijagramu. Isto je sa zatvorenim investicijskim fondovima.

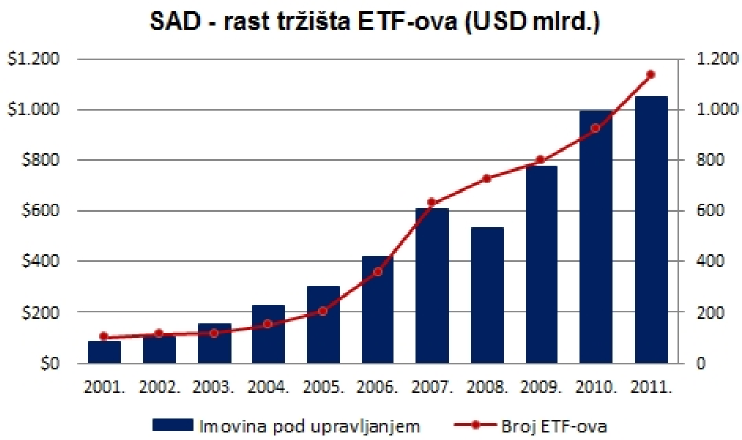


Kada znamo što je otvoreni investicijski fond prilično je jednostavno objasniti što je to zatvoreni investicijski fond. Riječ je o investicijskom fondu koji već prilikom osnivanja izdaje točno određen broj udjela te prikuplja uloge u fond samo na početku svog poslovanja, a nakon toga se broj udjela ne mijenja.[31] Po tome su udjeli u zatvorenom investicijskom fondu sličniji dionici nekog dioničkog društva od udjela u otvorenom investicijskom fondu. Poveznica sa svijetom otvorenih investicijskih fondova je postupak odobrenja prospekta fonda od strane regulatora prije početka rada, definirane pravila ulaganja fonda, upravljanje fondom od strane društva za upravljanje fondovima te drugi kontrolni mehanizmi koje smo već upoznali (podzakonski akti, depozitna banka i slično). Za udjelničare u zatvorenom investicijskom fondu je najveća razlika u odnosu na otvorene investicijske fondove postupak kupnje, odnosno prodaje udjela. U slučaju zatvorenog investicijskog fonda novi udjelničar ne uplaćuje novac na račun fonda, nego kupuje već postojeće udjele od nekog drugog udjelničara. Naime, udjeli zatvorenog investicijskog fonda uvrštavaju se na nekoj burzi poput dionica dioničkog društva pa se njima može trgovati kao dionicama. Stoga se u zatvoreni investicijski fond ulaže tako da se kupe udjeli u tom fondu (dionice fonda) na burzi ili da se udjeli prodaju u slučaju povlačenja sredstava iz fonda. Dakle, u ovom slučaju društvo za upravljanje ne brine o otkupu udjela već sam udjelničar treba naći kupca za svoje udjele. U slučaju velikih zatvorenih fondova na razvijenim tržištima to i nije neki problem, ali na manje razvijenim tržištima to može biti značajno ograničenje. Zbog teže unovčivosti udjela u odnosu na otvorene investicijske fondove udjelima zatvorenog investicijskog fonda se u pravilu trguje po manjim cijenama od same vrijednosti imovine fonda (po dionici). Kažemo da se udjelima u zatvorenom investicijskom fondu trguje uz diskont u odnosu na fer vrijednost imovine. Taj diskont se može kretati oko 10% u normalnim tržišnim okolnostima pa do 50 i više posto u slučajevima kriza, značajnih neizvjesnosti vezanih uz vrednovanje imovine i slično.
Uspoređujući dva opisana tipa fonda možemo zaključiti da je u osnovi ulaganje u otvoreni investicijski fond povoljnije i jednostavnije za udjelničare. S duge strane, forma zatvorenog investicijskog fonda je jednostavnija za upravitelje jer ne moraju brinuti o izlascima iz fonda u slučaju većih padova na dijelu financijskog tržišta na kojem posluju. Time se omogućava formiranje dugoročnije investicijske strategije što može (naravno, i ne mora) biti povoljno za povrate koje će fond, odnosno upravitelj fonda, ostvarivati u budućnosti. Dodatno, manja atraktivnost zatvorenih investicijskih fondova za udjelničare se smanjuje ukoliko su same dionice fonda dovoljno brzo unovčive, to jest dovoljno likvidne.

U pokušaju da se investitorima ponudi forma fonda koja bi sadržavala neke dobre elemente otvorenih i zatvorenih investicijskih fondova počeli su se dizajnirati ETF-ovi, što je, kako smo već rekli, skraćenica za *Exchange Traded Funds*. Iako se sama forma u

[31] Može se mijenjati kao kod dioničkih društava - izdavanjem novih udjela u postupku koji nalikuje postupku dokapitalizacije dioničkog društva.

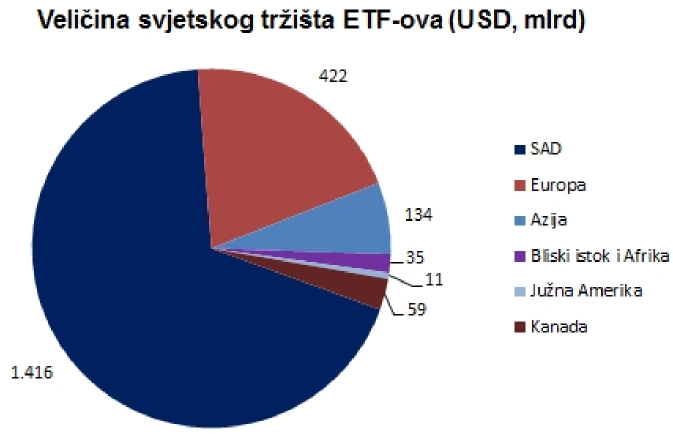
kojoj su osnovani ETF-ovi može razlikovati većina je osnovana u formi otvorenih investicijskih fodova. Razlika u odnosu na "obične" otvorene investicijske fondove je u tome što u originalne ETF-ove ne mogu uložiti svi investitori nego samo ovlašteni sudionici s kojima se upravljači ETF-a unaprijed dogovore. Uglavnom su ti ovlašteni sudionici banke ili brokeri i oni u pravilu kupuju velik broj udjela odjednom (na primjer, više desetaka tsuća udjela odjednom) te nakon toga njima trguju na burzi poput dionica drugih dioničkh društava.[32] Za investitore je proces investiranja u ETF-ove jednak kao kod investiranja u dionice što je za mnoge jednostavnije i uobičajenije nego investiranje u otvorene investicijske fondove. Mogućnost trgovanja udjelima ETF-a cijeloga dana omogućava stvaranje likvidnosti u trgovanju njihovim udjelima. Kod otvorenih investicijskih fondova to nije moguće jer se njihovim udjelima može trgovati samo jednom dnevno i to po cijeni s kraja tog dana (ovdje, očito, malo relaksiranije govorimo o procesu investiranja u otvoreni investicijski fond kao o procesu trgovanja njegovim udjelima kako bi jasnije istaknuli razilku između ETF-ova i otvorenih investicijskih fondova). Za razliku od otvorenog investicijskog fonda kod ETF-ova investitori nemaju garanciju da će kupiti ili prodati udjele u ETF-u po stvarnoj cijeni udjela fondu jer cijena na burzi ovisi o ponudi i potražnji. To uglavnom nije problem jer upravo ovlašteni posrednici udjelima u ETF-u paze da se ne udalje značajno od cijene udjela u originalnom ETF-u, a ako njihova reakcija izostane može se očekivati da bi neki arbitražer mogao iskoristiti tu razliku u cijeni na burzi i cijeni udjela u ETF-u. Jasno je da je takva arbitraža moguća ako je struktura imovine ETF-a unaprijed poznata što u pravilu jest slučaj pogotovo ako ETF ulaže u neke tržišne indekse (o indeksima ćemo uskoro reći nešto više).
Proces stvaranja ETF-ova omogućen je razvojem regulative i elektroničkog trgovanja na burzama. Zadnjih godina oni stječu veliku popularnost te se imovina pod upravljanjem u ETF-ovima značajno povećava. Na donjem grafu je prikazan rast imovine pod upravljanjem u ETF-ovima koji su registrirani u SAD-u. Na lijevoj ordinati su naneseni brojevi u milijardama dolara, a na desnoj broj ETFova u godini. Podaci su preuzeti sa web stranice *Investment Company Institute* na www.ici.org.



Izvor: Investment Company Institute

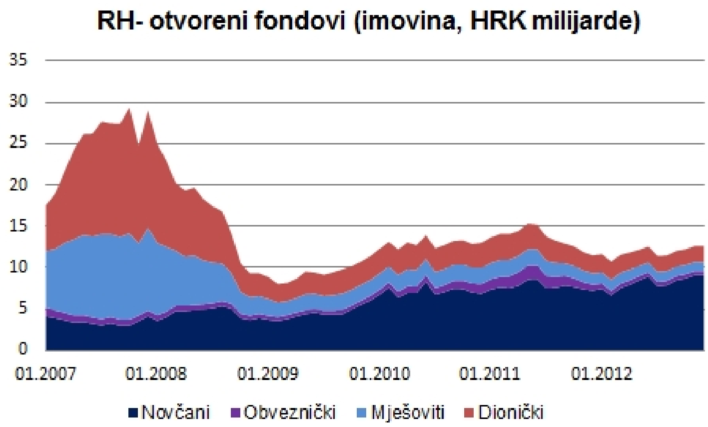
Zbog jednostavnosti ulaganja u njih ETF-ovi su se u zadnjih nekoliko godina proširili cijelim svijetom što ilustriramo donjim grafom na kojem je prikazana veličina ETF-ova u pojedinim svjetskim regijama na dan 25.2.2013.

[32] Koristeći terminologiju iz sljedećeg poglavlja rekli bismo da ti posrednici djeluju kao market makeri za udjele u originalnom ETF-u.



Izvor: Bloomberg

Sve navedene tipove investicijskih fondova možemo podijeliti i na još nekoliko načina, a najuobičajeniji način je prema dominantnoj klasi imovine u koju investiraju. Gledano na taj način, najuobičajenije vrste fondova su **novčani fondovi**, **obveznički fondovi**, **dionički fondovi**, **mješoviti fondovi** i **nekretninski fondovi**.
Novčani fondovi ulažu u trezorske i komercijalne zapise, depozite kod banaka i slične vrijednosne papire s dospijećem uglavnom do godine dana. Obveznički i dionički fondovi, kao što im i ime govori, ulažu dominanatno u obveznice, odnosno dionice. Mješoviti fondovi ulažu i u obveznice i u dionice u postocima koji se mogu razlikovati, ali su svakako nezanemarivi (inače bi bili obveznički ili dionički fondovi). Nekretninski fondovi ulažu u nekretnine, odnosno zemljišta koja mogu razvijati za komercijalnu upotrebu ili neke slične porojekte. Nekretninski fondovi se uglavnom razvijaju kao zatvoreni fondovi, najpoznatiji primjer su američki nekretninski fondovi REIT-ovi (*Real Estate Investment Trust*). Nekretninski fondovi se u Hrvatskoj nisu razvili i to ponajprije zbog nepovoljnog poreznog i regulatornog okvira, dok su ostali tipovi investicijskih fondova relativno razvijeni i to uglavnom u formi otvorenih investicijskih fondova.
Na donjem grafu dajemo pregled kretanja imovine pod upravljanjem u otvorenim investicijskim fondovima u RH prema vrsti imovine u koju dominantno ulažu. Podaci su preuzeti sa www.hanfa.hr.

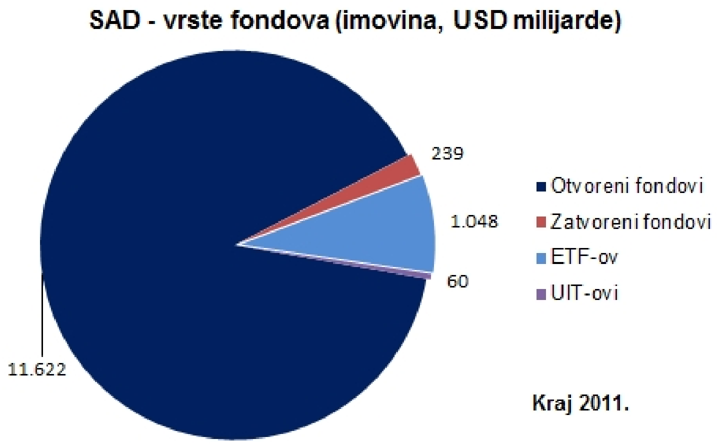


Izvor: HANFA

Još jedna uobičajena podjela investicijskih fondova je vezana uz dostupnost ulaganja u pojedine fondove, a prema njoj razlikujemo fondove s javnom i privatnom ponudom. Fondovi koji se nude širokom krugu zainteresiranih ulagača su oni s javnom ponudom, dok su oni koji se nude manjem broju ulagača (nekoliko desetaka do nekoliko stotina -

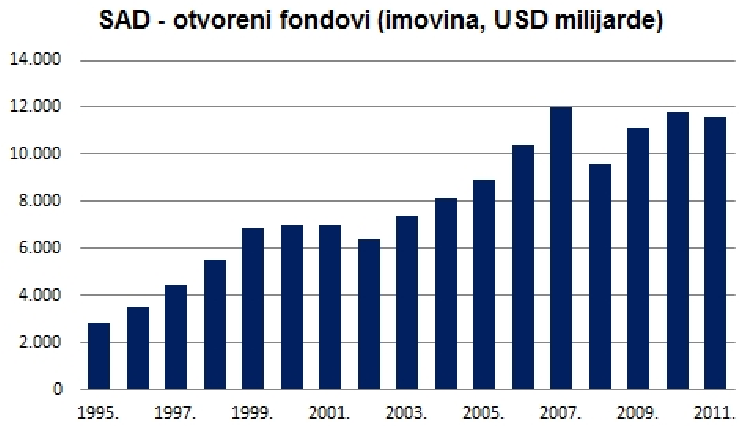
zavisi o regulativi) s privatnom ponudom. Razlog za osnivanje fonda s privatnom ponudom može biti vezan uz želju za formiranjem neke specifične strategije ulaganja koja je poželjna manjem krugu investitora, nuđenje mogućnosti za investiranje u "ekskluzivnijoj" formi ili nešto slično. U Hrvatskoj, a i u svijetu, su najzastupljeniji otvoreni investicijski fondovi s javnom ponudom.

Kako bismo podatke o fondovskom dijelu financijskog sustava stavili u širi kontekst na donjim grafovima ćemo predstaviti podatke o investicijskim fondovima na međunarodnoj razini. Najveće i najrazvijenije tržište investicijskih fondova je ono u SAD-u pa ćemo stoga prvo prikazati neke podatke za SAD. Na prvom grafu je prikazana struktura imovine pod upravljanjem u investicijskim fondovima u SAD-u i to razvrstana prema pojedinim tipovima investicijskih fondova na kraju 2001. godine. Uključeni su i podaci za tako zvane UIT-ove (eng. *Unit Investment Trusts*). Riječ je o fondovima koji, poput otvorenih fondova, izdaju udjele u fondu koji se mogu kasnije otkupljivati, ali je broj udjela koji se izdaje uglavnom fiksan kao kod zatvorenih fondova. Osim toga imovinom UIT-ova se ne trguje intenzivno već se ona tipično drži do nekog određenog datuma u budućnosti kada se imovina unovčava i isplaćuje investitorima. Podaci sa donjeg grafa su preuzeti sa stranice www.ici.org.



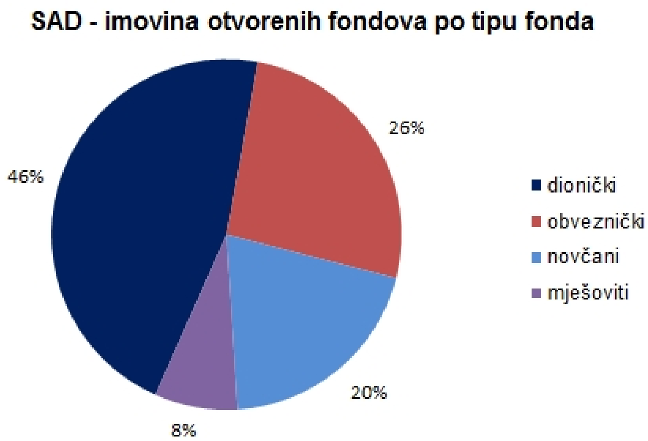
Izvor: Investment Company Institute

Vidimo da su otvoreni investicijski fondovi najveća podgrupa investicijskih fondova u SAD-u. Kretanje imovine pod upravljanjem u otvorenim investicijskim fondovima u SAD-u dajemo na donjem grafu pri čemu je izvor podataka opet ICI. Iako podaci uključuju sve vrste fondova, razvrstane prema dominantnoj klasi imovine u koju ulažu, vidi se jasan pad imovine pod upravljanjem u otvorenim investicijskim fondovima nakon velikih padova na dioničkom tržištu SAD-a koji su se dogodili 2001. i 2008. godine. Jasno je razvidan opći trend rasta imovine pod upravljanjem u otvorenim investicijskim fondovima u SAD-u u zadnje dvije dekade što svjedoči rastu popularnosti dugoročne štednje američkih građana na tržištima kapitala pri čemu su otvoreni investicijski fondovi zabilježili najveći rast. Da bi stekli intuiciju o raširenosti ulaganja u investicijske fondove u SAD-u možemo uočiti da čak 45% američkih domaćinstava ili $93,7$ miliona pojedinaca ima udjele u nekom investicijskom fondu (opet koristimo podatke ICI-ja i to iz 2012 *Investment Company Fact Book*a.). Za usporedbu, sredinom 2012. godine u Hrvatskoj je bilo prisutno oko 184.000 udjelničara u otvorenim investicijskim fondovima što čini oko 4% populacije nasuprot skoro 30% u SAD-u (podaci supreuzeti sa stranice HANFA-e www.hanfa.hr, izvještaj $B-9$ u kategoriji Investicijski fondovi pod rubrikom Statistike).



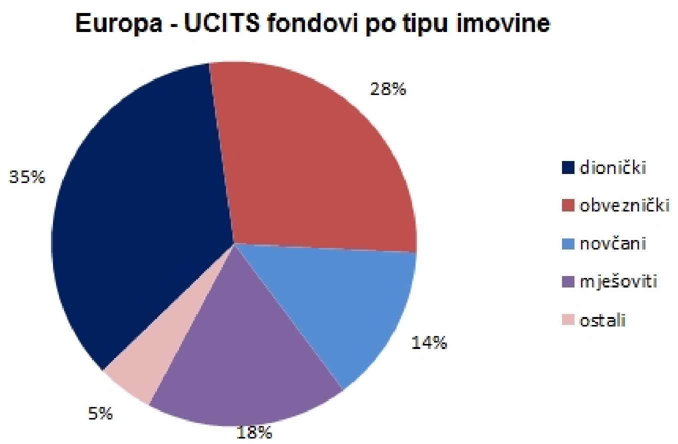
Izvor: Investment Company Institute

Na donjem grafu dajemo presjek imovine pod upravljanjem u otvorenim investicijskim fondovima u SAD-u na kraju trećeg kvartala 2012. godine. Fondovi su razvrstani prema dominantnom tipu imovine u koji ulažu i to prema kriterijima ICI-ja čije podatke opet koristimo.



Izvor: Investment Company Institute

Iako je u Europi tradicionalno manje imovine uloženo u dioničke fondove u usporedbi sa SAD-om, u osnovi su podaci o raspodjeli imovine u fondovima slični. Na sljedećem grafu je prikazana raspodjela imovine u europskim fondovima (UCITS) prema dominantnom tipu imovine i to na kraju 2012. godine. Podaci su preuzeti sa web stranice EFAMA-e (*European Fund and Asset Management Association*) www.efama.org iz EFAMA Quarterly Statistical Release-a. Da bi se podaci o ukupnoj imovini pod upravljanjem mogli usporediti sa američkim navodimo da je krajem 2012. godine u Europi bilo $6,3$ milijarde eura pod upravljanjem u UCITS fondovima i još $2,7$ milijardi eura u fondovima koji nisu klasificirani kao UCITS.



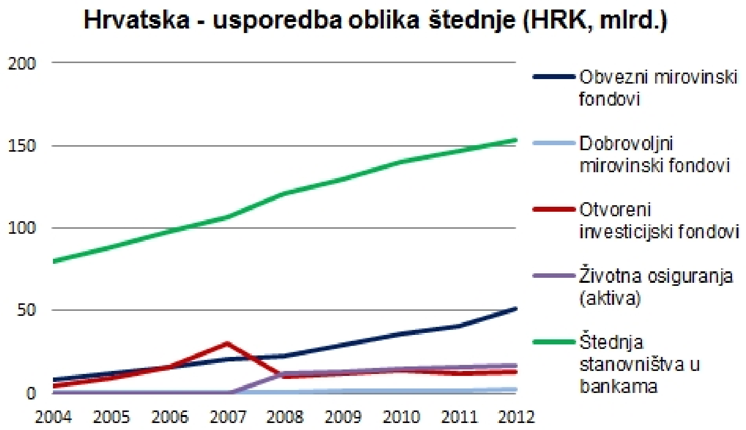
Izvor: European Fund and Asset Management Association

Prikaz fondova i njihove uloge na financijskim tržištima bio bi prilično nepotpun bez izdvajanja još jedne kategorije fondova - **mirovinskih fondova**. Riječ je o vjerojatno najznačajnijem obliku kolektivne štednje na tržištima kapitala čija je svrha osiguravanje prihoda građanima nakon umirovljenja. U Hrvatskoj je mirovinska reforma započela 2002. godine uvođenjem obveznih mirovinskih fondova. U tako definiranom sustavu štednje za mirovinu dio plaće svakog zaposlenog radnika (zaposlenika) u RH izdvaja se mjesečnom učestalošću te se prosljeđuje u jedan od postojećih obveznih mirovinskih fondova. Oni u osnovi djeluju kao mješoviti otvoreni investicijski fondovi s time da se sredstva ne mogu povući iz fonda u bilo kojem trenutku, nego samo po umirovljenju. Kao i kod ivesticijskih fondova regulator tog dijela financijskog tržišta je HANFA, a i tu je implementiran sustav kontrole kroz depozitnu banku te drugi sigurnosni mehanizmi. Osim obveznih mirovinskih fondova u Hrvatskoj postoje dobrovoljni mirovinski fondovi, s time da je u njihovom slučaju granica razlikovanja u odnosu na otvorene investicijske fondove još tanja.[33]

Ukoliko hrvatske mirovinske fondove promotrimo u širem kontekstu vidimo da je zapravo riječ o mirovinskim fondovima u kojima su unaprijed određene uplate u fondove (eng. *Defined contribution funds*). Druga vrsta mirovinskih fondova je ona u kojem su unaprijed definirane buduće isplate iz njih (eng. *Defined benefit funds*). Oni u Hrvatskoj nisu rašireni, ali je predviđeno da će osiguravajuća mirovinska društva biti tog tipa. Također, u mnogim razvijenim zemljama su takvi fondovi prilično uobičajeni, pa i dominantni, ali je u zadnje vrijeme prisutan trend smanjenja imovine pod upravljanjem u njima. Kasnije ćemo se još pozabaviti mirovinskim fondovima i njihovim ulaganjima, ali možemo uočiti da je upravljanje fondovima u kojima su definirane buduće isplate značajno teže i nesigurnije za upravitelje takvim fondovima jer se u svakoj definiciji budućih isplata pretpostavljaju neke stope povrata, odnosno očekivani povrati na investicije, a takve je prognoze u najmanju ruku nezahvalno iskazivati, odnosno garantirati.

Iako mirovinski fondovi u Hrvatskoj postoje vrlo kratko vrijeme imovina koja je u njima akumulirana je nezanemariva. Na donjem grafu dan je prikaz kretanja imovine koja se nalazi u različitim vrstama štednje u Hrvatskoj na kraju 2012. godine. Podaci su preuzeti sa stranica HNB-a i HANFA-e.

[33] Mirovinski sustav koji je implementan u Hrvatskoj je tako zvani mirovinski sustav s tri stupa (eng. *three pillars system*). Prvi stup predstavlja tradicionalni mirovinski sustav solidarnosti koji je u ogromnom deficitu, ne samo u Hrvatskoj, zbog starenja stanovništva i kvarenja omjera broja zaposlenih i umirovljenih osoba. Drugi i treći stup predstavljaju spomenuti obvezni i dobrovoljni mirovinski fondovi koji ukamaćuju (kapitaliziraju) štednju građana na tržištima kapitala. Za očekivati je da će u sljedećim dekadama značaj prvoga stupa padati dok će većina prihoda umirovljenika dolaziti od ušteda ostvarenih putem mirovinske štednje.



Izvor: HNB, HANFA

Osim svih navedenih vrsta fondova u zadnjih nekoliko dekada počele su se razvijati i neke druge vrste fondova koje su uglavnom neregulirane, a najčešće ih se svrstava pod zajednički naziv *hedge* fondovi. U svojoj formi oni su najsličniji otvorenim investicijskim fondovima, ali mogu sadržavati značajne restrikcije u mogućnosti povlačenja sredstava iz fonda (samo na neki manji broj dana u godini, potrebna najava povlačenja sredstava nekoliko tjedana do nekoliko mjeseci unaprijed i slično). Uglavnom ih karakterizira neka specifična investicijska strategija (na primjer, arbitraža između dionica i konvertibilnih obveznica ili posuđivanje sredstava u valutama s niskom kamatnom stopom i investiranje u valute s višim kamatnim stopama) ili investiranje na nekim specifičnim dijelovima tržišta (na primjer, investiranje samo u futurese ili neke duge izvedenice). Sistematizaciju investicijskih strategija koje koriste *hedge* fondovi nije lako napraviti i time se nećemo previše baviti. *Hedge* fondove najčešće osnivaju talentirani i poduzetni pojedinci koji su prije toga radili u nekom od klasičnih financijskih posrednika poput banaka ili društava za upravljanje fondovima.
Za sada se nećemo upuštati u dealjniju analizu *hedge* fondova, ali je važno uočiti da je korištenje neke specifične investicijske strategije razlikovna karakteristika tih fondova. Upravo je svojstvo nekih fondova da svojim stilom investiranja, odnosno načinom trgovanja drugim klasama imovine, mijenjaju karakteristike pojedine klase imovine razlog da smo investicijske fondove u ovoj knjizi naveli kao pojedinačnu klasu imovine. Naime, kako investicijski fondovi ulažu u ostale klase imovine može se prigovoriti (opravdano) da oni nisu zasebna klasa imovine, već jedan od financijskih posrednika koji djeluju na financijskim tržištima. Ipak, za većinu građana su oni alternativa primarnim klasama imovine pa je korisno razjasniti kako fondovi posluju i po čemu se razlikuju. Često i profesionalni investitori razmatraju ulaganje u pojedine fondove kao alternativu ulaganju u neku drugu imovinu, poput dionica ili nekih sirovina.[34] Dodatno, analizirajući investicijski proces, odnosno mogućnosti za investiranje, često se u literaturi navodi da su osnovne odrednice investiranja odabir investicijskih klasa u koje investiramo te mjere rizičnosti kojima mjerimo karakteristike svojih investicija. Ovdje želimo naglasiti kako je i stil, odnosno način investiranja jedna od odrednica koja utječe na buduće povrate koji će se ostvarivati investiranjem te na rizike koji će se time prihvaćati. Kasnije ćemo detaljnije elaborirati tezu o stilu kao odrednici očekivanih rezultata od investiranja. Kako bi donekle potkrijepili svoju tvrdnju o značajnom utjecaju investicijske strategije na očekivani povrat i rizičnost investicija, odnosno na mijenjanje karakteristika klasa

[34]Kasnije ćemo razjasniti sve te pojmove, ali za sada napomenimo da se vrlo često odabir institucionalnih investitora svodi na odluku da li da kupuju pojedinačne dionice na nekom dioničkom tržištu ili da ulože u neki investicijski fond koji ili ima ekspertizu pri ulaganju u takve dionice ili replicira neki indeks koji obuhvaća dionice sa tog tržišta.

imovine korištenjem različitih investicijskih strategija, možemo razmisliti o fondu koji ulaže samo u kratke pozicije u futuresima na neku dionicu, dionički indeks ili sirovinu. Da li će takva odluka o načinu investiranja utjecati na očekivane povrate koje ćemo ostvarivati i/ili na rizičnost takve investicijske strategije?

2.6.1 Fondovi rizičnog kapitala

Na početku ovog poglavlja smo uveli osnovnu podjelu fondova na otovorene i zatvorene. Ipak, time nije u potpunosti iscrpljena tipologija fondova. Naime, često se kao posebna kategorija, a neki su spremni reći i kao posebna klasa imovine[35], navode fondovi rizičnog kapitala, odnosno Private Equity fodnovi na engleskom. Riječ je fondovima koji, uglavnom, ulažu u poduzeća koja nisu izlistana na uređenim tržištima (burzama). Takvi fondovi mogu ulagati i u neke projekte, poput vjetroelektrana ili parkirališta, koji se formalno osnivaju kao društva posebne namjene (eng. SPO - *Special Purpose Vehicles*). Tradicionalno su, u SAD-u, fondovi rizičnog kapitala sudjelovali u otkupu dionica poduzeća izlistanih na burzama (eng. *equity buyout*). Inicijativa za takav otkup može doći od nekog manjinskog dioničara, ali i od managementa poduzeća (eng. *management buyout*), a fondovi rizičnog kapitala bi financijski podupirali takve transkcije. Vremenom su se širila područja djelovanja fondova rizičnog kapitala na tzv. mezzanin financiranje (npr. davanjem konvertibilnih zajmova; konvertibilnih u vlasničke udjele) ili na otkup obveza pdoduzeća ili država u značajnim financijskim poteškoćama. Nije rijetka pojava da se poduzeća prije izlaska na burzu (izlistavanjem dionica na nekoj od burzi dionica) odlučuju za financiranje putem fond(ov)a rizičnog kapitala. Razlozi mogu biti različiti, ali u osnovi je proces pregovaranja za financiranje putem fondova rizičnog kapitala jednostavniji od procesa izlaska na burzu te su regulatorne obaveze poduzeća (obavještavanje javnosti) manje.

Iako su po svojoj formi fondovi rizičnog kapitala slični zatvorenim fondovima, različiti su po tome što se oni osnivaju na neki određeni rok, tipično 5-7 godina (može i duže). Važna karakteristika fondova rizičnog kapitala je da su oni financijski, a ne strateški ulagači. To znači da oni ulažu neko poduzeće s namjerom da ga kasnije prodaju ili izlistaju na nekoj burzi. Tipično svojim kapitalom osnaže poduzeće u koje ulažu, ali pri tome ne preuzimaju operativnu kontrolu nad poduzećem.[36] Iznimka može biti situacija kada je poduzeće koje preuzimaju u vrlo lošem stanju (i kadrovskom) pa znaju zaposliti vanjski management kako bi sanirali situaciju u poduzeću. Većinom će ulaganja fondova rizičnog kapitala biti manjinskog karaktera, ali to ne mora biti pravilo. U osnovi se pravilima svakog pojedinog fonda definira politika ulaganja. U Hrvatskoj je poslovalo više fondova rizičnog kapitala, i još uvijek posluju neki, a najveći je interes svojedobno izazvalo osnivanje FGS-ova (Fondova za gospodarsku suradnju) koji su trebali omogućiti restrukturiranje pojedinih poduzeća nakon velike financijske krize 2008/2009 koja je u Hrvatskoj imala dosta negativan i dugotrajan učinak. Na žalost, rezultati poslovanja tih fondova nisu bili nimalo impresivni, da upotrijebimo pristojan eufemizam.

Kao podvrsta fondova rizičnog kapitala često se javljaju fondovi koji ulažu u mala inovativna poduzeća (start-upove) ili u poduzeća koji su pred značajnim širenjem poslovanja pa im treba financijski zamah. Takvi se fondovi često nazivaju Venture capital fondovi. Karakter ulaganja je sličan ostalim fondovima rizičnog kapitala, ali su poduzeća u koja ulažu često vrlo nestabilnog poslovanja (u smislu poslovnog modela koji nije u potpunosti definiran/realiziran) pa se smatraju rizičnijima za ulaganja. Naravno, ideja takvih fondova je da će na nekim od svojih ulaganja višestruko zaraditi čime će kompen-

[35] Autor ne smatra da je riječ o posebnoj klasi imovine.

[36] Vrijedi skrenuti pažnju na činjenicu da i samom kontrolom poduzeća, inzistiranjem na strukturiranju poslovnog modela, izvještavanja i slično, fondovi rizičnog kapitala zapravo unapređuju poslovanje poduzeća u koje ulažu.

zirati moguće gubitke na nekim drugim ulaganjima. U zadnjih 10-15 godina su takva ulaganja dosta popularna jer se mnogi ulagači nadaju otkriti nova hit poduzeća poput Facebooka globalno ili Infobipa u Hrvatskoj (takva se poduzeća nazivaju u investicijskom žargonu *unicorni*; formalno su to nova ili mlada poduzeća čija vrijednost premaši milijardu dolara).

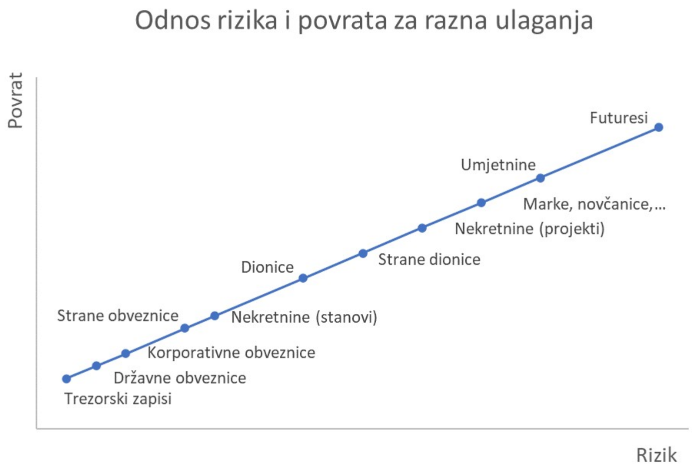
Fondovi rizičnog kapitala, a posebno Venture capital fondovi, imaju značajnu ulogu u povećanju efikasnosti ekonomije, a posebno u povećanju inovativnosti. Naime, mnoga poduzeća, a posebno novoosnovana, imaju vrlo malu imovinu pa samim time nisu pogodna za financiranje bankarskim kreditima, a nisu niti dovoljno velika za neposredan izlazak na tržišta kapitala. Za financiranje i osiguravanje rasta takvih poduzeća je ključno postojanje kapitala koji je spreman pružiti financiranje u ranoj fazi, a fondovi rizičnog kapitala to omogućavaju. Upravo se u postojanju razvijene mreže fondova rizičnog kapitala često traže razlozi kojima bi se objasnio dinamičniji razvoj tržišta kapitala, ali i ekonomije, u SAD-u u odnosu na EU. To je prepoznato i od strane EU koja je zadnjih godina donijela niz inicijativa kako bi se osiguralo jačanje fondova rizičnog kapitala (u ionako dosta bankocentričnom financijskom tržištu EU-a).

Kada gledamo povrate koje ostvaruju fondovi rizičnog kapitala, situacija je dosta nejasna. Naime, u svojoj biti su fondovi rizičnog kapitala zatvoreni za opću javnost, a pri tome ulažu u neuvrštene dionice (ili neke druge slične instrumente, kako smo prije naveli) pa su javni podaci o povratima koje oni ostvaruju teško dostupni. Postoji i indeks koji prati performance fondova rizičnog kapitala na razvijenim tržištima (State Street Private Equity index), ali ni on nije otvoren za javnost. S druge strane, akademski radovi pokušavaju pružiti objektivnu sliku ulaganja u fondove rizičnog kapitala i čini se da su povrati koje ostvaruju fondovi rizičnog kapitala dosta niži od onih koje prijavljuje sami fondovi (neke se reference mogu naći u Antti Ilmanen: Expected Returns). Prije svega treba uočiti da se u tom dijelu fondovske indsutrije prijavljuju IRR (interne stope povrata) fondova, što je u osnovi dobra mjera povrata za takve investicije. Ipak, iz prijašnjih izlaganja je jasno, za investitore je relevantno koliko zarađuju nakon naknada koje naplaćuju takvi fondovi, a one nisu male. Postoje studije koje ukazuju da su stvarni povrati koje ostvaruju fondovi rizičnog kapitala manji od onih koje ostvaruju prosječna ulaganja u dionice (mjereno nekim dioničkim indeksima), za razliku od tvrdnji samih upravljača fondovima rizičnog kapitala. Pri tome treba uočiti da su ulaganja u fondove rizičnog kapitala vrlo nelikvidna (u principu se novac iz takvih fondova ne može povući prije kraja predviđenog razdoblja ulaganja). Dodatno, čest je slučaj da se za potrebe ulaganja u neki fond rizičnog kapitala mora unaprijed odrediti dinamika budućih uplata u fond i jamčiti da će se te uplate dogoditi (u suprotnom je moguće izgubiti do tada ulaćeni dio ulaganja). Jasno je da se u roku od nekoliko godina opće okolnosti na tržištu kapitala mogu značajno promijeniti pa time i prije dana jamstva za uplatu sredstava mogu postati teret za onoga tko ih treba uplatiti, odnosno može se suočiti sa situacijom u kojoj ne može ostvariti svoje obećanje (eng. *commitment*). Nadalje, metode vrednovanja imovine fondova rizičnog kapitala su manje egzaktne od većine "običnih" fondova i često se svedu na knjgovodstvene procjene, koje su nužno subjektivne naravi (uz neka dobra "pravila struke"). Napokon, i sama rizičnost takvih fondova je, posebno u kriznim vremenima, zapravo sukladna rizičnosti javno izlistanih dionica pa zapravo nije jasna posebnost povrata koje ostvaruju fondovi rizičnog kapitala u odnosu na javno izlistane dionice, odnosno fondove koji ulažu u njih.

Fondovi rizičnog kapitala su važan dio financijske infrastrukture, ali je nejasno da se njihovi povrati u dužem roku značajno razlikuju od povrata koji se ostvaruju na (dioničkim) burzama. Postoje razdoblja u kojima je kapitala u takvim fondovima premalo ili previše (kako god to mjerimo) pa to može utjecati na povrate koji ostvaruju takvi fondovi u nekom srednjem roku. Postoje indicije da upravljači fondova rizičnog kapitala koji su povijesno ostvarili povrate u najboljoj četvrtini među usporedivim fondovima mogu s većom vjerojatnosti ostvarivati iznadprosječne povrate i u budućim razdobljima, što nije čest slučaj kod upravljača otvorenim investicijskim fondovima, na primjer. Značajna karakteristika ulaganja u fondove rizičnog kapitala je smanjena likvidnost ulaganja.

2.7 Povrati na neke klase imovine

Nakon što smo ukratko opisali moguća ulaganja (klase imvovine) logično je postaviti si pitanje: koliko se uopće može zaraditi ulaganjem u (neke) od tih klasa imovine? Odgovor na to pitanje nije tako lagano dati jer su neka ulaganja (poput umjetnina) vrlo nelikivdna i nije jasna njihova trenutna cijena, pa samim time nije jasno koliko se na njima zarađuje ili gubi. Ipak, za neke osnovne klase imovine imamo dosta dobre povijesne podatke o ostvarenim povratima pa nam takvi podaci mogu poslužiti kao početni orjentir za formiranje očekivanja za ulaganje u pojedine klase imovine. Prije same prezentacije nekih povijesnih podataka na donjoj slici prikazujemo načelni odnos među ulaganjima i to u odnosu na njihov (očekivani) povrat i rizik. Ukoliko ne napomenemo drugačije rizik mjerimo standardnom devijacijom povrata. Graf prikazan na Slici 2.7 je adaptiran prema uzoru na Sliku 3.13. iz [R&B].



Slika 2.1: Načelni odnos rizika i povrata za neke vrste ulaganja.

Prikazani graf u osnovi ukazuje na dosta čvrstu vezu između rizika i povrata: ukoliko želimo ostvariti veći povrat trebamo prihvatiti veći rizik. Za ulaganje u strane obveznice i dionice se pretpostavlja da su u drugim valutama pa im je i rizik nešto veći nego prilikom ulaganja u domaće obveznice i dionice.[37] Prikazane odnose treba prihvatiti kao načelne.

Kada se okrenemo konkretnim podacima o ostvarenim povijesnim povratima vrlo se brzo suočima sa spoznajom da su podaci za obveznice i dionice najdostupniji, a samim time i najproučavaniji. Posebno je to izraženo za podatke koji se odnose na rezdoblje od 1980 ili 1990 na ovamo. U osnovi su povijesni podaci relativno lagano dostupni za tržišta na kojima postoje neki indeksi za koje postoji dugačak historijat. Jedan od najpoznatijih i najdetaljnijih pokušaja da se predstave povijesni podaci o ostvarenim povratima na dionice i obveznice je dan u knjizi [Dimson & dr.]. Autori su za podatke

[37]Na prikazanom grafu smo u potpunosti zanemarili kreditni rizik stranih obveznica. Jasno je da su npr. njemačke državne obveznice manje rizične od hrvatskih državnih obveznica. Graf bi vjerodostojnije prikazivao odnose kada bi ga gledali iz perspektive SAD-a ili Njemačke.

koje su izložili u svojoj knjizi koristili mnoge radove koji se odnose na pojedina svjetska tržišta, a na nekim mjestima su primijenili i neke razumne aproksimacije. U Tablici 2.1 je dan izvadak podataka o realnim povratima na trezorske zapise (instrumenti do godine dana dospijeća), obveznice i dionice zasnovan na podacima iz [Dimson & dr.].[38]

Tablica 2.1: Prosječni realni povrati na trezorske zapise, obveznice i dionice raznim zemljama te u razdoblju 1900 – 2000. Prikazani su geometrijski povrati. U zadnjem stupcu je prikazana prosječna inflacija u promatranom razdoblju. Podaci su preneseni iz Tablica 4.3, 5.2, 6.1 i 34.1.

	Realni povrati			
Država	Dionice	Obveznice	Zapisi	Inflacija
Australija	7.5	1.1	0.4	4.1
Belgija	2.5	−0.4	−0.5	5.5
Danska	4.6	2.5	2.8	4,1
Francuska	3.8	−1.0	−3.3	7,9
Irska	4.8	1.5	1.3	4.5
Italija	2.7	−2.2	−4.1	9.1
Japan	4.5	−1.6	−2.0	7.6
JAR	6.8	1.4	0.8	4.8
Kanada	6.4	1.8	1.7	3.1
Nizozemska	5.8	1.1	0.7	3.0
Njemačka	3.6	−2.2	−0.6	5.1
SAD	6.7	1.6	0.9	3.2
Svijet	5.8	1.2	0.9*	3.2*
Španjolska	3.6	1.2	0.4	6.1
Švedska	7.6	2.4	2.0	3.7
Švicarska	5.0	2.8	1.1	2.2
U.K.	5.8	1.3	1.0	4.1

U tablici se jasno vidi da su stogodišnji povrati na obveznice i trezorske zapise u nekim zemljama negativni. To je u principu posljedica hiperinflacije koja je zabilježena u tim zemljama u 30-tim godinama prošlog stoljeća (u zadnjem stupcu je prikazana prosječna stopa inflacije u tom razdoblju). Naravno, i misaono je lagano zaključiti da visoka inflacija vrlo nepovoljno utječe na povrate na zapise i obveznice (koji u pravilu imaju fiksne predefinirane prihode u obliku kupona), ali ovi minuciozno prikupljeni podaci to jasno potvrđuju.

Sljedeća jasno uočljiva karakteristika na koju ukazuju podaci je ostvarivanje većeg povrata na dionice u odnosu na zapise (čiji su povrati bliski niskorizičnim povratima na tržištu novca) ili obveznice (čiji povrati načelno sadrže i premiju na dugoročnost). To je intuitivno prihvatljivo jer su dionice rizičnije od npr. zapisa (povrati im više osciliraju) pa je potrebna dodatna premija koja bi investitore privukla ulaganju u dionice. Ta se premija, razlika u povratima na dionice u odnosu na zapise,[39] naziva premija rizičnosti za ulaganje u dionice (eng. *equity risk premium*). Uočimo da se pozitivna premija na ulaganje u dionice pojavljuje i kod država u kojima je ostvaren negativan povrat na zapise ili obveznice. Na primjer, u slučaju SAD-a je ta premija za ulaganje u dionice iznosila 5.8% u promatranom razdoblju dok je u slučaju Ujedinjenog Kraljevstva ona

[38]Zvjezdicom su označeni podaci u retku Svijet koji se odnose na SAD. Da bi se izračunao povrat na razini svijeta potrebno je sve podatke prebaciti u neku valutu, a to je u ovom slučaju dolar.

[39]Ponekad se gleda i razlika povrata na dionice i obveznice.

iznosila 4.8%. Iako se premija za ulaganje u dionice mijenja vremenom, prikazani podaci indiciraju da se ona u dužem razodblju kreće oko 5%. Osnovno pitanje za investitore je da li je to puno ili malo (ne zaboravimo da gledamo realne povrate). Naime, donekle smo već vidjeli, a i mnogi drugi podaci pokazuju da je tako, ulaganje u dionice donosi veće rizike od ulaganja u obveznice i zapise. Pad vrijednosti od 20% u nekoj godini nije nešto neuobičajeno, dok se tako negativni povrati kod obveznica i zapisa rijetko pojavljuju (pogotovo kada ne živimo u razdoblju velike inflacije).

Da bi odredili primjerenost premije rizičnosti za ulaganje u dionice pogledajmo što bi se dogodilo s 1000 dolara uloženih u dionice, odnosno zapise u SAD-u 1900. godine (sve gledamo u terminima realnog povrata, u skladu s podacima u Tablici 2.1). Tih 1000 dolara bi nakon 101 godine uloženo u zapise poraslo na 2472 dolara, dok bi ulaganjem u dionice nakon 101 godine imali 699.208 dolara (dakle oko 282 puta više). Takva velika razlika (u korist ulaganja u dionice) vjerojatno je ponukala autore u [Dimson & dr.] da knjigu naslove "Triumph of the optimists". Možda se može, opravdano, prigovoriti da je 101 godina ulaganja nerealistično dugačka, ali i ako uzmemo ulaganje od 50 godina, što je već sukladno nekom razdoblju štednje za mirovinu, dolazimo do podatka da bi se ulaganjem u dionice zaradilo oko 16 puta više nego ulaganjem u zapise (25.599 dolara u dionicama vs. 1565 dolara u zapisima).[40] Uočimo da je 50 godina ulaganja dovoljno dugačko razdoblje ulaganja da se, većina, oscilacija povrata na dioničkim tržištima približi svojim dugoročnim vrijednostima (vidi npr. Sliku 14.1. u [Dimson & dr.]). U osnovi nam ovakva razmatranja ukazuju da je ulaganje u dionice poželjno za dugoročne oblike štednje. Naravno, postavlja se pitanje koliki iznos/postotak portfelja treba uložiti u dionice, ali odgovor na to pitanje nije jednoznačan. Kasnije u tekstu ćemo probati dati neke odgovore na to pitanje.

[40] Čitatelj i sam može usporediti ulaganja u dionice, zapise i obveznice u drugim navedenom državama koristeći se osnovnom formulom za ukamaćivanje.

Poglavlje 3

Financijska tržišta

U ovom poglavlju dajemo kratki pregled financijskih tržišta, sudionike na financijskim tržištima i osnovne alate kojima se služimo prilikom opisa financijskih tržišta (tržišne indekse). Kao i kod mnogih drugih tema koje obrađujemo u ovoj knjizi nećemo previše detaljno ulaziti u definicije pojmova i precizne opise svih mogućih podjela unutar pojednih kategorija. Na hrvatskom jeziku se neke dodatne informacije o pojmovima koje obrađujemo mogu naći u [Leko].

3.1 Financijski sustav

U vrlo općenitom smislu financijski sustav je sustav koji omogućava **transfer ekonomskih resursa** i to od onih koji imaju višak resursa prema onima koji potražuju dodatne resurse. Treba uočiti da se na transfernu funkciju financijskog sustava može gledati i kroz vremensku komponentu jer se resursi mogu transferirati kroz vrijeme i to, na primjer, u formi mirovinske štednje s jedne ili stambenih kredita s druge strane. Financijski sustav, također, omogućava **ujedinjavanje ekonomskih resursa** kako bi se poduzeli veliki projekti koji mogu biti nedostupni pojedicima. Tipični primjeri bi uključivali financiranje poduzeća kreditima bankama ili ujedinjavanje sredstava u obliku investicijskih fondova. Financijski sustav omogućava provedbu plaćanja, trgovanje u najširem smislu te riječi, pri čemu je sigurna zamjena vlasništva sastavni dio trgovanja, a kroz formiranje cijene pojedinih roba ili usluga pomaže u odlučivanju o alokaciji novih resursa u ekonomiji. Postoje i neke druge funkcije financijskog sustava, poput mogućnosti upravljanja rizikom ili pomoći u rješavanju problema uzrokovanih asimetričnim pristupom informacijama, ali se na ovom mjestu nećemo duže zadržavati na analizi funkcija financijskog sustava, već ćemo u nastavku teksta razraditi detaljnije neke od njih. Detaljnije razmatranje funkcionalnog pogleda na financijski sustav može se naći u [Cra].

Kako bi se ispunila funkcija spajanja ponude i potražnje, odnosno transfera resursa, u okviru financijskog sustava djeluju određene institucije, odnosno definirana su neka pravila. Osnovna komponenta financijskog sustava su **financijska tržišta** koja omogućavaju spajanje kupaca i prodavatelja u svrhu transfera neke robe ili usluge, dakle trgovine. Najčešće se pod pojmom financijskih tržista misli na tržišta kapitala, ili još specifičnije na burze dionica. Tradicionalno je bilo riječ o mjestima na kojima je bilo organizirano trgovanje dionicama, iako se često trguje i drugom imovinom poput obveznica ili sirovina. U novije vrijeme fizička komponenta financijskih tržišta, u smislu određene lokacije, gubi na značaju jer se razvojem računala sve više uvodi elektronsko trgovanje (trgovanje putem raznih računalnih sustava).

Trgovanje na financijskim tržištima omogućavaju **financijski posrednici** koji čine drugu važnu komponentu financijskog sustava. Osim što pružaju usluge trgovanja financijski posrednici osiguravaju osnovne informacije koje su potrebne za donošenje investicijskih odluka. Osnovni racional za postojanje financijskih posrednika je njihova mogućnost agregiranja i kanaliziranja ponude i potražnje pri čemu efektivno postižu niže ukupne troškove i za one koji imaju višak sredstava i za one koji trebaju dodatna sredstva (lako je zamisliti koliko bi teže i skuplje bilo spojiti ponudu i potražnju ukoliko bi pojedinci ili poduzeća morali svaki puta samostalno obaviti potragu za potencijalnim investicijama, odnosno za izvorima financiranja). Financijski posrednici su banke, brokeri, investicijski i mirovinski fondovi, osiguravajuće kuće, fondovi rizičnog kapitala te neke druge institucije pri čemu se u novije vrijeme nalaze razni inovativni poslovni modeli koji spajaju neke od tradicionalnih posredničkih funkcija.

Treća važna komponenta financijskog sustava su **regulatori** te **skup zakona i pravila ponašanja** na financijskim tržistima. Pri tome mislimo na cijeli niz zakona koji se odnosi na računovodstvene standarde, načine izvještavanja, pravila trgovanja, zaštitu investitora i neke druge. Regulatori provode te zakone u praksu te ih dodatno profinjuju ili preciziraju svojim podzakonskim aktima. Regulatori su često podijeljeni tako da nadziru pojedine vrste finacijskih posrednika (narodne banke kao nadzornici banaka, nadzornici tržista kapitala te poslovanja mirovinskih i investicijskih fondova, nadzornici osiguranja i tako dalje), iako se čini da je prisutan trend objedinjavanja nadzora nad više tipova financijskih posrednika. Hrvatska je dio toga trenda pa tako imamo samo dva regulatora u okviru financijskog sustava: HNB je regulator bankarskog dijela financijskog sustava dok HANFA regulira sve ostale financijske posrednike. U SAD-u, na primjer, postoji više financijskih regulatora poput Fed-a (*Federal Reserves* - centralna banka SAD-a), SEC-a (*U.S. Securities and Exchange Commission* - regulator tržišta kapitala), CFTC (*U.S. Commodity Futures Trading Commission* - regulator koji nadzire tržišta na kojima se trguje futuresima i opcijama), FDIC (*Federal Deposit Insurance Corporation* - neke funkcije nadzora nad dijelom bankovnog sustava) te neke druge instititucije s time da treba uočiti da postoje i regulatori u pojedinim američkim saveznim državama. U EU se situacija značajno mijenja u zadnjih nekoliko godina. U osnovi sve zemlje EU imaju više regulatora (centralne banke, regulatori tržišta kapitala i slično), ali je do nedavno samo Europska centralna banka (ECB) bila jedina paneuropska financijska institucija koja je imala neke nadzorne mehanizme na razini cijele EU, odnosno na razini zemalja koje su prihvatile euro (EMU). Ipak, kao odgovor na recentnu financijsku krizu i u EU se osniva niz regulatora koji imaju određene ovlasti nad svim financijskim posrednicima koji posluju u EU, poput: EBA (*European Banking Authority* - preuzima neke oblike nadzora nad bankama poput kontrole adekvatnosti kapitala), ESMA (*European Securities and Markets Authority* - neke funkcije nadzora nad tržištima kapitala) i nekih drugih. Za sada su regulatori koji posluju na razini EU novitet i ostaje za vidjeti koliki će biti njihov utjecaj.

Za nas je važno uočiti da financijski sustav omogućava investiranje, a to je tema kojom se bavimo u većem dijelu ove knjige. Da bi razumjeli investicijski proces te rizike koji se preuzimaju investiranjem potrebno je znati osnovne činjenice o financijskim tržiťima, odnosno tržištima kapitala.

3.2 Tržišta kapitala

Vidjeli smo da je pojam financijskih tržišta prilično široko definiran i obuhvaća različite sustave u okviru kojih se odvija trgovanje raznom financijskom imovinom (čak i fizičkom u slučaju sirovina). Među najvažnijima su novčano tržište, tržište kapitala, međuvalutno tržište, tržišta na kojima se trguje sirovinama, izvedenicama i tako dalje.

Pod **novčanim tržištem** (eng. *Money Markets*) podrazumijevamo uređeno tržište na kojem se trguje, u pravilu, dužničkim vrijednosnim papirima s vremenom do dospijeća manjim do godine dana. Kao što smo vidjeli u odjeljku u kojem smo opisali osnovna svojstva instrumenata stalnih prihoda, riječ je o trezorskim i komercijalnim zapisima, ali i potvrdama o depozitu (eng. *Certificate of deposit* - CD) te repo ugovorima (ugovori kojim se posuđuje novac, ali se kao osiguranje za posudbu koriste neki drugi vrijednosni papiri). Treba uočiti da se i depoziti kod banaka, kao jedni od najvažnijih financijskih instrumenata, smatraju dijelom novčanog tržišta.

Pod **tržištem kapitala** (eng. *Capital Markets*) podrazumijevat ćemo uređeno tržište na kojem se trguje dionicama i obveznicama (dospijeća većeg od godine dana). Strogo govoreći, jasno je da bi se naziv mogao odnositi samo na dionička tržišta jer se na njima trguje kapitalom. Ipak, jer se putem obveznica i dionica obavlja temeljno financiranje poduzeća, država, jedinica lokalne uprave i samouprave te zbog činjenice da su dionice i obveznice osnovni elementi investicijskih portfelja većine institucionalnih investitora, kao i zbog isprepletenosti faktora koji utječu na obveznička i dionička tržišta, uobičajeno je podrazumjevati da se pojam tržišta kapitala definira kao što smo mi to učinili.

Pod **međuvalutnim tržištem** (eng. *Foreign Exchange Markets, FX*) podrazumijevamo uređeno tržište na kojem se razmjenjuju valute, odnosno na kojem se trguje valutama (promjene tečajeva valuta zapravo predstavljaju promjene cijena pojedinih parova valuta). Riječ je o tržistu na kojem se banke osnovni sudionici, a zanimljivo je napomenuti da je međuvalutno tržište u osnovi potpuno globalizirano te se trgovanje na njemu događa kontinuirano (24 sata na dan).

3.2.1 Poželjne karakteristike tržišta

Postoji nekoliko karakteristika koje su poželjne za sva financijska tržišta. Te karakteristike čine tržista "boljima", odnosno atraktivnijima za trgovanje.

Osnovna karakteristika dobrog tržišta je **jednostavna i pravovremena dostupnost informacija** o postignutim cijenama te količinama kojima se trguje na tržištu (te količine se često zovu volumeni). Pri tome se podrazumjeva da su lagano dostupni podaci o trenutnom trgovanju, ali i povijesni podaci o trgovanju.

Druga poželjna karakteristika je **likvidnost** tržišta. Pod likvidnošću podrazumijevamo mogućnost brzog obavljanja transakcija, kupnje ili prodaje, po cijenama koje preovladavaju u trenutku odluke o obavljanju transakcije, uz pretpostavku da upravo tada neka značajna vjesti nije došla na tržište. Drugim riječima, tržište je likvidno ukoliko pojedinačne transakcije ne uzrokuju značajnu promjenu cijene imovine kojom se trguje.[1] Uz to je usko vezan pojam **neprekidnosti cijene**. Riječ je o poželjnoj karakteristici tržišta kojom pretpostavljamo da se cijene roba kojima se trguje vrlo malo mijenjaju od transakcije do transakcije, opet, uz pretpostavku da neka značajna vijest nije došla na tržište. Da bi tržište imalo navedene karakteristike likvidnosti i neprekidnosti cijene nužno je da postoji velik broj tržišnih sudionika koji su spremni obaviti transakcije (trgovati) po različitim cijenama i to kao odgovor na promjenu cijene, odnosno promjenu u odnosu ponude i potražnje.

Naravno, očekujemo da će na dobrom tržištu troškovi trgovanja biti relativno mali. Malo kasnije u ovom poglavlju ćemo precizirati koji su to troškovi trgovanja.

Napokon, zadnja poželjna karakteristika financijskog tržišta nije samorazumljiva, a vezana je uz neke osnovne modele tržišta kapitala, odnosno uz pojam efikasnosti. Naime,

[1] Pojam likvidnosti je vrlo važan za financije, odnosno investiranje. Njegova važnost posebno raste u trenucima velikih financijskih kriza kada pitanje likvidnosti, odnosno brze unovčivosti, neke imovine postaje dominantno. Vratit ćemo se pojmu likvidnosti više puta u ovoj knjizi.

poželjno je imati tržište na kojem se cijene vrlo brzo prilagođavaju novim informacijama koje dolaze na tržište. Ovu karakteristiku ćemo detaljnije opisati u sljedećem poglavlju.

Sve navedene karakteristike financijskih tržišta nisu uvijek prisutne, a njihovo odsustvo u značajnoj mjeri utječe na atraktivnost pojedinog tržišta i spremnost različitih tržišnih sudionika da sudjeluju na tom tržištu. Pri tome se u razvoju tržišta javljaju pozitne povratne sprege: ukoliko tržište posjeduje većinu dobrih karakteristika ono postaje atraktivnije za sve veći broj tržišnih karakteristika što pospješuje njegovo funkcioniranje i čini ga još atraktivnijim. U praksi to dovodi do trenda koncentracije tgovanja na manjem broju tržišta koja u velikoj mjeri posjeduju sve navedene poželjne karakteristike.

3.2.2 Primarna i sekundarna tržišta kapitala

Osnovna podjela tržišta kapitala je ona na **primarna** i **sekundarna** tržišta. Na primarnim tržištima poduzeća, države, jedinice lokalne uprave i samouprave te neke duge paradržavne institucije[2] prodaju vrijednosne papire kako bi osigurali dugoročne izvore financiranja. Pri tome pod vrijednosnim papirima koje izdaju mislimo na obveznice i dionice (očito, samo u slučaju financiranja poduzeća).
Države svoje obveznice prodaju putem **aukcija** ili putem **pregovora**. U slučaju održavanja aukcija obično postoji određeni broj ovlaštenih financijskih posrednika, tako zvanih primarnih dealera, koji mogu davati ponude za kupnju obveznica na aukcijama koje imaju unaprijed definiran skup pravila. Tako kupljene obveznice primarni dealeri preprodaju drugim zainteresiranim investitorima. Značajan broj razvijenih zemalja ima uspostavljen sustav primarnih dealera, a svakako je najpoznatiji sustav primarnih dealera u SAD-u. Broj primarnih dealera u SAD-u mijenja se vremenom, a kreće se oko dvadeset posrednika, mahom investicijskih banaka. Da bi sustav primarnih aukcija državnih obveznica zaživio potreban je relativno precizan godišnji kalendar izdanja obveznica u kojem su navedeni datumi izdanja, rokovi izdanja (najuobičajeniji su dvije, pet i deset godina) te okvirne veličine izdanja.
Drugi način izdavanja državnih obveznica je putem pregovora države s agentima izdanja obveznica, pri čemu je opet najčešće riječ o bankama. U okviru pregovora predstavnika države s budućim agentima izdanja utvrđuju se uvjeti izdanja, poput dospijeća, kupona, valute izdanja i slično, te se po okončanju pregovora obveznice nude drugim zainteresiranim investitorima. Ovakav način izdavanja državnih obveznica na primarnom tržištu je fleksibilan jer uključuje pregovore, ali je i vjerojatno manje efikasan jer je konkurencija i razina kompetitivnosti među bankama pri incijalnoj kupnji obveznica, a samim time i kasnijoj distribuciji obveznica drugim investitorima, manja od one koja se postiže aukcijama. U Hrvatskoj je uobičajen ovakav način izdavanja državnih obveznica. Iznimka su aukcije trezorskih zapisa Ministarstva financija RH koji se izdaju na tjednim aukcijama i s rokovima dospijeća od tri, šest i dvanaest mjeseci.
Ponekad države izdaju svoje obveznice na stranim tržištima, dakle ne u svojoj državi, a motiv je uglavnom vezan uz mogućnost postizanja boljih uvjeta izdanja. Uz takva izdanja vezana je tradicionalna terminologija prema kojoj se takve obveznice nazivaju Euroobveznice (eng. *Eurobonds*). To je generički naziv za obveznice izdane izvan domicilne države i u stranoj valuti, a ponekad se koriste i nazivi poput Samurai obveznice za strane obveznice izdane u Japanu ili Yankee obveznice za strane obveznice izdane u SAD-u.

Jedinice lokalne uprave i samouprave pri izdavanju svojih obveznica također koriste pregovore s bankama pa čak i dogovor s jednom bankom koja dogovara uvjete izdanja i distribuciju drugim investitorima. Kako se u javnoj upravi često koristi institut javne

[2] Svjetska banka, Hrvatska banka za obnovu i razvitak (HBOR), Europska investicijska banka i slično.

nabave, radi smanjenja mogućnosti za pojavu korupcije, tako se ponekad, i kod nas, ali i na drugim tržištima, traže ponude više banaka te se izabire ona koja je najbolja za izdavatelja. Izdanja jedinice lokalne uprave i samouprave su u pravilu značajno manja od državnih te se izdaju pod nepovoljnijim uvjetima od državnih.

Obveznice poduzeća, odnosno korporative obveznice, najčešće se izdaju tako da poduzeće pristupi nekolicini banaka te ispita mogućnosti za izdavanje obveznice s određenim dospijećem, valutu obveznice, osiguranja koja može ili treba ponuditi, veličinu kupona, ukupni iznos i slično. U toj interakciji, dakle kroz pregovore, dolazi se do osnovnih elemenata budućeg izdanja obveznica koje će banka, a vrlo često i više njih, ponuditi većem broju investitora.
Na sličan način poduzeća dolaze i do novog kapitala - kroz pregovore, odnosno razgovore i savjetovanje s bankama. Zbog sve veće kompleksnosti financijskih tržišta i dostupnih financijskih instrumenata savjetodavna funkcija financijskih posrednika je sve više izražena. Tako se na problem financiranja poduzeća može gledati s više aspekata jer su dostupni razni načini financiranja: od izdavanja komercijalnih zapisa ili obveznica, preko izdavanja konvertibilnih obveznica ili preferencijalnih dionica pa do izdavanja novih dionica. Sve se te aktivnosti financiranja odvijaju u okviru primarnih tržišta - dijela tržišta kapitala na kojem novi vrijednosni papiri (imovina) bivaju kreirani.
Potrebno je uočiti da se dionice poduzeća ne izdaju samo prikupljanjem novog kapitala od strane poduzeća. Nove dionice mogu biti izdane na tržištu kapitala i izlistavanjem postojećih dionica kao i inicijalnom ponudom dionica (IPO - eng. *Initial Public Offering*). Mogućnost izlistavanja novih dionica, na primjer izlistavanje dionica koje su već izdane na nekoj drugoj burzi, ovisi prije svega o pravilima tgovanja i uvrštenja novih vrijednosnih papira na određenom tržištu kapitala (burzi). Ukoliko se dionice nekog poduzeća po prvi puta nude investitorima, onda se taj postupak naziva inicijalna ponuda dionica. U Hrvatskoj je bilo nekoliko inicijalnih ponuda dionica na Zagrebačkoj burzi, a do sada najveće i najzapaženije su bile incijalne ponude dionica INA-e i HT-a. Nije rijetkost da se prilikom inicijalne ponude dionica poduzeća, odnosno njihove Uprave i dioničari, odluče za kombiniranu ponudu postojećih dionica drugim investitorima te istovremeno prikupljanje novog kapitala izdavanjem novih dionica. Primjer takvog IPO-a u Hrvatskoj bio je onaj Atlantic grupe, dok je na globalnom tržištu najpoznatiji novi primjer IPO Facebooka. Inicijalne ponude dionica su veliki događaji u razvoju svakog tržišta kapitala jer u javnu ponudu dolaze dionice koje su do tada bile u vlasništu manjeg broja privatnih investitora. Kako bi šira investicijska zajednica bila detaljno upoznata s poslovanjem poduzeća čije se dionice nude na prodaju uobičajeno je da se prilikom inicijalnih ponuda dionica (ali i prilikom povećanja kapitala poduzeća ili izdanja nove obveznice poduzeća ili države) izdaju Prospekti novog izdanja dionica (isto je i za obveznice) u kojem su navedene karakteristike vrijednosnog papira koji se izdaje te detaljni podaci o izdavatelju. Postoji iznimka prilikom koje izdavatelj novih dionica (obveznica) ne mora izraditi prospekt novog izdanja, a ona se odnosi na slučaj privatnog plasmana dionica (obveznica) manjem broju profesionalnih investitora. U tom slučaju se dionice (obveznice) ne nude široj investicijskoj javnosti pa je i postupak nešto jednostavniji.
Vidjeli smo da se kod svih aktivnosti na primarnim tržištima kapitala javljaju posrednici, najčešće banke, ali mogu biti i neke brokerske kuće i slično, koji pružaju razne usluge savjetovanja ili čak i formalno preuzimaju rizik plasmana obveznica ili dionica zainteresiranim investitorima. Jasno je da za te svoje usluge navedeni posrednici naplaćuju i neke naknade. Njihova veličina izrazito varira od tržišta do tržišta, a u Hrvatskoj se takve naknade kreću od otprilike $0,3\%$ za izdanje državnih obveznica pa do 2 i više posto za izdanja rizičnijih obveznica ili dionica. Navedene naknade naplaćuju se na nominalne iznose obveznica ili dionica koji se izdaju na tržištu.

Obveznice i dionice koje se izdaju na primarnim tržištima svoj kasniji "život" nastavljaju na sekundarnim tržištima kapitala. Na njima je omogućena trgovina postojećim vrijednosnim papirima, odnosno omogućena je promjena vlasništva nad postojećim vrijednosnim papirima. Osnovni primjer sekundarnog tržišta su burze dionica. Burze su najčešće privatna poduzeća čije su ovlasti regulirane zakonima, a same definiraju neka pravila koja se tiču organizacije trgovanja, pravila trgovanja, mogućnosti za uvrštenje pojedinih dionica i slično. U Hrvatskoj danas postoji samo jedna burza dionica, Zagrebačka burza, a ranije je postojala i Varaždinska burza koja je 2007. godine pripojena Zagrebačkoj.

Tradicionalno se uloga sekundarnog tržišta tumači u dosta reduciranoj formi prema kojoj je jedina funkcija sekundarnih tržišta osiguravanje likvidnosti postojećim vrijednosnim papirima, odnosno omogućavanje njihove preprodaje, radi povećanja atraktivnosti primarnih tržišta. Nije teško razumijeti takvo tumačenje uloge sekundarnih tržišta ukoliko prihvatimo pretpostavku da se jedina korisna ekonomska aktivnost na financijskim tržištima događa na primarnom tržištu i to kroz omogućavanje financiranja država, poduzeća i ostalih subjekata koji imaju pristup njima. Takvo tumačenje može se smatrati previše restriktivnim. Naime, sama karakteristika brze unovčivosti, odnosno lividnosti, vrijednosnih papira nije trivijalna jer ona omogućava i stvaranje kvalitativno novih odnosa na tržištima kapitala. Primjerice, povećana likvidnost neke imovine omogućava stvaranje izvedenica na tu imovinu, a izvedenice omogućavaju smanjenje nekih rizika. Time se kroz aktivnosti na sekundarnom tržištu ispunjava jedna od osnovnih funkcija financijskih tržišta (tržišta kapitala), a to je upravljanje rizicima.[3]

Čitatelj ne treba razmišljati o različitosti primarnih i sekundarnih tržišta kapitala u kontekstu njihove moguće fizičke razdvojenosti jer je riječ o dva dijela istog tržišta koji su regulirani na drugačije načine te ispunjavaju drugačije funkcije. U okviru primarnih tržišta kreiraju se novi vrijednosni papiri te se obavlja osnovna funkcija alokacije ekonomskih resursa, a nakon njihovog izdavanja počinje trgovanje na sekundarnim tržištima. Bez razvijenih sekundarnih tržišta kapitala broj investitora koji bi kupovali vrijednosne papire na primarim tržištima zasigurno bio bi značajno manji: tko bi kupovao dugoročne obveznice ili dionice ukoliko ih ne bi mogao kasnije prodati? Način na koji se trguje vrijednosnim papirima opisujemo u sljedećem odjeljku.

3.2.3 Tipovi tržišta

Dva osnovna tipa tržišta kapitala su **tržišta direktnog spajanja** i **tržišta market makera**. Osnovna razlika među njima je u načinu posredovanja transakcija kupnje i prodaje pojedinog vrijednosnog papira. Prije nego što to preciznije objasnimo pokušat ćemo steći malo intuicije u trgovanju na dioničkom tržištu.

Primjer 3.2.1. Pretpostavimo da imamo 200 dionica HT-a (Hrvatskog telekoma) te da želimo prodati 100 dionica na Zagrebačkoj burzi (burzi dionica). Te dionice možemo prodati tako da nazovemo brokera i zadamo mu nalog za prodaju dionica, ali u novije vrijeme možemo i relativno lako dobiti pristup nekoj od bankarskih ili brokerskih računalnih aplikacija kojom zadajemo naloge na burzi (ne baš popuno direktno jer to opet formalno radi broker, ali zbog brzine realizacije praktički nema razlike za većinu

[3] Cinik bi na ovom mjestu mogao reći da smo upravo ustvrdili da se na sekundarnom tržištu mogu smanjiti rizici koje smo isprva stekli ulažući u neke vrijednosne papire, posebice dionice, pa je stoga suvišno uopće raspravljati o smanjenju rizika kada se on može u potpunosti izbjeći neulaganjem u te vrijednosne papire. Moglo bi se tako razmišljati, ali treba uočiti da nije moguće postići pozitivan realni povrat u dužem roku ukoliko se ne prihvate neki rizici. Općenito se mnogi rizici vezani uz investiranje često pogrešno pripisuju nekim pojedinačnim klasama imovine dok su oni (rizici) inherentno vezani uz sveukupno funkcioniranje ekonomskog sustava, odnosno uz nesigurnosti koje proizlaze iz nemogućnosti predviđanja budućnosti, pa su time svojstveni svim klasama imovine, uz moguće različite intenzitete.

investitora). U svakom slučaju, kada odaberemo dionicu HT-a vidjet ćemo da su u okviru sustava, rekli bismo "na burzi", već dani mnogi nalozi za kupnju dionica HT-a, odnosno njihovu prodaju. Većina aplikacija koje agregiraju podatke s burze imaju pregled koji bi izgledao poput niže navedenog. Pretpostavimo da je zadnja cijena po kojoj je obavljena trgovina dionicama HT-a bila 219.

Broj komada na kupnji	Kupovna cijena	Prodajna cijena	Broj komada na prodaji
53	$218,50$	$219,00$	128
67	$218,11$	$219,45$	83
150	$218,10$	$219,50$	150
82	$218,06$	$219,85$	45
220	$218,05$	$219,90$	420
135	$218,01$	$220,00$	200
1000	$218,00$	$220,49$	75
150	$217,80$	$220,50$	700

Vidimo da su nalozi za kupnju i za prodaju dionica HT-a zadani po različitim cijenama, a k tome su i količine koje se nude različite. Sada nam postaje jasno da naša namjera da prodamo 100 dionica HT-a zahtjeva neke odluke kojih nismo odmah bili svjesni. Naime, trebamo odlučiti kako ćemo i po kojoj cijeni prodati svoje dionice. Ne znajući puno o trgovanju mogli bismo reći da želimo prodati po tržišnoj cijeni. Ali, koja je to tržišna cijena? Da li je to zadnja cijena po kojoj se trgovalo (219 kuna po dionici) ili najbolja ponuda za kupnju dionica $(218,50)$? Nema jednoznačnog odgovora na to pitanje.

Zadnja cijena trgovanja bila je 219 kuna po dionici, ali po toj cijeni trenutno nema ponude za kupnju dionica pa po toj cijeni ne možemo niti prodati dionice. Stoga nam ta cijena nije posebno značajna. Ukoliko želimo odmah prodati 53 dionice, najbolji odgovor bi bio da je tržišna cijena $218,50$ jer po toj cijeni možemo odmah realizirati prodaju dionica. Ukoliko želimo odmah prodati 100 komada dionica HT-a, kao što smo pretpostavili, najbolja cijena koju odmah možemo postići, ona koju nam nudi "tržište", je $218,50$ za 53 komada dionica i $218,11$ za preostalih 47 komada dionica. Drugim riječima, prosječna cijena koju možemo postići je $218,3167$ pa je za nas to tržišna cijena usprkos činjenici da po toj cijeni nije provedena niti jedna transakcija na burzi. Ukoliko nam se ne žuri, možemo probati prodati svojih 100 dionica po 219 kuna, ali u tom slučaju trebamo čekati da netko zaista i kupi dovoljan broj dionica po toj cijeni (uočimo da će prvo biti izvršen od prije zadan nalog za prodaju 128 dionica HT-a). Ne treba niti isticati da je moguće da do kraja dana uopće više neće biti transakcija po 219 kuna po dionici pa naš nalog neće biti izvršen, odnosno nećemo uspijeti prodati svojh 100 dionica. Možemo biti još neskromniji i staviti nalog za prodaju po još većoj cijeni, ali time riskiramo da se značajno udaljimo od cijena po kojima se trguje dionicom HT-a, a samim time i da se predviđena prodaja dionica uopće ne dogodi.

Korisno je za uočiti da se kod odluke o načinu prodaje, na primjer, 1.000 dionica HT-a, sva gore navedena razmatranja još više kompliciraju jer je još teže odrediti koja je to cijena po kojoj možemo prodati 1.000 donica HT-a. Naravno, slično kao gore, najjednostavnije je prodati odmah svih 1.000 dionica po već postavljenim ponudama za kupnju čime možemo postići prosječnu cijenu od $218,06614$ kuna, ali to općenito govoreći može biti neostvarivo. Jasno je zašto ako umjesto 1.000 želimo prodati 100.000 dionica. U tom slučaju zapravo niti ne pokušavamo odmah prodati sve dionice jer nema dovoljno ponudi za kupnju koje su javno istaknute na burzi. To ne znači nužno da nema interesa za kupnjom 100.000 dionica HT-a, ali je za prodaju potrebno ili pronaći, putem brokera, kupca i ispregovarati cijenu za taj "paket" dionica ili početi prodavati dionice polako, kroz duže vremensko razdoblje po istaknutim ponudama za kupnju. Za sada ćemo stati s ovim razmatranjem, ali možemo napomenuti da je tema izvršavanja naloga za kupnju ili prodaju na burzi jedna od onih tema koje se pokazuju prilično kompleksnima usprkos naizgled nepostojećem problemu (u slučaju izvršavanja manjih naloga). U čemu se sastoji kompleksnost problema može se ilustrirati, na primjer, zadatkom koji se ponekad stavlja pred brokere - kupiti/prodati značajniju količinu neke dionice, ali tako da prosječna cijena stjecanja/prodaje dionica bude manja od prosječne cijene ukupno protrgovanih dionica i slično.

Prethodnim primjerom smo željeli ilustrirati način trgovanja na burzi dionica. Smatramo da je važno upoznati se s načinom trgovanja kako bi se moglo realističnije razmatrati ostvarivost nekih ideja, kao i teorijskih pretpostavki koje ćemo kasnije upotrebljavati. Ono što svakako treba zapamtiti, a čak i gore izloženi jednostavni primjer to ilustrira vrlo jasno, jest činjenica da je pojam **tržišne cijene** teže definirati nego što bi se to moglu učiniti na prvi pogled. Ono što većina malih investitora smatra pod pojmom tržišne cijene je zapravo najbolja dostupna cijena za izvršavanje njihovih naloga (najbolje ponude za prodaju u slučaju kupnje dionica, odnosno najbolje ponude za kupnju u slučaju prodaje dionica). Za potrebe medijskog praćenja burze i izvještavanja o kretanjima cijena dionica često se pod tržišnom cijenom smatra zadnja ostvarena cijena. Za neke potrebe, poput vrednovanja dionica koje imaju u svojim portfeljima otvoreni investicijski fondovi u Hrvatskoj za hrvatske dionice, pod tržišnom cijenom se smatra ostvarena prosječna cijena u proteklom danu.[4] Koja je od tih cijena najprimjerenija za opis tržišta, odnosno trgovanja na burzi ovisi o kontekstu. Na ovom mjestu možemo još istaknuti da mnogi investitori prilikom proučavanja podatka o trgovanju nekom dionicom u prošlosti promatraju zapravo četiri podatka vezana uz dnevno (tjedno, mjesečno, ...) trgovanje, a to su: početna cijena, najniža cijena ostvarena u danu, najviša cijena ostvarena u danu i zadnja cijena trgovanja. Prema ekvivalentnim engleskim terminima se za taj skup tržišnih podataka koristi skraćenica OLHC ili OHLC (*Open, Low, High* i *Close*).

Nakon ove kratke napomene o pojmu tžišne cijene spremniji smo za iskaz osnovne karakterizacije tržišta direktnog spajanja. Tržišta direktog spajanja su ona na kojima se sve transakcije ostvaruju direktno između kupca i prodavatelja. Naime, nalozi za kupnju i prodaju se izvršavaju (realiziraju) samo ako se podudaraju cijene koje su postavili kupac i prodavatelj. Pri tome je važno uočiti da je velika većina tržišta direktnog spajanja visoko regulirana pa mogućnost postavljanja naloga na burzi imaju samo licencirani posrednici - brokeri. Stoga se direktno spajanje naloga treba shvatiti uvjetno: nalozi se spajaju direktno do na činjenicu da ih na burzu postavljaju brokeri. U literaturi na engleskom jeziku se ovaj tip tržišta često naziva i *order-driven market*. Bez sumnje najpoznatiji primjeri tržišta direktnog spajanja su suvremene burze dionica, poput Zagrebačke burze u Hrvatskoj, *Deutsche Börse* u Njemačkoj ili *London Stock Exchange* u Velikoj Britaniji.

Drugi tip tržišta su tržišta market makera. Na njima se trgovanje obavlja preko financijskih posrednika, tako zvanih *market maker*a ili *dealer*a, koji su u svakom trenutku spremni kupiti i prodati određenu količinu financijskih instrumenata kojima se trguje na takvom tržištu po određenim cijenama. Pri tome se cijena po kojoj je market maker spreman kupiti određeni vrijednosni papir naziva *bid* cijena ili samo bid, a ona po kojoj je spreman prodati taj vrijednosni papir naziva se *ask* cijena ili samo ask. Trgovina se

[4]Pod prosječnom cijenom mislimo na cijenu dobivenu dijeljenjem ukupnog prometa dionicama nekog poduzeća sa ukupnim brojem protrgovanih dionica. U osnovi je to cijena dobivena kao težinski prosjek ostvarenih trgovina, pri čemu veće pojedinačne trgovine imaju veće udjele (težine). Nerjetko se pri spominjanju tako dobivenih prosječnih cijena koristi pokrata WACC cijena od engleskog *weighted average cost of capital*, ali treba biti svjestan da je ta pokrata posuđena iz jednog drugog područja financija i u ovom se kontekstu neprecizno koristi.

na ovom tipu tržišta obavlja samo preko market makera što znači da se nalozi investitora na ovom tipu tržišta posredno izvršavaju. Iako to može značiti da se nalozi kupca i prodavatelja mogu odmah upariti i izvršiti, u osnovi tada market maker djeluje kao broker, uobičajeno je da market maker neko vrijeme zadrži u vlasništvu kupljeni vrijednosni papir i kasnije ga proda (i obratno u slučaju prodaje investitoru). Pri tome market maker računa da će moći ostvariti pozitivnu razliku između cijene po kojoj je kupio vrijednosni papir i one po kojoj ga je prodao. U literaturi na engleskom jeziku se ovaj tip tržišta često naziva i *quote-driven market.* Primjera tržišta market makera je puno: od tržišta obveznica i međuvalutnog tržišta pa do dioničkih tržišta poput NASDAQ-a (*National Association of Securities Dealers Automated Quoations*). Radi konkretizacije izlaganja u donjoj tablici dajemo pregled mogućeg izgleda agregiranih kotacija market makera (njihovih ponuda za kupnju i prodaju - bidova i askova) u slučaju trgovanja na međuvalutnom tržištu u Hrvatskoj i to za par valuta euro i kuna sa naznačenim iznosima koje je pojedini market maker spreman kupiti ili prodati.

Market maker	Kupovna cijena	Prodajna cijena	Količina
Banka E	$7,47$	$7,485$	1×1
Banka H	$7,47$	$7,49$	$0,5 \times 0,5$
Banka O	$7,465$	$7,485$	$0,5 \times 0,5$
Banka P	$7,47$	$7,49$	1×1
Banka R	$7,475$	$7,49$	1×1
Banka Z	$7,47$	$7,485$	1×1

Treba uočiti da dva tipa tržišta koje smo naveli nisu uvijek strogo odijeljena. Tako, na primjer, i na Zagrebačkoj burzi većina naloga biva zadana kao "obični" nalozi za kupnju i prodaju, ali na nekim dionicama postoje brokeri koji funkcioniraju kao market makeri, to jest, u svakom trenutku ističu svoju ponudu za kupnju i prodaju dionice. Moguće je da i neki drugi investitori neformalno na nekim dionicama istaknu ponude za kupnju i prodaju dionice, ali je razlika od posredništva u formi market makera u tome da market makeri formalno preuzimaju obavezu istovremenog isticanja ponude za kupnju i prodaju dionica sa unaprijed definiranim minimalnim iznosima naloga koje postavljaju. Najpoznatiji primjer hibridnog tržišta je najveća američka burza dionica NYSE-a (*New York Stock Exchange*) na kojoj je trgovanje u prošlosti bilo oslonjeno na specijaliste koji su trgovali pojedinim dionicama te su preuzimali ulogu market makera [5], ali i ta je burza u međuvremenu postala dominantno brokersko tržište, odnosno tržište direktnog spajanja.

Iako se posrednici na tržištima market makera i tržištima direktnog spajanja razlikuju, jasno je da oni za svoju uslugu posredovanja žele i trebaju biti kompenzirani. U slučaju brokera kompenzacija je uglavnom vezana uz brokersku naknadu koja se najčešće iskazuje i obračunava kao postotak transakcije koju broker izvrši, a ponekad se brokerska naknada određuje i kao neki fiksni iznos koji se unaprijed dogovara. U slučaju market makera kompenzacija se ostvaruje kroz razliku između kupovne i prodaje cijene koju market maker kotira, odnosno iskazuje prema potencijalnim klijentima (investitorima). Ta razlika se naziva *bid-ask spread* i ona u pravilu nije uvijek ista, a ovisi o različitim faktorima poput opće razine kamatnih stopa, preovladavajuće razine tolerancije na rizik, uvjeta likvidnosti na tržištu, veličine transakcije za koju se traži ponuda market makera i slično. Uočimo da je još jedna važna razlika između brokera i market makera u tome

[5] U pravilu su specijalisti trgovali sa do desetak dionica. U filmovima u kojima se pokazuje trgovanje na burzi specijalisti su bile one osobe koje su skupljale naloge od glasnih ljudi koji ih okružuju - brokera. Danas se na burzama uglavnom ne mogu više vidjeti takve scene jer je trgovanje većinom kompjuterizirano. Nešto više o evoluciji NYSE, zajedno sa referencama, može se naći u [R&B].

da market makeri ulaze u vlasništvo financijske imovine kojom trguju dok brokeri to ne čine. Brokeri financijsku imovinu kupuju u ime i za račun klijenata.
Mogli bi se zapitati da li je jedan od navedenih tipova tržišta bolji od drugoga, ali odgovor, očekivano, nije jednoznačan. Kako su tržišta direktnog spajanja u pravilu dobro organizirane i regulirane burze (mogu biti i burze izvedenica na kojima se trguje futuresima, na primjer) podaci o trgovanju su vrlo transparentni i dostupni širokom krugu investitora, odnosno zainteresiranoj javnosti. Na tržištu market makera transakcije se događaju izvan vidokruga investitora, a market makeri ili uopće nemaju obavezu javnog objavljivanja svojih transakcija, kao što je slučaj na međuvalutnom tržištu, ili objavljuju podatke o trgovanju s odgodom, kao što je slučaj sa transakcijama državnim obveznicama koje se prijavljuju burzama, i u Hrvatskoj, ali se to događa u pravilu jednom dnevno. S druge strane, u situacijama u kojima nema intenzivnog trgovanja nekom imovinom uvođenje market makinga na tržište u pravilu povećava likvidnost tržišta, odnosno unovčivost imovine kojom se trguje. Stoga je u situacijama kada na nekom tržištu, ili segmentu tržišta, ne postoji velik broj investitora koji žele maksimizirati svoje profite često vrlo poticajno uvođenje sustava market makera radi povećanja likvidnosti. Malo slobodnije govoreći mogli bismo reći da je sustav market makera primjereniji tržištima kojim dominiraju veći institucionalni investitori, dok je brokerski sustav primjereniji uvjetima u kojima nema dominantnih investitora, ali ih je veliki broj. Primjer NYSE-a daje za naslutiti da u uvjetima velike konkurencije među investitorima sustav market makera nije potreban jer se dovoljna likvidnost postiže brzim i efikasnim sustavom zadavanja naloga na burzi putem brokera, odnosno računalnih aplikacija i sustava koji to omogućuju.

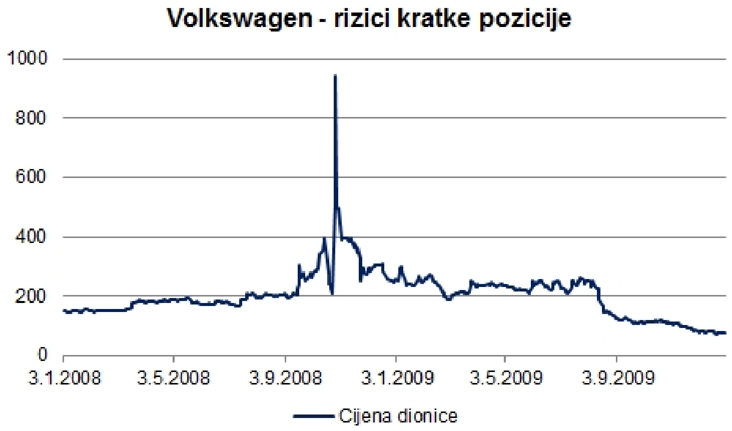
Za kraj ovog potpoglavlja kratko ćemo se osvrnuti na tipove naloga za kupnju ili prodaju koji se mogu zadavati na financijskim tržištima. Već smo vidjeli da je jedan tip naloga kupnja ili prodaja po tržišnoj cijeni pri čemu se tržišna cijena u tom slučaju definira kao najbolja ponuda po kojoj se transakcija može izvršiti. Drugi tip naloga je nalog za kupnju, odnosno prodaju, do određene cijene (eng. *limit order*). Primjer tržišnog naloga za kupnju u primjeru 3.2.1 bio bi nalog za kupnju 80 dionica HT-a po tržišnoj cijeni koji bi se izvršio po cijeni od 219 kuna po dionici. Primjer naloga za kupnju do određene cijene bio bi nalog za kupnju 400 dionica do cijene $219,50$ koji bi bio parcijalno izvršen jer bi se obavila kupnja 383 dionice, a nalog za kupnju 17 dionica bi ostao istaknut na burzi. Primjer naloga koji ne bi bio izvršen je nalog za kupnju 200 dionica HT-a do cijene od $218,85$.
Kod naloga kupnje ili prodaje do određene cijene potrebno je definirati i rok valjanosti naloga - do kraja dana, dok se ne otkaže i slično. Podtip naloga kupnje do određene cijene je nalog tipa *fill or kill* koji se ili cijeli odmah izvršava ili se otkazuje.
Još jedan tip naloga je prodaja vrijednosnog papira koji investitor nema u vlasništvu, eng. *short sale*. Racional za takvu prodaju nalazi se u uvjerenju nekog investitora da je pojedina dionica, ili neka druga financijska imovina, precijenjena te da će budući razvoj događaja na određenom financijskom tržištu to i potvrditi. U takvom tipu transakcije investitor koji želi "shortati" neku dionicu, na primjer, mora prije svega posuditi određeni broj dionica poduzeća u kojem želi biti *short* [6], zatim je prodaje na tržištu te dobiveni novac pohranjuje, najčešće kod brokera, kao osiguranje da će izvršiti svoje obaveze u budućnosti. U pravilu novac koji se dobiva prodajom nije dovoljan kao osiguranje već je potrebno uložiti i nešto veći iznos, moguće i 50% veći, a konkretni iznosi ovise o tržištu na kojem se posluje, pravilima brokera i slično. Treba uočiti da je kratka pozicija u nekom vrijednosnom papiru, na primjer dionici, jedna od onih pozicija na tržištima kapitala u kojima je mogući gubitak teoretski neograničen jer u slučaju rasta dionice u

[6] Mogli bi reći i "u kojem želi imati kratku poziciju", u skladu s terminologijom sa tržišta izvedenica.

kojoj je zauzeta kratka pozicija investitor koji je *short* gubi. Pri tome je mogući gubitak i veći od pohranjenog sigurnosnog depozita. Načelni mehanizam provođenja *short sales* transakcije dan je u donjem primjeru.

Primjer 3.2.2. Pretpostavimo da neki investitor želi napraviti *short sales* dionice ABC čija je cijena 200 kuna. Preko svog brokera investitor posuđuje 100 dionica i prodaje ih po cijeni 200 kuna na tržištu. Dobivenih 20.000 kuna investitor pohranjuje kod brokera kao sigurnosni depozit te dodaje još 10.000 kuna. Nakon toga broker ima ukupno osiguranje od 30.000 kuna za transakciju koju provodi, dok je investitor angažirao ukupno 10.000 kuna svog novca (u praksi će troškovi investitora biti uvećani i za brokersku proviziju te za naknadu za posudbu dionica, ali ovdje ćemo to zanemariti).
Pretpostavimo sada da cijena dionice padne za 25%, dakle na 150 kuna, te da po toj cijeni investitor kupi 100 dionica na tržištu, vrati ih brokeru te uzme deponirani iznos novca (rekli bismo da "zatvori" svoju kratku poziciju). Za kupnju dionica po cijeni od 150 kuna investitor potroši 15.000 kuna, ali mu broker "oslobodi" onih 20.000 kuna koji su ostali kao sigurnosni depozit, kao i investitorovih 10.000 kuna. Stoga je na uloženih 10.000 kuna investitor ostvario dobit od 20.000 − 15.000 = 5.000 kuna, što je dvostruka dobit od postotnog pada dionice (u ovom primjeru ne uzimamo u obzir vremensku komponentu, tj. gledamo smo povrat u vremenu držanja). Naravno, što je sigurnosna margina koja se zahtjeva od investitora manja to je moguća dobit veća.
S druge strane, ukoliko cijena dionice poraste na 300 kuna, broker će tražiti od investitora da nadopuni sigurnosni depozit (kao i kod futuresa, to se naziva *margin call*) ili će jednostavno kupiti 100 dionica na tržištu i vratiti posuđene dionice. Za to će broker potrošiti 30.000 kuna, a to je jednako ukupno položenom sigurnosnom depozitu. Drugim riječima, u tom slučaju investitor ostaje bez svojih 10.000 kuna.

Kao što vidimo *short sales* je vrlo rizična transakcija i zahtjeva stalni nadzor svih uključenih strana. Da nije riječ o nekom "akademskom" riziku kojim se iz puke predostrožnosti plaše pridošlice na tržištima kapitala pokazuje i poznati primjer iz 2008. godine. Tada su *short* pozicije u mnogim dionicama u Europi, ali i SAD-u, bile posebno velike (dakle, omjer dionica koje su investitori prodali, a da ih ne posjeduju, i ukupnog broja dionica je bio velik). Isti slučaj je bio i sa dionicama Volkswagena, s time da je broj dionica Volkswagena koji nije u vlasništvu strateških investitora bio vrlo mali. Drugim riječima, broj dionica koji je brzo dostupan za prodaju bio je mali; rekli bismo da je mali *free float* te dionice. Nakon što je Porsche najavio da želi preuzeti više od 75% dionica Volkswagena, cijena dionice Volkswagena je počela rasti. Intenzitetu rasta svakako su doprinijeli i *short seller*i koji su počeli ubrzano zatvarati svoje kratke pozicije, odnosno kupovati dionice Volkswagena! Ovakva situacija na tržištu u kojoj *short seller*i čine većinu kupnji na tržištu i uzrokuju intenzivan rast cijene naziva se *short squeeze*. Kako je to točno izgledalo u navedenom slučaju dionice Volkswagena možemo vidjeti na donjem grafu, a možemo napomenuti da je na maksimalnoj cijeni Volkswagen u tom trenutku bio najvrijednije poduzeće na svijetu mjereno veličinom tržišne kapitalizacije (cijena dionice pomnožena sa ukupnim brojem dionica). Ne treba posebno isticati da je velik broj investitora koji su imali kratke pozicije u dionici Volkswagena izgubio ozbiljne novce. U to vrijeme se procjenjivalo da su ukupni gubici na kratkim pozicijama u dionicama Volkswagena iznosili oko 20 milijardi dolara.



Izvor: Bloomberg

Iako je *short sales* rizičan, velik broj tržišnih sudionika koristi u nekoj formi takve transakcije. Dodatno, mnogi teorijski koncepti u financijama zapravo eksplicitno pretpostavljaju postojanje *short sales*a pri čemu je mogućnost provođenja *short sales*a na različitim vrijednosnim papirima ili klasama imovine jedna od glavnih premisa za postojanje efikasnih tržišta kapitala (u sljedećem poglavlju ćemo reći više o tome). Ideja je da *short seller*i svojim akcijama ispravljaju tržišne anomalije doprinoseći time "pravilnom" vrednovanju različite financijske imovine. Usprkos tome, *short sales* ima uglavnom negativnu percepciju u općoj javnosti. Za sada nećemo dodatno ulaziti u argumente za i protiv *short sales*a, nego ćemo samo skrenuti pažnju čitatelja na činjenicu da je općenito zauzimanje pozicija koje zarađuju na padu vrijednosti neke imovine osjetno neintuitivnije i "neprirodnije" nego što se može učiniti na prvi pogled.
U Hrvatskoj *short sales* transakcije nisu dozvoljene.

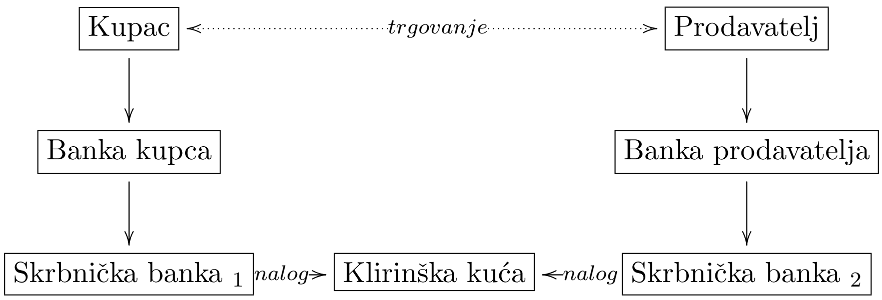
Kako bi upotpunili sliku o funkcioniranju financijskih tržišta želimo skrenuti pažnju na jedan njihov važan aspekt, a to je postupak prijenosa vlasništva sa prodavatelja na kupca nakon ostvarenog trgovanja. Naime, na financijskim tržištima je uobičajeno da sa prilikom trgovanja razlikuju datum trgovanja i datum prijenosa vlasništva. Drugim riječima, razlikuju se datum isporuke vrijednosnog papira kupcu i datum zaprimanja odgovarajućeg novčanog, ili kakvog drugog, iznosa od strane prodavatelja. Proces koji uključuje radnje nakon trgovanja, a uključuje prijenos vlasništva, naziva se proces **namire** vrijednosnog papira (eng. *settlement*).
Neupućeni čitatelj bi se mogao, opravdano, zapitati u čemu je problem sa prijenosom vlasništva. Osoba A kupi vrijednosni papir od osobe B, plati dogovoreni iznos, a osoba B mu prenese vlasništvo nad vrijednosnim papirom. No, što ako osoba A ne plati dogovoreni iznos? Da li će spor rješavati sud? Koji sud ako je transakcija mđunarodna? Što ako osoba B primi novac, a odbije prenijeti vlasništvo? Kako se uopće mijenja vlasništvo nad vrijednosnim papirima? I kako organizirati sve promjene vlasništva ako znamo da se dnevno dogode milioni transakcija vrijednosnim papirima u cijelom svijetu?

Da bi se odgovorilo na probleme indicirane gornjim pitanjima, naravno i nekim drugima, uspostavljene su određene institucije i procesi koji djeluju kao pozadinska infrastruktura financijskim tržištima. Većina njih je organizirana na razini država, ali su neke i međunarodne. Precizan opis sustava se razlikuje u pojedinim državama, ali postoje mnogi zajednički elementi. Ovdje ćemo na primjeru Hrvatske naznačiti osnovne mehanizme i institucije koje su prisutne u okviru te pozadinske infrastrukture. Cilj svih njih je smanjenje rizika namire, odnosno nesmetan i jeftin sustav promjene vlasništva, odnosno ostvarenje jednog od osnovnih ciljeva koje ispunjavaju financijska tržišta, a to je omogućavanje trgovanja.

Stavimo se sada u ulogu kupca dionica na Zagrebačkoj burzi. Prije samog početka trgovanja moramo odabrati brokera koji će za nas obaviti neke pozadinske poslove, otovoriti nam račun i biti spreman za provođenje naših naloga. Trebamo znati da brokeri imaju svoje račune u bankama i da na tim računima čuvaju novac klijenata (načelno su ti računi izuzeti iz imovine banaka te nisu dio stečajne ili likvidacijske mase). Kada odlučimo kupiti neku dionicu uplaćujemo iznos potreban za provedbu transakcije na račun brokera, a on kupuje traženu dionicu u dogovorenom iznosu. Nakon toga se obavijest o toj transakciji prosljeđuje u SKDD (Središnje klirinško depozitarno društvo) i to sa strane kupca, to jest našeg brokera, ali i sa strane prodavatelja. SKDD sadrži registar svih domaćih vrijednosnih papira (dionica, ali i obveznica; u nekim zemljama takve intitucije sadrže i registar udjelničara fondova), odnosno podatke o vlasništvu nad pojedinim vrijednosnim papirom.
Osim vođenja tog registra, rekli bismo obavljanja usluge depozitorija vrijednosnih papira (više na www.skdd.hr), SKDD pruža i uslugu namire vrijednosnih papira, odnosno prijenosa vlasništva nad vrijednosnim papirima. Ono što treba znati vezano na temu namire i naloga za prijenosom vlasništva je to da postoje dva osnovna tipa naloga za prijenosom vlasništva: isporuka vrijednosnih papira bez plaćanja (eng. *Free of Payment*) i isporuka vrijednosnih papira uz plaćanje (eng. *Delivery versus Payment*). U slučaju isporuke vrijednosnih papira bez plaćanja daje se nalog (SKDD-u) za prijenos vlasništva sa računa jednog investitora na račun drugog investitora bez obaveze plaćanja, odnosno provjere o isporuci novca prodavatelju. U praksi to znači da se plaćanje novcem obavlja paralelno sa prijenosom vlasništva i da jedno nije uvjetovano drugim. To bi dodatno indiciralo da si kupac i prodavatelj u potpunosti vjeruju ili da je jedan od njih u poziciji da nametne uvjete namire drugome. U slučaju isporuke vrijednosnih papira uz plaćanje isporuka vrijednosnog papira se obavlja istovremeno s isporukom novca. Upravo je provedba te istovremenosti jedna od osnovnih funkcija klirinških kuća koju one obavljaju i to tako da zaprime podatke potrebne za namiru od kupca i prodavatelja vrijednosnog papira te osiguravaju njihovu provedbu samo ako se podaci podudaraju[7]. Ne treba isticati da je provedba namire uz isporuku vrijednosnih papira uz plaćanje značajno sigurnija pa smanjuje rizik provedbe namire. U skladu s upravo opisanim postupkom vidimo da će se namira naše transakcije na burzi obaviti, odnosno postat ćemo vlasnici kupljenih dionica, nakon što se promjena vlasništva provede i registrira u SKDD-u. U pravilu se to dogodi 3 dana nakon dana trgovanja.
Osim što možemo kupovati domaće vrijednosne papire možemo kupiti i neke strane. U pravilu ćemo u tu svrhu morati otvoriti i skrbnički račun. Pojam skrbništva, odnosno skrbničke banke, vezan je uz pohranu vrijednosnih papira i to posebno onih za koje ne postoji centralni registar poput, na primjer, stranih državnih obveznica. Osim toga, institucionalni investitori u pravilu imaju banke srbnike kod kojih pohranjuju svoju imovinu. U današnje vrijeme ta pohrana nema fizički karakter, već je vezana uz elektronsku registraciju vlasništva ili promjene vlasništva. Osim toga, skrbničke banke obavljaju i neke druge poslove za svoje klijente poput provedbe korporativnih akcija (isplate dividende ili kupona, na primjer) ili zastupanje na Skupštinama dioničkih društava. Još je važno napomenuti da je imovina klijenata na skrbničkim računima izuzeta iz stečajne ili likvidacijske mase banke koja obavlja poslove skrbništva. Banke u Hrvatskoj mogu biti i skrbničke banke s time da se trebaju registrirati za obavljanje poslova skbništva te zadovoljiti neke norme koje zahtjevaju HNB i HANFA.
Pretpostavimo sada da kupujemo neku stranu državnu ili korporativnu obveznicu. Postavlja se pitanje kako se provodi namira na međunarodnim tržištima. U osnovi se ona ne razlikuje značajno od namire u Hrvatskoj jer postoje globalne klirinške kuće poput

[7] Ti podaci uključuju barem naziv i identifikacijski broj vrijednosnog papira kojim se trgovalo, datum trgovanja i predviđeni datum namire, zatim protrgovanu količinu te cijenu po kojoj je obavljena trgovina.

Clearstreama ili Eurocleara koje obavljaju poslove namire uz iste tipove naloga - bez plaćanja ili uz plaćanje. Shematski bi dosta općeniti proces namire izgledao kao na donjem dijagramu. Trgovanje se u pravilu odvija preko posrednika o kojima smo ranije govorili. Načelno govoreći, investitori, pogotovo institucionalni, ne moraju imati istu osnovnu banku u kojoj otvaraju svoje račune i skrbničku banku pa je to i naznačeno na dijagramu. Razmjena novca za imovinu kojom se trgovalo obavlja se u klirinškoj kući samo ako se nalozi obje skrbničke banke podudaraju. U slučaju kupnje domaće dionice od strane fizičke osobe ne bi bila uključena skrbnička banka jer bi broker u ime investitora dao nalog SKDD-u za prijenos vlasništva.



Znajući da proces trgovanja završava promjenom vlasništva, odnosno namirom vrijednosnih papira, te imajući u vidu prije opisane procese postaje nam jasno zašto se datumi trgovine i datumi namire razlikuju za većinu vrijednosnih papira i na većini financijskih tržišta. Uglavnom je ta razlika dva ili tri dana, a za precizne informacije treba provjeriti proceduru za konkretno tržište kojem se pristupa. Treba uočiti da nije uvijek moguće zadavati naloge za namiru uz plaćanje, iako bi to trebao biti pretpostavljeni način, a tipičan primjer je međuvalutno tržište u kojem banke diktiraju uvjete ostalim investitorima koji u pravilu pristaju na provedbu namire bez plaćanja.

3.3 Indeksi tržišta kapitala

Zamislite situaciju u kojoj trebate nekome tko nije u financijama, ali zna nešto o tržištima kapitala, ukratko reći kakav je bio dan na Zagrebačkoj ili njujorškoj burzi (NYSE). Jedna je mogućnost u toj situaciji krenuti nabrajati kako je taj dan dionica Podravke narasla za 0.5%, dionica HT-a za 0.23%, dok je dionica Valamar Riviere pala za $0,45\%$. I tako nastavite nabrajati kretanje cijena dionica u nekom danu. Problem se samo povećava kada isto želite napraviti za američke dionice (tisuće su izlistane na burzama). Ne bi li bilo bitno praktičnije i efikasnije moći jednostavno reći kako su se u prosjeku kretale dionice na nekoj burzi koja Vas zanima? Jasno je da je odgovor potvrdan, a indeksi tržišta kapitala (u ovom slučaju dionički indeksi) nam omogućavaju da na sažet način odgovorimo na pitanja ne samo poput gornjega, nego i na pitanja tipa: "Kakav je bio performance[8] američkih dionica u prošloj godini ili u prošlih deset godina?"

Formalno su indeksi portfelji koji se sastoje od nekih financijskih instrumenta pri čemu je udio svakog instrumenta u portfelju jasno određen. Tako su dionički indeksi portfelji dionica u kojem je udio svake dionice jasno određen. Kako su indeksi portfelji, možemo relativno jednostavno odrediti njihovu vrijednost u praktički svakom trenutku. Naravno, ukoliko znamo vrijednost indeksa u svakom trenutku jasno je da možemo odrediti i povrate koje ostvaruje indeks u različitim vremenskim rokovima. Na taj način indeksi

[8]Pod performanceom neke dionice se podrazumijeva ostvareni povrat u nekom razdoblju. Ponekada se koristi i izraz izvedba dionica ili dioničkih indeksa.

daju agregatnu informaciju o kretanju vrijednosnih papira koji ih čine. Ukoliko su vrijednosni papiri (dionice) koje čine neki indeks odabrani na neki reprezentativan način, onda možemo zaključiti da se odgovori na pitanja poput onih postavljenih na početku ovog potpoglavlja mogu najjednostavnije dati pozivajući se na kretanje vrijednosti indeksa (ili povrata koji je ostvario). Tako će nam informacija da je na neki dan indeks Zagrebačke burze porastao za 0.35% dati dosta dobar dogovor na pitanje "Kakav je bio dan na Zagrebačkoj burzi?"

Osim agregirane informacijske poruke, indeksi tržišta kapitala imaju i druge namjene. Tako se oni često koriste u znanstvenim ili stručnim radovima kako bi se donijeli neki zaključci o karakteristikama neke klase imvovine ili nekog posebnog tržišta. Oni se također koriste i kao *benchmarci* (usporedne vrijednosti) za ocjenjivanje rada portfolio managera, a upotrebljavaju ih i investitori koji koriste tehničku analizu kako bi donijeli neke odluke o kupnji ili prodaji bilo pojedinih dionica ili samog indeksa.

Za indekse tržišta kapitala je važno da su transparentni i investabilni. Transparentnost podrazumijeva objavljivanje jasne metodologije za izračun udjela pojedinog vrijednosnog papira u indeksu ili kriterije za uključivanje i isključivanje vrijednosnih papira iz indeksa. Investabilnost podrazumijeva da se u vrijednosne papire koji čine neki indeks zaista može i uložiti. Na osnovi takvih indeksa se mogu i voditi fondovi čiji je jedini cilj praćenje performancea određenog indkesa. Možemo napomenuti da postoje devijacije od oba navedena kriterija koji su poželjni za indekse tržišta kapitala, ali većina ih je konstruirana pod navedenim uvjetima.

Indekse možemo podijeliti na nekoliko načina. Tako postoje indeksi koji prate dionice, obevznice ili neke robe. Psotoje indkesi koji prate samo hrvatske (CROBEX) ili šapanjolski dionice (IBEX), postoje oni koje prate dionice poduzeća iz Europe (Stoxx Europe 600), a postoje i indeksi koji prate dionice na svjetskoj razini (MSCI World). Neki indeksi prate dionice samo iz nekog sektora (S&P 500 Health care ili CROBEXturist). Dakle, postoji velik broj indeksa koji sadrže vrijednosne papire s rezličitih tržišta ili dijelova tržišta. Usprkos tome, većina tih indeksa je sastavljena na osnovu nekoliko jednostavnih metodologija. Prema metodologiji izračuna vrijednosti indeksa, kao i uključenja vrijednosnih papira u indeks, indekse dijelimo na nekoliko tipova. Pregled tipova indeksa dajemo za dioničke indekse.

Indeksi tržišne kapitalizacije (eng. *Market-Capitalization Weighting Indices*) Riječ je o najčešćem i najpopularnijem tipu indeksa. Udio svake dionice u indeksu je proporcionalan tržišnoj kapitalizacji te dionice u odnosu na zbroj tržišnih kapitalizacija svih dionica koje čine indeks. Kako se mijenjaju cijene dionica tako se povećava udio onih dionica u indeksu kojima vrijednost raste, a smanjuje onima kojima vrijednost pada. Neki od najpoznatijih indeksa na svijetu su ovoga tipa (mogli bi reći i većina): S&P 500, FTSE 100, DAX 30 i tako dalje. Mnogi investitori smatraju da je ovo i teorijski ispravan način izračuna težina (udjela) pojedine dionice u indeksu. Takav je stav zasnovan na pojmu tržišnog portfelja o kojem ćemo nešto više reći kasnije. Bez obzira da li je to zaista teorijski ispravan način konstrukcije indeksa ili ne uočimo da je on vrlo logičan, ponekad i jedini mogući, za velike investitore poput mirovinskih fondova ili drugih velikih fondova.

Sam početak izračuna, ne samo ovog tipa indeksa, događa se tako da se na neki početni dan izračuna indeksa definira početna vrijednost indeksa (na primjer 100 ili 1000), a onda se, recimo dnevno, vrijednost indeksa povećava ili smanjuje, u skladu s kretanjem vrijednosti dionica koje čine indeks. Na primjer, ako je na kraju prvog dana postojanja nekog indeksa ostvaren porast vrijednosti indeksa[9] od 1.5%, a početna vrijednost indeksa je bila 100, onda će na kraju tog dana vrijednost indeksa biti 101.5. Izračunavanjem

[9] Pojedina dionica u performanceu indeksa sudjeluje sukladno svojoj težini u indeksu; ako je

vrijednosti indeksa iz dana u dan dobiva niz podataka koji nam daje uvid u povijesno kretanje dionica na nekom tržištu.

Napomenimo da postoje i neke podvrste, odnosno modifikacije, indeksa tržišne kapitalizacije. Vrlo je česta modifikacija prema kojoj se prilikom izračuna udjela tržišne kapitalizacije pojedine dionice uzima u obzir samo tzv. slobodni dio tržišne kapitalizacije (eng. *free float market capitalization*). Riječ je o tome da u nekim dionicama jedan (ili više njih) vlasnik drži određeni broj dionica s jasnom namjerom da ih ne prodaje[10] (npr. Unicredito i Allianz u Zagrebačkoj banci). Kako se tim dionicama ne trguje na burzi one se isključuju iz izračuna udjela promatrane dionice u indeksu. Ideja ovakve modifikacije je da se indeks učini reprezentativnijim u odnosu na trgovanje na određenoj burzi. Još jedna, manje česta, modifikacija indeksa tržišne kapitalizacije je ograničavanje najvećeg udjela pojedine dionice u indeksu (na 10% ili 20%, recimo). Primjer takvog indeksa je osnovni indeks zagrebačke burze CROBEX. Ideja ograničavanja udjela pojedine dionice u indeksu je ta da se spriječi dominacija pojedine dionice (ili više njih) u indeksu, Naime, ukoliko u indeksu svojim udjelom dominira nekoliko dionica, onda nam performance indeksa ne govori puno o kretanju šireg tržišta, već o kretanju cijena nekoliko dionica s najvećim udjelom.

Navodimo još jednu napomenu koja nije vezana samo uz indekse tržišne kapitalizacije. Uobičajeno je provoditi periodičke revizije indeksa. Najčešće se to radi dva puta godišnje i tada se utvrdi da li se promijenio poredak najvećih dionica na primjer) pa se u indeks uključuju neke dionice koje zadovoljavaju određene kriterije, a druge se isključuju. Često je uvjet za uključenje ili isključenje dionica iz indeksa i likvidnost, odnosno trgovanost pojedine dionice (broj trgovinskih dana u kojima se trgovalo dionicom, na primjer).

Indeksi prosjeka cijena U ovakvom tipu indeksa se udio pojedine dionice računa proporcionalno njenoj cijeni. Dakle, ukoliko indeks sadrži n dionica i cijena svake je P_i, $i \in \{1, \dots, n\}$, onda je udio i-te dionice $P_i / \sum_{j=1}^{n} P_j$. Primjeri ovakvih indeksa su američki Dow Jones Industial Average (DJIA) i japanski Nikkei 225.

Ovaj tip indeksa može izgledati vrlo čudno, ali treba uočiti da je, na primjer, DJIA jedan od najstarijih dioničkih indeksa (računa se od 1896.). Posljedično, ako razmislimo kako najjednostavnije rasporediti $10,000$ dolara u 30 dionica DJIA, shvatit ćemo da raspodjela sukladno cijeni ima dosta prednosti.

Mana ovakvih indeksa je povremena neinvestabilnost, odnosno suočavanje s poteškoćama prilikom replikacije tog tipa indeksa. Konkretno, ukoliko se na nekoj dionici provodi stock-split (na primjer, jedna dionica s cijenom od $1,200$ dolara se dijeli na 6 dionica s cijenom od 200 dolara), onda se u indeksu jednostavno od dana stock-splita uvrštava jedna dionica nakon splita, a u nekom fondu koji prati taj indeks potrebno je prodati (moguće i veliku) određenu količinu takve dionice.

Indeksi jednakih težina (eng. *Equal weight Indices*) Kao što i samo ime kaže, udio svake dionice u ovakvom tipu indeksa je jednak. Dakle, ako indeks sadrži n dionica, onda je udio svake dionice jednak $1/n$. Jasno je, da bi se održali jednaki udjeli dionica u indkesu potrebno je provoditi rebalansiranje indeksa (prodaja određenog dijela dionica koje su rasle i kupnja onih koje su padale). Zanimljivo je da u velikom broju vremenskih razdoblja indkesi jednakih težina ostvaruju veće povrate od indeksa tržišne kapitalizacije.[11]

---

težina/udio dionice u indeksu 10% i ta dionica poraste u danu za 1%, onda će ta dionica doprinijeti rastu indeksa za 0.1%.

[10]Načelno je svaka imovina na prodaju po dovoljno visokoj cijeni. Ipak, većinski vlasnici nekih poduzeća nemaju jasnu namjeru prodavat svoje pakete dionica jer su upravo i stekli dionice kako bi imali prisutnost na nekom tržištu ili u nekoj tehnologiji.

[11]Bez ulaženja u detalje tu činjenicu bi mogli objasniti većem izloženošću malim dionicama (small

Indeksi jednakih težina se često koriste kao benchmarci (usporedne vrijednosti) za ocjenu uspješnosti kvantitativnih strategija. To znači da ako razvijate neku alternativnu kvantitativnu strategiju[12] kojom na neki poseban način određujete udjele dionica u porfelju, onda je uputno najprije usporediti performance strategije s portfeljem u kojem sve promatrane dionice imaju jednak udjel u portfelju. Ukoliko se ne može "pobijediti" indeks jednakih težina, možda je bolje jednostavno koristiti njega umjesto nekog potencijalno kompleksnog kvanitativnog postupka odabira težina u portfelju.

Kada gledamo neke druge klase imovine uočit ćemo da se i kod njih formiraju različiti indeksi. Primjeri indeksa na obvezničkom tržištu su Indeks njemačkih državnih obveznica s dospijećem od jedne do tri godine ili Indeks američkih državnih obveznica s dospijećem većim od 15 godina. Zagrebačka burza računa indeks hrvatskih državnih obveznica CROBIS TR. Postoje i indeksi europskih korporativnih obevznica rejtinga BBB.

Takvi indeksi su tipično indeksi tržišne kapitalizacije. Ukoliko se gledaju obveznice iz različitih država ili neke korporativne obveznice, može se razmisliti o tome da li je najbolji odabir indeks tržišne kapitalizacije. Naime, u takvom indeksu će dužnici s navećim dugom imati najveći udio, a to znači da bi mogli završiti s portfeljem prezaduženih država/poduzeća. Kod indeksa koji sadrže obveznice iz više država alternativa indeksima tržišne kapitalizacije su indeksi vagani u odnosu na veličinu BDP-a.

---

cap stocks tilt), a veličina dionica je jedan od faktora koji određuju povrate na tržištu kapitala, prema tri-faktorskom modelu Famme i Frencha.

[12]Na primjer, težine dionica u porfelju određujete prema nekim fundamentalnim faktorima, poput odnosa cijene i dobiti po dionici, zaduženosti poduzeća, rastu prihoda i tako dalje.

Poglavlje 4

Moderna teorija portfelja

U ovom poglavlju uvodimo osnovne pojmove Moderne teorije portfelja. Naziv Moderna teorija portfelja (skraćeno MTP) je malo zavaravajući jer se za početak razvoja Moderne teorije portfelja uzima članak *Portfolio selection* koji je Hary M. Markowitz objavio 1952. godine u časopisu *The Journal of Finance.* Od tada se teorija razvijala u različitim smjerovima, ali je kvantitativni okvir za proučavanje ponašanja cijena vrijednosnih papira na tržistima kapitala ostao trajno obilježen ranim Markowitzevim radovima.

U osnovi Moderne teorije portfelja leži ideja da povrate koji se ostvaruju na tržistima kapitala možemo modelirati diskretnim slučajnim varijablama. Uvodeći standarnu devijaciju kao mjeru rizičnosti investicija (vrijednosnih papira) Markowitz dovodi u vezu očekivani povrat na investicije i njihovu rizičnost te formulira investicijski cilj u procesu investiranja. To mu omogućava da problem konstrukcije portfelja na tržistima kapitala svede na optimizacijski problem u kojem se pojavljuju očekivani povrat, koji mjerimo očekivanjem slučajnih varijabli (eng. *mean*), i rizik ostvarivanja očekivanih povrata, mjeren standardnom devijacijom, odnosno varijancom (eng. *variance*). Takav optimizacijki problem se često naziva i *Mean-variance optimization* ili MVO, a teorija koja ga opisuje *Mean-variance analysis* ili MVA. Iako ćemo u nastavku uglavnom koristiti naziv Moderna teorija portfelja ili MTP za teoriju koju opisujemo, ponekad ćemo koristiti i izraze poput MVO ili MVA pri čemu ćemo u nastavku dodatno razjasniti o kakvom se tipu analize tu radi.

Ako bi trebali izdvojiti jedan uvid u proces investiranja koji nam je donijela Moderna teorija portfelja onda bi to svakako bila činjenica da se proces sastavljanja portfelja vrijednosnih papira (investicija) ne sastoji samo od kupnje velikog broja vrijednosnih papira, čak i u slučaju da je njihov odnos očekivanog povrata i rizika vrlo povoljan, već je važan, čak i presudan, njihov međuodnos. Odnose među vrijednosnim papirima mjerit ćemo korelacijom između njihovih povrata. U nastavku ovog poglavlja uvest ćemo sve pojmove potrebne za opis MTP-a.

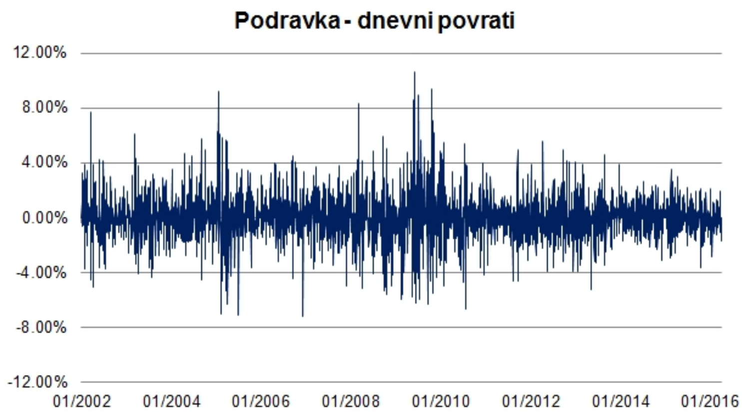
4.1 Modeliranje povrata na investicije

Već smo na kraju 1. poglavlja istaknuli da ćemo modelirati povrate na tržistima kapitala (općenito investicija), a ne cijene pojedinih financijskih instrumenata (investicija). Iako se mogu modelirati i cijene financijskih instrumenata, na primjer dionice geometrijskim Brownovim gibanjem, to se često koristi u svrhu određivanja cijena nekih izvedenica, u razvoju teorija koje se bave investiranjem uobičajeno je koristiti povrate na investicije. Pogledajmo malo detaljnije koji su razlozi za to.

Na sljedećoj slici je prikazano dnevno kretanje cijene dionice Podravke od 2002. godine do kraja ožujka 2016. godine (dividende nisu uračunate). Gledajući u graf teško ćemo uočiti neku pravilnost, osim što možemo uočiti da je do 2008. godine bio izražen rastući trend vrijednosti dionice Podravke da bi zatim uslijedio pad i višegodišnja stagnacija. U osnovi je Podravka dobar reprezentant hrvatskih dionica jer slično kretanje u promatranom razdoblju pokazuje i indeks Zagrebačke burze CROBEX.

Izvor: Bloomberg

Kasnije ćemo pogledati još neke primjere, ali za sada pogledajmo što se dogodi kada pogledamo kretanje cijene dionice Podravke kroz vrijeme na drugačiji način. Na donjoj slici je prikazano kretanje dnevnih povrata za dionicu Podravke u istom promatranom razdoblju. Dnevne povrate računamo tako da je dnevni povrat na dan i jednak $R_i = C_i/C_{i-1} - 1$, gdje je C_i cijena na kraju dana i, a C_{i-1} cijena na kraju prethodnog dana.



Izvor: Bloomberg

Vidimo da sada dobivamo potpuno drugačiji pogled na kretanje cijene dionice Podravke, odnosno njenih dnevnih povrata. Na prvi pogled dobiveni graf može izgledati teži za razumijevanje od grafa koji prikazuje kretanje cijene dionice, ali iz njega zapravo možemo puno toga vidjeti i zaključiti.

Prije svega uočimo da su dnevni povrati prilično ujednačeni kroz vrijeme, iako, jasno, postoje razlike u intenzitetu u pojedinim razdobljima. Ipak, podaci o dnevnim povratima osciliraju oko neke srednje vrijednosti koja je prilično stabilna kroz vrijeme (ne i konstantna). Vremenska stabilnost takvih podataka upućuje na stacionarnost promatranog niza podataka (odnosno slučajnog procesa kojim bi ga modelirali). Grubo govoreći, stacionarnost niza podataka znači da se neke osnovne značajke niza, poput očekivanja ili varijance, ne mijenjaju kroz vrijeme. Ispitivanje stacionarnosti nekog slučajnog procesa je tema za sebe, ali možemo reći da su povrati koji se ostvaruju na financijskim tržistima barem donekle stacionarni, što je zapravo preduvjet za statističku analizu takvih podataka.

Također, vidimo da postoje razdoblja u kojima su oscilacije dnevnih povrata izraženije nego inače. Kažemo da je u tim razdoblima volatilnost cijene dionice Podravke bila veća, a tu pojavu "zgušnjavanja" razdoblja povećane volatilnosti nazivamo klasteriranjem volatilnosti (eng. *volatility clustering*). To je jedna od važnijih karakteristika financijskih podataka, a praktično gledano možemo reći da će u razdobljima veće volatilnosti ona biti nastavljena (još neko vrijeme) s povećanom verojatnosti.[1] Volatilnost se može mjeriti na razne načine, a mi ćemo ju uglavnom mjeriti varijacncom, odnosno standardnom devijacijom, promatranih podataka.

Ukoliko se prisjetimo da smo u prvom poglavlju rekli da ćemo povrate na financijskim tržištima modelirati diskretnim slučajnim varijablama, onda podatke o dnevnim povratima na dionicu Podravke možemo shvatiti kao realizacije slučajne varijable [2] R_P kojom modeliramo dnevne povrate dionice Podravke. Preciznije govoreći, na taj način smo dobili 3.719 realizacija slučajne varijable R_P.

Općenito govoreći, ukoliko imamo neku slučajnu varijablu X te ukoliko su $x_1, x_2, \ldots, x_n$, $n \in \mathbb{N}$, realizacije te slučajne varijable, onda očekivanje te slučajne varijable možemo procijeniti aritmetičkom sredinom podataka $\bar{x}_n$ koja se računa kao

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{4.1}$$

Na sličan način možemo procijeniti i varijancu slučajne varijable X korištenjem procjenitelja s_n^2 koji se računa kao

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2. \tag{4.2}$$

Pomoću procjenitelja za varijancu slučajne varijable X lagano dobivamo i procjenitelj standardne devijacije slučajne varijable X i to kao $\sqrt{s_n^2}$. Na ovom mjestu bi skrenuli pažnju čitatelju da se u formuli za procjenu varijance često koristi verzija u kojoj je ispred zbroja razlomak s nazivnikom n umjesto $n-1$. Najčešće je razlika između procjena dobivenih pomoću te dvije verzije izračuna s_n^2 zanemariva. Ponekad ćemo i u ovom tekstu koristi verziju sa n. Razlog zbog kojeg je s_n^2 definiran kao u (4.2) je taj što na taj način dobivamo nepristrani procjenitelj varijance.

Primjenimo opisane procjenitelje na podatke o dnevnim povratima dionice Podravke. Izračunom dobivamo da je srednja vrijednost dnevnih povrata jednaka $0,032\%$. Drugim riječima, prosječni dnevni povrat na dionicu Podravke u promatranom razdoblju je iznosio $0,032\%$. Naravno, oscilacije dnevnih cijena su bile značajne, kao što vidimo sa prethodnog grafa. Prosječni intenzitet[3] oscilacija mjerimo varijancom koja je u istom razdoblju iznosila $0,024\%$. Kako je standardna devijacija samo korijen od varijance lagano dobijemo da je standardna devijacija dnevnih povrata dionice Podravke jednaka $1,557\%$.

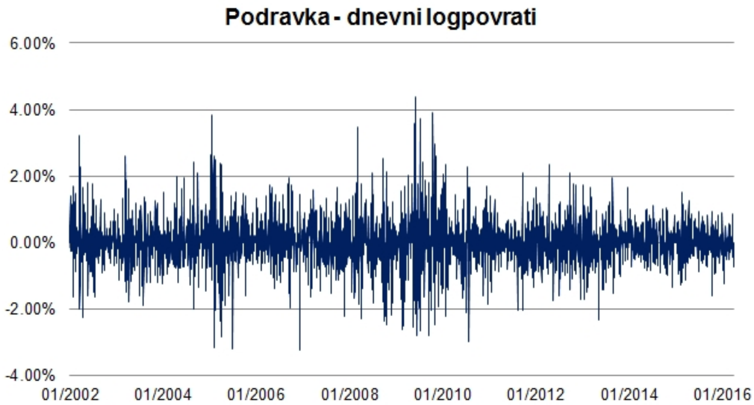
[1]Jedno od osnovnih nastojanja prilikom kvantitativno vođenih načina investiranja je iskorištavanje karakteristike klasteriranja volatilnosti dovedeno u vezu s načelno prisutnim padom vrijednosti dionica koje se događa u isto vrijeme. Naravno, to je lakše reći nego ostvariti jer je trajanje razdoblja povećane volatilnosti teško odrediti.

[2]Indeks P je samo oznaka da promatamo dionicu Podravke.

[3]Iz formule (4.2) vidimo da sa s_n^2 u ovom slučaju mjerimo prosječno kvadratno odstupanje dnevnih povrata od prosječnog povrata ostvarenog u razdoblju od 2002. godine do kraja ožujka 2016. godine.

Prilikom mjerenja oscilacija povrata uobičajeno je iskazivati standardnu devijaciju. Kao što smo već napomenuli to je osnovna mjera rizika koju ćemo upotrebljavati za mjerenje rizičnosti investicija, pri čemu će nam fokus biti na onim investicijama kojima se trguje na likvidnim tržistima kapitala, poput obveznica ili dionica. Napomenimo još da se općeniti intenzitet osciliranja (fluktuacija) cijena vrijednosnih papira na financijskim tržištima zove **volatilnost**, a standardna devijacija je jedna od najkorištenijih mjera volatilnosti. To je, dakle, mjera prosječnog osciliranja povrata[4], a time i cijena neke imovine koju promatramo. Što je volatilnost veća, veće su i očekivane oscilacije povrata pa time i intenzitet mogućih gubitaka, a to nam predstavlja rizik na financijskim tržištima.

Na ovom mjestu je korisno napomenuti da se prilikom proučavanja dnevnih (ili drugih povrata) na tržistima kapitala umjesto "običnih" povrata često koriste log povrati, odnosno logaritmi povrata. Konkretno, dnevne log povrate računamo kao $LR_i = \log C_i/C_{i-1} = \log C_i - \log C_{i-1}$, gdje je, kao i prije, C_i cijena na kraju dana i, a C_{i-1} cijena na kraju prethodnog dana. Vidimo da je log povrat zapravo jednak razlici logaritama cijena. Također je $LR_i = \log(1 + R_i)$, gdje je R_i "običan" povrat koji smo definirali na početku poglavlja. Graf kretanja devnih log povrata za dionicu Podravke u istom vremenskom razdoblju kao i prije prikazan je na sljedećem grafu.



U osnovi dobivamo vrlo sličan graf kao i u slučaju "običnih" dnevnih povrata, s time da je intenzitet dnevnih povrata (dnevnih pomaka cijene dionice) nešto niži. To ne čudi kada znamo da za vrijednosti x koje su male, odnosno bliske nuli, vrijedi aproksimacija $\log(1 + x) \approx x$. Vidjeli smo da je $LR_i = \log(1 + R_i)$. Kako promatrani povrati R_i spadaju u kategoriju malih brojeva bliskih nuli zaključujemo da promatranjem log povrata zaista zadržavamo svojstva niza "običnih" povrata.

Log povrati imaju i jednu prednost u odnosu na obične povrate. Naime, logaritam povrata koji se ostvari u cijelom razdoblju koje promatramo, ili u jednom njegovom dijelu dijelu, može se izračunati kao zbroj svih log povrata kooji su ostvareni u međuvremenu. Naime, ukoliko gledamo niz "običnih" povrata $R_1, R_2, \ldots, R_N$ možemo definirati i log povrat ukupno ostvaren u tih n radoblja kao $\log(1 + R_n)$. Uočimo da je tada

$$\begin{aligned}\log(1 + R_n) &= \log((1 + R_1) \cdot (1 + R_2) \cdot \ldots \cdot (1 + R_n)) \\ &= \log(1 + R_1) + \log(1 + R_2) + \cdots + \log(1 + R_n) \\ &= LR_1 + LR_2 + \cdots + LR_n. \end{aligned} \tag{4.3}$$

Kako je $\log(1 + R_n) = \log C_n - \log C_1$ vidmo da je logaritam razlike zadnje i prve cijene ostvarene u promatranom razdoblju jednak zbroju log povrata. Nasuprot tome,

[4]Preciznije, znamo da je to mjera prosječnog kvadratnog odstupanja povrata od srednje vrijednosti povrata u nekom razoblju

kada bi radili s običnim povratima morali bi gledati umnožak svih $C_i/C_{i-1} - 1$ da bi dobili ukupno ostvareni povrat. Dakle, zbrajanjem log povrata dobivamo povrat logaritama cijene u bilo kojem razdoblju koje promatramo. Naravno, zbroj n brojeva je brže izračunati od umnoška n brojeva.

Pogledajmo na našem primjeru dionice Podravke o čemu točno tu govorimo. Početna cijena dionice Podravke u promatranom razdoblju bila je $151,97$ dok je zadnja cijena bila $315,01$. Ukupno ostvareni povrat u tom razdoblju je iznosio, kao što to znamo još iz prvog poglavlja, $315,01/151,97 - 1 = 107,29\%$. Ukoliko sada izračunamo logaritam od $1,0729 + 1 = 2,0729$ dobivamo $0,3166$ što je zapravo jednako razlici logaritama početne i završne cijene jer je $\log 315,01 - \log 151,97 = 0,3166$. Dakle, uzimanjem logaritma ukupnog običnog povrata (uvećanog za 1) gledanog u cijelom promatranom razdoblju dobivamo razliku logaritama početne i završne cijene. Prema (4.3) to je isto kao da smo zbrojili sve dnevne log povrate jer i na taj način dobivamo da je porast logaritama cijena u cijelom promatranom razdoblju iznosio $31,66\%$. Naravno, uzimanjem potencije toga broja (ovdje konkretno s bazom 10) dobivamo $2,0729$ što umanjeno za 1 i predstavljeno u obliku postotka dovodi do ukupnog običnog povrata u cijelom razdoblju od $107,29\%$.

U nastavku teksta ćemo napomenuti kada koristimo log povrate da ne bi bilo zabune, a za sada ćemo nastaviti raditi s običnim povratima.

Napomena 4.1.1. Radi potpunosti ćemo ukratko navesti općeniti način računanja očekivanja i varijance za diskretne slučajne varijable. Ukoliko sa R modeliramo povrate na neku imovinu, onda je R diskretna slučajna varijabla, a njena razdioba je dana sa

$$R \sim \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & \dots & r_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_n \end{pmatrix},$$

gdje je n neki prirodan broj, r_i su moguće vrijednosti slučajne varijable R (dakle, mogući povrati), a sa p_i označavamo vjerojatnosti da će slučajna varijabla R poprimiti vrijednost r_i, odnosno $P(R = r_i) = p_i$, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Naravno, zbroj tih vjerojatnosti je 1.

Kada je zadana slučajna varijabla R i njena distribucija lagano je izračunati njeno očekivanje $E(R)$ i to formulom

$$E(R) = \sum_{i=1}^{n} r_i \cdot p_i \tag{4.4}$$

te njenu varijancu $Var(R)$ formulom

$$Var(R) = E(R - E(R))^2 = \sum_{i=1}^{n} (r_i - E(R)) \cdot p_i. \tag{4.5}$$

Već smo rekli da je u financijama uobičajeno za mjeru rizika gledati drugi korijen iz varijance koji nazivamo standardnom devijacijom, a označavamo sa σ_R. Prema (4.5) se standardna devijacija izračunava kao

$$\sigma_R = \sqrt{E(R - E(R))^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (r_i - E(R)) \cdot p_i}. \tag{4.6}$$

U formulama (4.1) i (4.2) smo naveli procjenitelje za očekivanje slučajnih varijabli i njihovu varijancu ukoliko su zadani nizovi historijskih povrata, odnosno realizacije slučajne varijable (pojave) koju promatramo. $\square$

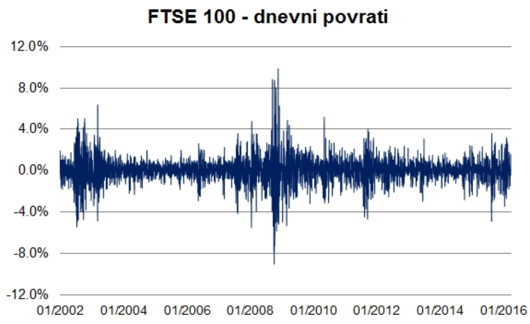
Čitatelj si nakon gornjeg izlaganja opravdano može postaviti pitanje da li je nešto posebno u dionici Podravke ili će se slično ponašanje vidjeti i na drugim financijskim podacima. Odgovor je da se slična opažanja mogu primjetiti i kod drugih financijskih podataka. U sljedećem primjeru ponavljamo izračune koje smo naveli za dionicu Podravke i u slučaju dionice Applea te u slučaju indeksa FTSE 100. FTSE 100 je indeks tržišne kapitalizacije 100 najvećih dioničkih društava kojima se trguje na Londonskoj burzi.

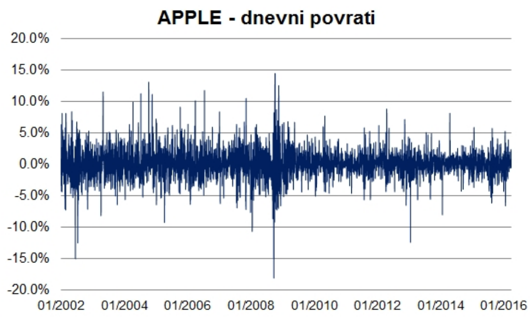
Primjer 4.1.2. Pogledajmo najprije kretanje cijena dionice Applea i indeksa FTSE od 2002. do kraja ožujka 2016.

Izvor: Bloomberg

U cijelom promatranom razdoblju FTSE 100 indeks nije značajno porastao, iako je imao velikih uspona i padova (pad nakon .com "balona" početkom 2000.-tih i pad nakon velike financijske krize 2008. i 2009.). S druge strane, dionica Applea je u istom razdoblju ostvarila spektakularan rast od preko 65 puta. Iako im je ostvareni povrat (ponekad se kaže *performance*) bitno različit dneni log povrati pokazuju popriličnu vremensku stabilnost, kao što vidimo na donjoj slici.

Ukoliko prijašnje formule za srednju vrijednost i standardnu devijaciju primijenimo na dnevne povrate indeksa FTSE 10 i dionice Applea dobivamo da je srednji dnevni povrat indeksa FTSE 100 iznosio $0,012\%$, dok je srednji dnevni povrat dionice Applea iznosio $0,14\%$. S obzirom na veliku razliku u ukupnom povratu za ta dva financijska instrumenta ne čudi da se i njihovi prosječni dnevni povrati značajno razlikuju.





S druge strane već vizualno možemo uočiti da su oscilacije dnevnih povrata osjetno veće kod dionice Applea, a to potvrđuju i izračuni jer je standardna devijacija dnevnih povrata indeksa FTSE 100 jednaka $1,21\%$, a standardna devijacija dionice Applea je jednaka $2,25\%$ (varijance dnevnih povrata su $0,015\%$ i $0,051\%$). Sjetimo se, varijanca opisuje prosječno kvadratno odstupanje realizacija slučajne varijable od njene očekivane vrijednosti, a standardna devijacija je samo drugi korijen iz varijance. Veća standardna devijacija implicira postojanje većih oscilacija povrata (cijena). Kako standardnom devijacijom možemo mjeriti rizičnost neke investicije, zaključujemo da je dionica Applea u promatranom razdoblju rizičnija od indeksa FTSE 100, ali i od dionice Podravke. Doduše, vlasnici dionice Applea su bili više nego kompenzirani za preuzimanje većeg rizika jer su ostvarili i značajno veću zaradu. Vrijedi zapamtiti da se investicije (pojedine klase imovine ili konkretni vrijednosni papiri) mogu značajno razlikovati prema svojoj rizičnosti. □

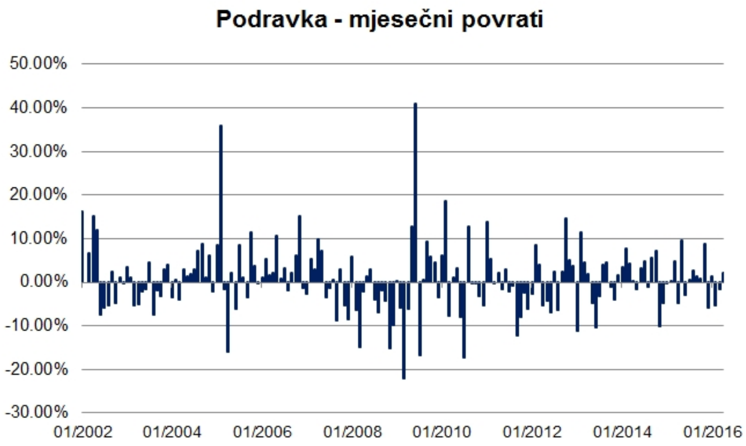
Sljedeća stvar koju se možemo zapitati vezano uz pitanja modeliranja povrata na tržištima kapitala je da li se stvari mijenjaju kada ne gledamo dnevne nego tjedne, mjesečne ili godišnje povrate. Za sada nećemo razmatrati pitanja vezana uz distribuciju podataka koje promatramo (mislimo na vjerojatnosnu distribuciju/gustoću slučajnih varijabli), nego samo pitanja vezana uz srednje vrijednosti i standardnu devijaciju podataka.

Na donjoj slici su prikazani tjedni povrati dionice Podravke, opet u razdoblju od početka 2002. godine do kraja ožujka 2016. godine.

Ukoliko sada primijenimo formulu (4.1) na tjedne podatke (ima ih 747) dobivamo da je prosječni tjedni povrat na dionicu Podravke u promatranom razdoblju iznosio $0,15\%$, dok pomoću formule (4.2) dobivamo da je u istom razdoblju varijanca tjednih povrata iznosila $0,118\%$, a posljedično je standardna devijacija bila $3,433\%$.

Kao što već pretpostavljamo graf tjednih log povrata izgleda vrlo slično kao graf dnevnih povrata pri čemu vrijede sve prijašnje napomene za log povrate. Prosječni tjedni log povrat u promatranom razdoblju iznosio je $0,4\%$, dok je standardna devijacija tjednih log povrata iznosila $1,48\%$.

Napokon, na sljedećem grafu su prikazani mjesečni povrati na dionicu Podravke u razdoblju od početka 2002. godine do kraja ožujka 2016. godine. Kao i prije izračunamo prosječni mjesečni povrat na dionicu Podravke i dobivamo da je on jednak $0,73\%$. Standardna devijacija mjesečnih podataka iznosila je $7,862\%$. Ponovimo, to znači da je korijen prosječnog kvadratnog odstupanja mjesečnih povrata od srednje vrijednosti mjesečnih povrata iznosio $7,862\%$.



Napomena 4.1.3 (Različita vremenska razdoblja)**.** Kao što smo vidjeli, prosječni ostvareni povrat na neku investiciju te standardnu devijaciju ostvarenih povrata možemo promatrati u različitim vremenskim razdobljima. Postavlja se pitanje da li se može naći neka veza među njima, odnosno da li se iz, na primjer, dnevne standardne devijacije može izračunati ili procjeniti tjedna standardna devijacija. Kao što ćemo vidjeti postoje neke uobičajene procjene, ali treba biti svjestan i njhovih ograničenja.

Kada gledamo, na primjer, tjedne podatke o prosječnom povratu znamo da se prosjek računa kao $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_i^W$, gdje je n broj promatranih tjedana, a R_i^W tjedni povrat na promatranu investiciju/vrijednosni papir. Prva pomisao o vezi sa dnevnim podacima je da promotrimo svaki tjedni povrat kao zbroj 5 dnevnih povrata[5], odnosno da pretpostavimo da je $R_i^W = R_{i,1}^D + R_{i,2}^D + R_{i,3}^D + R_{i,4}^D + R_{i,5}^D$, gdje su $R_{i,j}^D$ dnevni povrati. U tom slučaju bi imali da je prosječni tjedni povrat jednak $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{5} R_{i,j}$. Kako je prosječni dnevni povrat jednak $\frac{1}{5n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{5} R_{i,j}$ zaključili bi da umnoškom prosječnog dnevnog povrata sa 5 dobivamo prosječni tjedni povrat. Načelno je riječ o dobroj procjeni, ali je ipak to samo procjena. Naime, tjedni povrat nije jednak $R_{i,1}^D + R_{i,2}^D + R_{i,3}^D + R_{i,4}^D + R_{i,5}^D$ nego je jednak geometrijskoj sredini tih 5 povrata. Iako najčešće razlika nije velika, ona postoji.

U slučaju prethodno promatrane dionice Podravke prosječni dnevni povrat u razodblju od 2002. do kraja ožujak 2006. godine iznosi $0,032\%$, dok je u istom razdoblju prosječni tjedni povrat jednak $0,15\%$. Ukoliko iskoristimo gornju aproksimaciju (umnožak prosječnog dnevnog povrata sa 5) dobijemo procjenjeni prosječni tjedni povrat od $0,158\%$, što je prilično dobra procjena. Ukoliko istu stvar pokušamo napraviti sa mjesečnim povratima dobivamo lošije procjene. Naime, prosječni mjesečni povrat na dionicu Podravke u promatranom razdoblju je iznosio $0,733\%$. Ukoliko pretpostavimo da mjesec ima prosječno 22 radna dana te uz gornju metodologiju (odnosno množenje prosječnog dnevnog povrata sa 22) dobivamo procjenu za prosječni mjesečni povrat iz podataka za prosječni dnevni povrat od $0,697\%$. Mogli bi i drugačije razmišljati pa reći da se mjesečni povrat dobiva ukamaćivanjem prosječnog dnevnog povrata, odnosno da je jednak $(1+\bar{R}_n)^{22}$, čime u konkretnom slučaju Podravke dobivamo $0,7\%$. U oba slučaja nije riječ o lošoj procjeni, ali razlike postoje.

Naravno, ukoliko imamo sve dnevne povrate (cijene dionica) možemo uvijek i "na ruke" izračunati prosječne tjedne povrate pa cijela gornja rasprava nije previše zanimljiva, ali smo htjeli istaknuti da se radi jednostavnosti može razmišljati i o gore opisanim

[5]Naravno, tu već dolazimo do problema jer tjedan ne mora imati točno 5 radnih dana zbog praznika i slično. To se može premostiti korištenjem malih aproksimacija, ali je jasno da ćemo dobivati približne vrijednosti prilikom procjene tjednih prosječnih povrata dnevnim povratima.

procjenama pri čemu treba paziti na razlike koje nastaju. Također, procjene za prosječni povrat različitih razdoblja se i ne koriste prečesto, ali su one kod procjene standardne devijacije (volatilnosti) uobičajene. Jedan od razloga je i želja da se sve prikazuje na razini godišnje volatilnosti (koju za sada mjerimo standardnom devijacijom) jer o njoj imamo najveću intuiciju.

Kod procjene volatilnosti standardnom devijacijom se često koristi pravilo prema kojem se standardna devijacija tjednih podataka procjenjuje umnoškom standardne devijacije dnevnih povrata i drugog korijena od 5. Slično se za procjenu godišnje standardne devijacije koristi umnožak standardne devijacije dnevnih podataka i drugog korijena od 252 (pretpostavka je godina ima 252 radna dana).

Kao općenito pravilo bi mogli reći da je veza između standardne devijacije (volatilnosti) u n razdoblja, koju označimo sa σ_n, i standardne devijacije (volatilnosti) u jednom razdoblju, koju označimo sa σ_1, dana formulom

$$\sigma_n = \sqrt{n} \cdot \sigma_1. \tag{4.7}$$

Dakle, kada je $n = 10$, onda je veza između desetodnevne volatilnosti i jednodnevne volatilnosti dana sa $\sigma_{10} = \sqrt{10} \cdot \sigma_1$. Slično, veza između mjesečne i godišnje volatilnosti je dana sa $\sigma_g = \sqrt{12} \cdot \sigma_m$, gdje je σ_g godišnja volatilnost, a σ_m mjesečna volatilnost.

Iako se ovakva vrsta skaliranja volatilnosti kraćeg razdoblja prema volatilnost dužeg razdoblja često koristi, ona ima ograničenja jer zapravo zahtjeva zadovoljavanje nekoliko pretpostavki. Konkretno, ukoliko gledamo log cijene (da isključimo utjecaj rastućeg trenda) onda moramo pretpostaviti da su log cijene (ili povrati) nezavisne i jednako distribuirane. To je česta pretpostavka u mnogim popularnim modelima cijena instrumenata na financijskim tržištima, poput geometrijskog Brownovog gibanja, ali ona nije istinita, pogotovo kada gledamo cijene/povrate u kraćim vremenskim razdobljima poput satnih ili dnevnih podataka. Na ovom mjestu nećemo preduboko ući u tu problematiku koja je u osnovi vezana uz distribuciju podataka sa financijskih tržišta, ali je važno uočiti da veza volatilnosti u kraćim i dužim razdobljima dana u formuli (4.7) nije uvijek pouzdana i zahtjeva određene korekcije. Ona je korisna kao prva aproksimacija, a više o tome može se naći u članku [Die]. □

4.2 Kovarijanca i korelacija povrata

Sljedeći korak u analizi povrata na investicije je uvođenje mjere njihove međuovisnosti. Ukoliko se opet vratimo na modeliranje povrata preko diskretnih slučajnih varijabli, onda se korelacija između dvije slučajne varijable nameće kao prirodna mjera ovisnosti dvije slučajne varijable. Da bi definirali korelaciju dvije slučajne varijable potreban nam je pojam kovarijance. Oba pojma uvodimo u sljedećoj definiciji.

Definicija 4.2.1 (Kovarijanca)**.** Neka su X i Y dvije slučajne varijable i neka su sa $E(X)$ i $E(Y)$ označena njihova očekivanja. Tada kovarijancu između slučajnih varijabli X i Y označavamo sa $Cov(X,Y)$ ili sa $\sigma_{X,Y}$, a definiramo je formulom

$$Cov(X,Y) = E[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))]. \tag{4.8}$$

Korelaciju između slučajnih varijabli X i Y označavamo sa $Corr(X,Y)$, $\rho(X,Y)$ ili $\rho_{X,Y}$, a definiramo je formulom

$$Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}, \tag{4.9}$$

gdje su σ_X i σ_Y oznake sa standardne devijacije slučajnih varijabli X i Y.

Kovarijanca između dvije slučajne varijable se ponekad naziva mjerom linearne međuovisnosti između dvije slučajne varijable. Njihova međuovisnost se može mjeriti i na druge načine, ali ćemo se u nastavku koristiti uglavnom kovarijancom i korelacijom. Uočimo da se kovarijanca definirana u (4.8) može zapisati i kao $Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$, što se lagano pokaže nakon kraćeg računa. Za nezavisne slučjne varijable je $E(XY) = E(X)E(Y)$ pa proizlazi da je za njih kovarijanca (i korelacija) jednaka nuli. Također, uočimo da je formula za kovarijancu konzistentna s formulom za varijancu jer vidimo da se za $X = Y$ te dvije formule podudaraju ($Cov(X,X) = Vax(X)$).

Ukoliko su X i Y diskretne slučajne varijable poznate su nam njihove distribucije i već smo u prvom poglavlju vidjeli kako se za njih definiraju očekivanje i varijanca. Analogne formule za kovarijancu ne možemo tako jednostavno zapisati jer nam je potrebna zajednička distribucija slučajnih varijabli X i Y. Ipak, to nam neće predstavljati značajno ograničenje jer ćemo uglavnom promatrati slučaj procjene vrijednosti kovarijance i korelacije iz niza historijskih povrata koje su ostvarile pojedine investicije, odnosno neki utrživi financijski instrumenti poput obveznica, dionica, fondova, opcija i slično.

Ukoliko su X i Y dvije slučajne varijable te ukoliko su $x_1, x_2, \ldots, x_n,$ i $y_1, y_2, \ldots, y_n$, $n \in \mathbb{N}$, realizacije tih slučajnih varijabli, onda se procjenitelj kovarijance tih slučajnih varijabli računa pomoću formule[6]

$$\sigma_{X,Y} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n), \tag{4.10}$$

gdje su $\bar{x}_n$ i $\bar{x}_n$ procjene očekivanja slučajnih varijabli X i Y kao što smo ih definirali u formuli (4.1). Uz takvu procjenu kovarijance možemo izračunati i procjenu korelacije između slučajnih varijabli X i Y pomoću formule

$$\rho_{X,Y} = \frac{\sigma_{X,Y}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} = \frac{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n)}{\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2}\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_n)^2}}, \tag{4.11}$$

odnosno

$$\rho_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)(y_i - \bar{y}_n)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y}_n)^2}},$$

gdje su σ_X i σ_Y procjene standardne devijacije slučajnih varijabli X i Y kao što smo ih definirali u formuli (4.2), odnosno kao drugi korijen procjene iz (4.2).

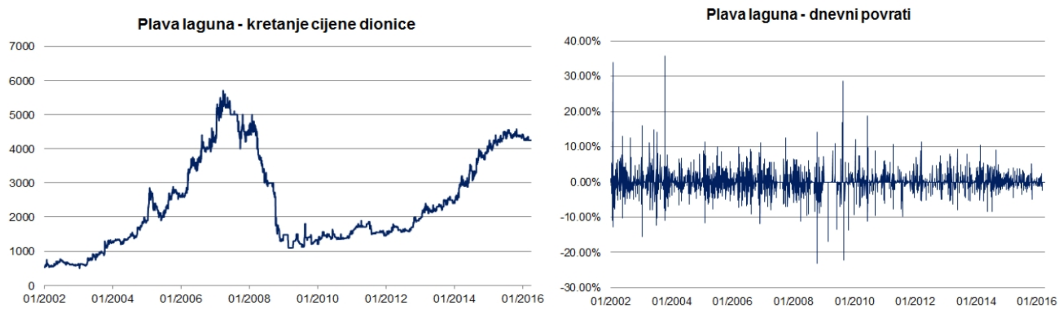
Kao i ranije, mi ćemo promatrati slučajne varijable koje modeliraju povrate ili log povrate nekih investicija. Pogledajmo na sljedećem primjeru kako se računaju kovarijanca i korelacija za historijske podatke koji opisuju povrate na dvije dionice.

Primjer 4.2.2. Vratimo se opet na dionicu Podravke i mjesečne podatke o povratima koje je ona ostvarila u razdoblju od 2002. godine do kraja ožujka 2016. godine. Osim nje ćemo promotriti i dionicu Plave lagune.

Graf kretanja cijene i dnevnih povrata za dionicu Plave lagune dan je na sljedećoj slici.

---

[6] U statistici se procjenitelji nekih kvantitativnih svojstava slučajnih varijabli, rekli bi statistika, često označavaju tako da se stavi znak ˆ iznad oznake kako bi se razlikovali od vrijednosti koju procjenjuju. U ovom slučaju bi prema tome pisali $\hat{\sigma}_{X,Y}$ za procjenitelj od $\sigma_{X,Y}$. U nastavku nećemo na ovaj način razlikovati procjenitelje jer zapravo nećemo računati "prave" kovarijance ili standardne devijacije, nego procjene koje računamo iz historijskih podataka pa zato neće dolaziti do zabune.



Izvor: Bloomberg

Samo za usporedbu s podacima koje smo imali za Podravku možemo napomenuti da je prosječni dnevni povrat na dionicu Plave Lagune u razdoblju od početka 2002. do kraja ožujka 2016. iznosio $0,09\%$, dok je u istom vremenu standardna devijacija dnevnih povrata iznosila $2,609\%$.

Uvedimo sada u analizu i kovarijancu, odnosno korelaciju između dionica Podravke i Plave lagune. Kao što smo već rekli, mjerit ćemo međuovisnost povrata na dionice Podravke i Plave lagune i to na razini mjesečnih podataka. U sljedećoj tablici su sažeti podaci o mjesečnim povratima na dionice Podravke i Plave lagune u toku 2012. godine.

	Podravka		Plava laguna		
Mjesec	Povrat (R_i)	$R_i - E(R)$	Povrat (S_i)	$S_i - E(S)$	$(R_i - E(R)) \cdot (S_i - E(S))$
siječanj	$8,46\%$	$7,86\%$	$4,92\%$	$2,23\%$	$0,175\%$
veljača	4.07%	3.47%	$2,26\%$	$-0,43\%$	$-0,015\%$
ožujak	$-5,18\%$	$-5,78\%$	$9,17\%$	$6,47\%$	$-0,374\%$
travanj	$-4,19\%$	$-4,79\%$	$-0,06\%$	$-2,75\%$	$0,132\%$
svibanj	$-6,92\%$	$-7,52\%$	$-4,49\%$	$-7,19\%$	$0,541\%$
lipanj	$2,29\%$	$1,69\%$	$-1,57\%$	$-4,26\%$	$-0,072\%$
srpanj	$-6,35\%$	$-6,95\%$	$1,56\%$	$-1,13\%$	$0,079\%$
kolovoz	$2,49\%$	$1,89\%$	$-2,89\%$	$-5,58\%$	$-0,106\%$
rujan	$14,73\%$	$14,13\%$	$6,56\%$	$3,87\%$	$0,547\%$
listopad	$5,07\%$	$4,47\%$	$18,34\%$	$15,65\%$	$0,700\%$
studeni	$3,86\%$	$3,26\%$	$-4,27\%$	$-6,96\%$	$-0,227\%$
prosinac	$-11,11\%$	$-11,71\%$	$2,77\%$	$0,08\%$	$-0,009\%$
Prosječni povrat	$0,60\%$		$2,69\%$		
Standardna devijacija	$7,12\%$		$6,23\%$		
Kovarijanca					$0,00114$
Korelacija					$0,257$

Mjesečni povrati dionice Podravke označeni su s R_i, a mjesečni povrati dionice Plave lagune označeni su sa S_i, $i = 1, 2, \ldots, 12$. U drugoj i četvrtoj koloni navedeni su mjesečni povrati na te dvije dionice u 2012. godini. Ispod tih kolona izračunat je prosječni mjesečni povrat pomoću formule (4.1). U trećoj i petoj koloni su navedene razlike brojeva iz druge i četvrte kolone i pripadne prosječne vrijednosti povrata (procjene očekivanja slučajnih varijabli R i S kojima opisujemo povrate na dionicu Podravke i Plave lagune). U zadnjoj koloni su navedeni umnošci brojeva iz treće i pete kolone. Ispod te kolone je navedena kovarijanca između dionica Podravke u Plave lagune u navedenom razdoblju, a nju prema formuli (4.10) dobivamo tako da zbojimo brojeve iz zadnje kolone pa onda taj zbroj podijelimo s 12. Uočimo da prema formuli (4.10) trebamo podijeliti zbroj s 11, ali smo već naveli da ćemo često koristiti verziju te formule u kojoj dijelimo s n, a ne s $n-1$. Napomenimo da Excel izračunava kovarijancu upravo tako da podijeli zbroj s n, u ovom slučaju s 12.

Na taj način dobivamo da je kovarijanca između dionica Podravke i Plave lagune u 2012. iznosila $0,00114$, odnosno izraženo u postocima $0,114\%$. Nakon što smo izračunali tu kovarijancu odmah se suočavamo s glavnom manom kovarijance kao mjere međuovisnosti povrata nekih financijskih instrumenata, odnosno slučajnih varijabli općenito, a to je nemogućnost intuitivne interpretacije tog broja. Naime, kovarijanca ovisi o konkretnim slučajnim varijablama koje promatramo te o njihovim numeričkim karakteristikama pa se značajno razlikuju kovarijance između različitih slučajnih varijabli, odnosno njihovih realizacija kojima modeliramo povrate na investicije. Stoga bi nam dobro došla neka standardizirana mjera međuovisnosti povrata na investicije, a to je upravo ono što nam daje korelacija između dvije slučajne varijable, odnosno između njihovih realizacija koje proučavamo.

Kao što smo vidjeli u formuli (4.9) korelacija između dvije slučajne varijable je jednaka njihovoj kovarijanci podijeljenoj sa standardnim devijacijama obje slučajne varijable. Na taj način dobivamo vrijednost koja je uvijek između -1 i 1. Korelacija bliska jedinici indicira da slučajne varijable X i Y imaju izraženu linearnu vezu, a slično je i u slučaju kada je korelacija blizu -1. Kada je korelacija blizu 0, onda su slučajne varijable nekorelirane, odnosno njihova međuovisnost je mala. Svojstva korelacije ćemo malo bolje objasniti u sljedećoj napomeni.

U našem slučaju smo već izračunali da je u 2012. kovarijanca mjesečnih povrata na dionice Podravke i Plave lagune iznosila $0,00114$. Da bi izračunali korelaciju između te dvije dionice potrebne su nam standardne devijacije obje dionice koje izračunamo uzimajući drugi korijen u formuli (4.2), odnosno u verziji te formule s n umjesto $n-1$. U svakom slučaju dobivamo da je standardna devijacija dionice Podravke jednaka $7,12\%$, dok je standardna devijacija dionice Plave lagune jednaka $6,23\%$. Prema formuli (4.11) je korelacija između te dvije dionice jednaka $0,00114/(0,0712 \cdot 0,0623) = 0,257$. To nije velika korelacija pa bi mogli zaključiti da je međuovisnost kretanja cijena dionice Podravke i Plave lagune na mjesečnoj razini u 2012. bila relativno mala. To bi odgovaralo i ekonomskoj intuiciji (pogotovo kada je postavimo u vremenski okvir 2012. godine) prema kojoj su poslovni ciklusi u turizmu i prehrambenoj industriji relativno neovisni, potovo ako uzmemo u obzir izvozni karakter hrvatskog turizma.

Naravno, tu tezu možemo probati provjeriti i u dužem vremenskom roku. U tu svrhu ćemo izračunati kovarijancu i korelaciju mjesečnih povrata na dionice Podravke i Plave lagune u razdoblju od 2002. do kraja ožujka 2016. Primjenjujući istu metodologiju koju smo upotrijebili u prvom dijelu ovog primjera dobivamo da je kovarijanca mjesečnih povrata tih dionica u promatranom razdoblju jednaka $0,00339$, dok je korelacija jednaka $0,436$. Vidimo da je korelacija u cijelom promatranom razdoblju nešto viša nego u 2012. godini. Mogli bismo špekulirati da je u radoblju od početka 2007. do kraj 2009. (dakle, pred i za vrijeme globalne financijske krize koja je imala značajne posljedice na hrvatsku ekonomiju pa i hrvatske dionice) korelacija bila povećana pa je to utjecalo na nešto veću ukupnu korelaciju između te dvije dionice.

Zaista, kada izračunamo korelaciju mjesečnih povrata na te dvije dionice u razdoblju od početka 2007. godine do kraja 2009. godine dobivamo da je ona iznosila $0,545$. U istom razdoblju su bile veće i standardne devijacije mjesečnih povrata za obje dionice. Za dionicu Podravke je u tom razdoblju standardna devijacija mjesečnih povrata iznosila $10,47\%$ u usporedbi sa standardnom devijacijom za cijelo razdoblje od $7,68\%$. Slično je u razdoblju od 2007. do 2009. standardna devijacija mjesečnih povrata na dionicu

Plave lagune iznosila $13,64\%$, dok je standardna devijacija u cijelom razdoblju iznosila $9,91\%$.

Ova su zapažanja sukladna i inače opaženom općem trendu porasta volatilnosti (mjerene standardnom devijacijom) u vremenima ekonomskih ili financijskih kriza, kao i porastu zajedničkog "gibanja" dionica u tim vremenima što možemo mjeriti kovarijancom, odnosno korelacijom. Kasnije ćemo se vratiti na temu promjene volatilnosti i koreliranosti različitih financijskih instrumenta kroz vrijeme, a za sada je važno zapamtiti kako se računaju kovarijanca i korelacija i koje je njihovo značenje. □

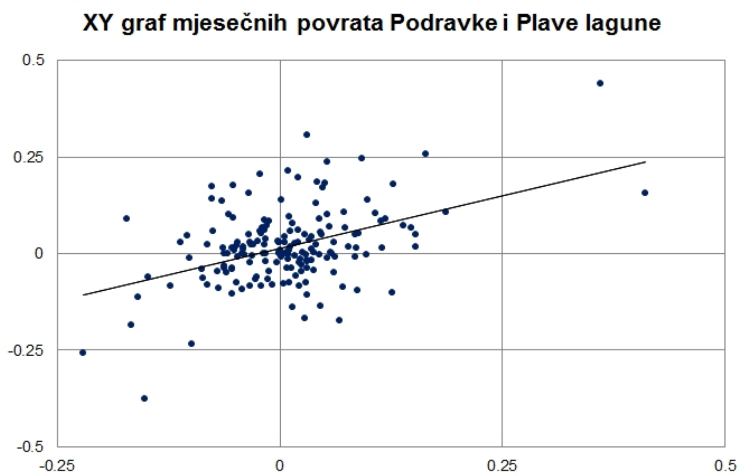
Napomena 4.2.3 (Korelacija)**.** U prošlom primjeru smo naveli da je korelacija standardizirana mjera međuovisnosti dviju slučajnih varijabli (mi promatramo povrate na financijskim tržištima, ali svojstva poput korelacije nemaju neke specifične karakteristike zbog takve primjene). Kao što se vidi iz formule (4.9) ona se izračunava tako da se kovarijanca normalizira standardnim devijacijama slučajnih varijabli koje promatramo. Osnovno pitanje koje si možemo postaviti je zašto su vrijednosti korelacije uvijek između -1 i 1.

Odgovor na to pitanje nam daje poznata (u teoriji vjerojatnosti) nejednakost Cauchy-Schwartza. Ona nam govori o tome da za X i Y slučajne varijable za koje su konačne vrijednosti očekivanja kvadrata tih slučajnih varijabli, dakle $E(X^2)$ i $E(X^2)$, vrijedi nejednakost

$$|E(XY)| \leq \sqrt{E(X^2) \cdot E(Y^2)}.$$

Ukoliko umjesto X i Y uvrstimo, također slučajne varijable, $X - E(X)$ i $Y - E(Y)$ dobivamo da je $|Corr(X,Y)| = |\rho_{X,Y}| \leq 1$.

Kada se proučava korelacija dvije slučajne varijable X i Y često se koristi graf u kojem crtamo parove točaka (x_i, y_i), gdje su x_i i y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, realizacije tih slučajnih varijabli. Ukoliko se, na primjer, vratimo na podatke koje smo promatrali u prethodnom primjeru možemo nacrtati graf uređenih parova (R_i, S_i), gdje su R_i i S_i realizacije slučajnih varijabli R i S kojima modeliramo mjesečne povrate koje su ostvarile dionice Podravke i Plave lagune u razdoblju od početka 2002. do kraja ožujka 2016, $i = 1, 2, \ldots, 171$. Na donjoj slici je prikazan taj graf. Na osi x su naneseni povrati Podravke, a na y Plave lagune.

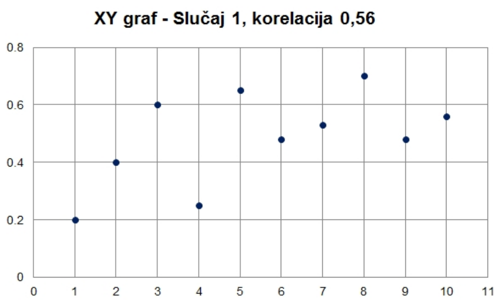


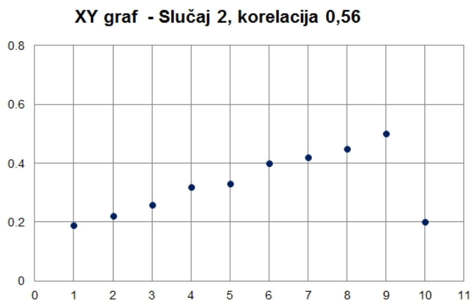
Na sliku smo dodali regresijski pravac da se bolje vidi trend, iako vidimo da on nije izražen. Pozitivan nagib tog pravca ukazuje na pozitivnu korelaciju koja nije velika (znamo da je ona $0,436$). Da je nagib pravca negativan (koeficijent smjera regresijskog pravca) ukazivao bi na negativnu korelaciju podatka koje promatramo.

Ukoliko je korelacija između dvije slučajne varijable jednaka nuli kažemo da su one nekorelirane. Već smo napomenuli da su nezavisne slučajne varijable ujedno i nekorelirane, dok obrat općenito ne vrijedi.

Napokon, ukoliko je korelacija između slučajnih varijabli X i Y jednaka 1 ili -1, onda postoji linearna veza između X i Y. Naime, može se pokazati (vidi [Sar] Propozicija 6.4.) da tada postoje realni brojevi a i b takvi da je $Y = aX + b$, pri čemu je $a > 0$ ukoliko je $\rho_{X,Y} = 1$, odnosno $a < 0$ ukoliko je $\rho_{X,Y} = -1$. U tim slučajevima kažemo da su slučajne varijable X i Y savršeno pozitivno, odnosno negativno, korelirane.

Na kraju ove napomene bismo htjeli još skrenuti pažnju na činjenicu da treba biti oprezan s interpretacijom korelacije slučajnih varijabli, odnosno nekih podataka koje analiziramo. Prije svega, dosta je jasno da visoka koreliranost ne implicira kauzalnost (osim, u slučaju da je korelacija jednaka ± 1). Osim toga, ista korelacija može biti pripisana vrlo različitim skupovima podataka. Na sljedećoj slici su navedena dva skupa podataka i pripadni grafovi (na x osi je u oba slučaja niz brojeva $1, 2, \ldots, 10$).





Iako dva slučaja koje prikazujemo na slici sadrže vrlo različite nizove podataka, pri čemu je drugi niz podataka skoro linearno vezan uz niz brojeva $1, 2, \ldots, 10$, ipak su im korelacije s nizom $1, 2, \ldots, 10$ identične. Naravno, problem drugog niza podataka je jedan podatak koji strši izvan linearnog trenda u kojem su ostali podaci, ali i taj je podatak dovoljan da korelaciju tih podataka smanji na istu razinu kao i u slučaju prve grupe podataka koja je vrlo široko disperzirana. Naravno, ta se disperziranost vidi u varijanci podataka (ili standardnoj devijaciji) jer je varijanca prve grupe podataka (gledamo samo podatke čije su vrijednosti nanesene na y osi) jednaka $0,024$, dok je varijanca druge grupe podataka jednaka $0,011$. Sama korelacija između ta dva niza podataka (nanesenih na y osima) je samo $0,39$.

Ovaj nam, akademski, primjer pokazuje da vrlo različiti podaci mogu imati identične korelacije. Stoga se na općenitim skupovima podataka na korelaciju među podacima može gledati kao na samo jednu od mjera ovisnosti podataka. Na intuitivnoj razini nije loše pogledati xy grafove, poput ovih koje smo prethodno prikazali, prije same analize podataka. □

Primjer 4.2.4. U ovom primjeru ćemo pogledati korelacije još nekih dionica sa Podravkom. Nemamo neki poseban razlog zbog kojega gledamo dionicu Podravke kao reprezentanta hrvatskih dionica. Činjenica je da je ona uvrštena na Zagrebačku burzu od samih početaka te da joj je struktura doničara relativno razvedena pa solidno odražava neke opće trendove na hrvatskom dioničkom tržištu.

Osim dionice Podravke promatrat ćemo i dionice Exxona i Danonea. Exxon je američka naftna kompanija kojom se trguje na njujorškoj burzi, dok je Danone europska prehrambena kompanija kojom se trguje na pariškoj burzi.[7] Te smo dionice izabrali kako bismo

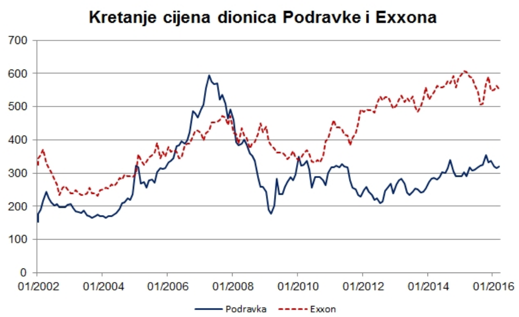
[7] Danone je po svojoj ponudi proizvoda donekle sličan Podravci. Naravno, riječ je o značajno većoj kompaniji s likvidnijom dionicom. Tržišna kapitalizacija Danonea je oko 41 milijarde eura, dok je tržišna kapitalizacija Podravke oko 2,4 milijarde kuna $(0,3$ milijarde eura).

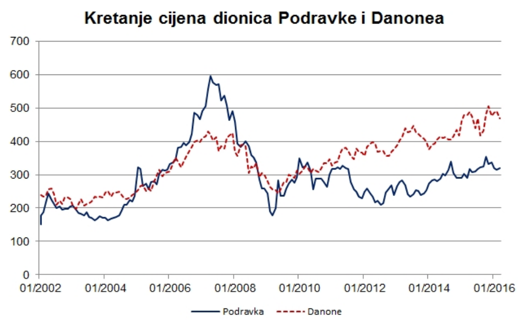
usporedili njihovu koreliranost s dionicama Podravke s obzirom da je načelno teško naći jasnu vezu između povrata na te donice i na dionicu Podravke. Doduše, Danone je poduzeće iz iste industrijske grupe kao Podravka, ali su tržišta na kojima sudjeluju (u smislu prodaje proizvoda po regijama svijeta) dosta različita. To nam indicira da korelacija tih dionica ne bi trebale biti prevelike.

Promatrat ćemo mjesečne povrate na te tri dionice te njihove korelacije u razdoblju od 2002. godine do kraja ožujka 2016. godine. U donjoj tablici su navedene osnovne karakteristike mjesečnih povrata za sve tri dionice. Važno je napomenuti da smo cijene, pa onda i povrate, dionica Exxona i Danonea najprije preveli u kune (po srednjim tečajevima HNB-a za dolare i eure).[8]

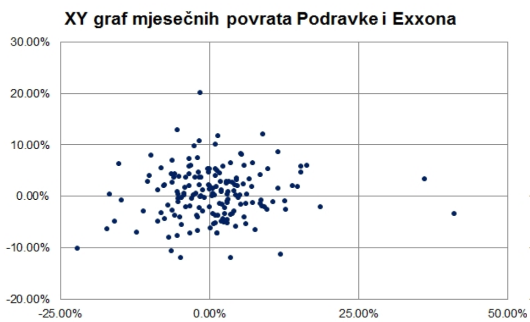
	Podravka	Exxon	Danone
Prosječni povrat	$0,73\%$	$0,43\%$	$0,53\%$
Standardna devijacija	$7,86\%$	$4,98\%$	$4,99\%$

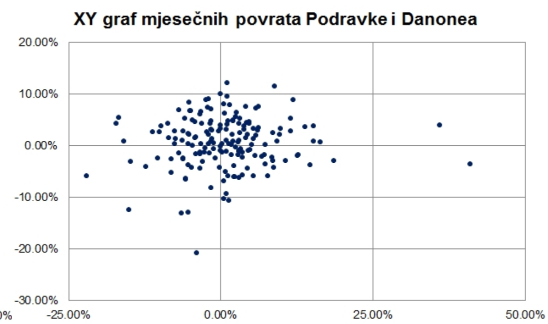
Na sljedećoj slici dajemo usporedbu kretanja cijena dionica Exxona i Danonea s kretanjem cijene dionice Podravke. Opet, cijene dionica Exxona i Danonea su prevedene u kune.





Napokon, na sljedećoj slici prikazujemo grafove u kojima su na x osi naneseni mjesečni povrati dionice Podravke, dok su na y osi naneseni povrati na dionice Exxona i Danonea. Kao što smo prije napomenuli takvi grafovi nam intuitivno prikazuju zajedničko kretanje povrata na izabrane dionice (ili druge financijske instrumente) pri čemu veća disperzija tako prikazanih podataka indicira manju korelaciju.





[8] Pri konverziji u kune standardna devijacija je praktički ostala ista, dok se prosječni mjesečni povrat malo promijeni. Za Exxon je prosječni mjesečni povrat u dolarima jednak $0,57\%$ dok je standardna devijacija mjesečnih povrata jednaka $5,03\%$. Analogni brojevi su za mjesečne povrate dionice Danonea jednaki $0,51\%$ i $5,01\%$.

Kao što vidimo, niti jedna od te dvije dionice ne izgleda previše korelirana s dionicom Podravke. Korelacija mjesečnih povrata na dionicu Exxona s mjesečnim povratima na dionicu Podravke iznosi $0,078$, dok je korelacija mjesečnih povrata na dionicu Danonea s mjesečnim povratima na dionicu Podravke jednaka $0,067$. Vidimo da su obje korelacije prilično male pa možemo reći da su te dionice nekorelirane s dionicom Podravke. Radi potpunosti navodimo da je odgovarajuća kovarijanca za dionice Podravke i Exxona jednaka $0,031\%$, dok je kovarijanca između Podravke i Danonea jednaka $0,026\%$.

Ukoliko gledamo samo razdoblje od početka 2008. godine do kraja 2009. korelacija između Danonea i Podravke (njihovih mjesečnih povrata) se povećava na $0,129$, što je značajni postotni porast korelacije, ali nije porast koji bi indicirao značajniju povezanost povrata na te dvije dionice, usprkos činjenici da je opća razina korelacija na svjetskim tržištima kapitala u tom razdoblju značajno porasla.

Na kraju ovog primjera možemo još napomenuti da je u razdoblju od početka 2002. do kraja ožujka 2016. korelacija mjesečnih povrata na dionice Podravke i Applea iznosila $0,138$, opet nakon što prevedemo vrijednost dionice Applea u kune. Vidimo da su sve te korelacije niže od korelacije Podravke i Plave lagune, a sa značajem slabo koreliranih dionica, mjereno korelacijom njihovih povrata, ćemo se upoznati u sljedećem odjeljku.
$\square$

4.3 Osnove upravljanja portfeljima

Iako su ljudi od davnina ulagali u razne imovine kako bi sačuvali (ili uvećali) svoje bogatstvo, sustavnije i intenzivnije praćenje kretanja vrijednosti pojedinih ulaganja vezuje se uz povećavanje trgovanja dionica na burzama. Uvođenjem raznih dioničkih indeksa (Dow Jones se izračunava od 1884. godine, na primjer) počinju se bilježiti rezultati skupnih ulaganja u dionice, što nam pruža mogućnost za usporedbu pojedinačnih ulaganja s drugim, recimo, prosječnim ulaganjima. I u doba prije električnih računala ljudi su uočavali različite pravilnosti u ponašanju cijena dionica[9] te se razmišljalo o pojmu rizika vezanih uz ulaganja, ali nije postojao prihvaćeni kvantitativni okvir kojim bi se na sustavniji način opisali ti rizici. Drugim riječima, nije postojala neka prihvaćena mjera rizika koja bi investitorima (investicijskoj zajednici) omogućila proučavanje karakteristika svojih ulaganja, pogotovo u portfeljnom smislu. U takvom okruženju je tokom 50-tih godina prošlog stoljeća Harry Markowitz iznio svoju teoriju selekcije portfelja[10] koja je revolucionizirala investicijski svijet. Markowitzevo djelo je ne samo standardiziralo mjere očekivanog povrata i rizika za pojedinačna ulaganja, već je donijelo i uvid u analizu ponašanja portfeljnih ulaganja, a samim time i u mogućnosti diversifikacije rizika. Naime, Markowitz je pokazao da investitorima nije od presudne važnosti rizik pojedinačnog ulaganja (mjeren standardnom devijacijom povrata), nego doprinos koje pojedinačno ulaganje ima na varijancu portfelja investitora, a u tom je smislu od presudne važnosti korelacija koju pojedino ulaganje ima s ostalim ulaganjima u portfelju. Iako je od tada prošlo dosta vremena, i dalje se teorija koja se temelji na radu koji je predstavio Markowitz zove Moderna torija portfelja. Na ovom mjestu nećemo ulaziti u povijest ideja koje su dovele Markowitza do svojih uvida, ali radi potpunosti možemo napomenuti kako je u slično vrijeme kada i Markowitz Roy objavio članak ([Roy]) u kojem je obavio vrlo slične proračune Markowitzevim.

[9]Uočimo da se obveznicama počelo trgovati intenzivnije tek u kasnim 60-tima i 70-tima prošlog stoljeća u razdoblju rasta opće razine kamatnih stopa, odnosno inflacije.

[10]Svoje je uvide Markowitz sažeo u knjizi Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments koja je objavljena 1959, godine ([Mar]).

U ovom potpoglavlju ćemo pojmove koje smo već upotrebljavali u prethodna dva potpoglavlja staviti u kontekst analize nekog skupa investicija/ulaganja. Skup od više različitih investicija nazivamo **portfeljem**, a ponekada se koristi i izraz portfolio. Kako nemamo odgovarajuće hrvatske riječi za skup različitih investicija u nastavku teksta koristimo izraz portfelj. Za prirodan broj $n \in \mathbb{N}$ neka su

$$R_1, \ldots, R_n$$

slučajne varijable kojima modeliramo povrate na neke imovine $I_1, \ldots, I_n$. Imovine koje promatramo mogu biti pojedinačne dionice ili obveznice, zatim neki dionički indeksi, ali i druge vrste imovine poput nekretnina, roba ili investicijskih fondova. Ukoliko u svom vlasništvu imamo više različitih imovina/ulaganja, jasno je da nam svako pojedinačno ulaganje čini određeni udio u porfelju[11]. Označimo s

$$w_1, \ldots, w_n$$

udio pojedine imovine u porfelju koji promatramo. Tada će očekivani povrat R_{port} na portfelj u kojem svaka od imovina $I_1, \ldots, I_n$ ima udio u porfelju jednak $w_1, \ldots, w_n$ biti jednak

$$E(R_{port}) = w_1 E(R_1) + \cdots + w_n E(R_n). \tag{4.12}$$

U gornjoj formuli je samo iskorišteno svojstvo linearnosti očekivanja (vidi [Sar] Teorem 10.1). Dakle, ukoliko znamo očekivane povrate na sve investicije u porfelju pomoću (4.12) lagano izračunamo očekivani povrat na portfelj. Naravno, teret kvantitativne analize portfelja se stoga zapravo prebacuje na procjenu očekivanog povrata na pojedinačna ulaganja.

Varijancu, odnosno standardnu devijaciju portfelja, je nešto teže izračunati jer za varijancu ne vrijedi linearnost. Radi potpunosti navodimo sljedeću Propoziciju u kojoj su navedena osnovna svojstva varijance (vidi [Sar] Propozicija 10.7. i diskusiju na str. 317, 318)

Propozicija 4.3.1. *Neka su X i Y slučajne varijable te a i b realni brojevi. Tada vrijede sljedeća svojstva varijance:*

i) $Var(aX + b) = a^2 Var(X)$ *i*

ii) $Var(aX + bY) = a^2 Var(X) + b^2 Var(Y) + 2ab\, Cov(X, Y)$.

Uz poopćenje na n slučajnih varijabli vidimo da je standardna devijacija σ_{port} portfelja koji je gore opisan jednaka

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 Var(R_i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j Cov(R_i, R_j)}. \tag{4.13}$$

Druga suma u gornjoj formuli je dvostruka suma koja ide po svim i i j između 1 i n, pri čemu se ne zbrajaju elementi za koje je $i = j$. To je zapravo očekivano jer je $Cov(R_i, R_i) = Var(R_i)$ pa smo te elemente (za koje je $i = j$) već uzeli u obzir u prvoj sumi. Uočimo da je ukupan broj pribrojnika u sumama iz prethodne formule jednak n^2. Ukoliko iskoristimo simetričnost kovarijance (Definicija 4.2.1) prethodnu formulu možemo zapisati i kao

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 Var(R_i) + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ i < j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j Cov(R_i, R_j)}. \tag{4.14}$$

[11] Udio pojedinog ulaganja u portfelju je jednak vrijednosti tog ulaganja podijeljenoj s vrijednosti cijelog portfelja

Često se odnosi među nekim dionicama ili obveznicama (njihovim povratima) izražavaju pomoću korelacije. Ukoliko sa ρ_{ij} označimo korelaciju između slučajnih varijabli R_i i R_j, a sa σ_i^2 varijancu od R_i, $i, j = 1, \ldots, n$, onda formulu za standardnu devijaciju protfelja možemo kompaktno zapisati u obliku

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ i<j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}. \tag{4.15}$$

Prije nego što nastavimo s izlaganjem moderne teorije portfelja pogledajmo nekoliko jednostavnih primjera koji nam pokazuju izračune vezane uz gore navedene formule.

Primjer 4.3.2. Pretpostavimo da imamo 100 kuna koje želimo uložiti, a na raspolaganju su nam dvije investicije, označimo ih sa A i B. Za početak pretpostavimo da u obje investicije uložimo jednak iznos, dakle, po 50 kuna u svaku. Dodatno pretpostavimo[12] da u godinu dana investicija A donosi povrat na investiciju od 15%, dok je godišnji povrat na investiciju B jednak -5%.

Uz dane pretpostavke proizlazi da će 50 kuna koje smo uložili u investiciju A na kraju godine vrijediti $57,5$ kuna, dok će 50 kuna koje smo uložili u investiciju B na kraju godine vrijediti $47,5$ kuna. U sljedećoj tablici preglednije prikazujemo rezultat ulaganja u obje investicije.

Investicija	Početni iznos ulaganja	Vrijednost ulaganja na kraju godine	Ostvareni povrat
A	50	$57,5$	15%
B	50	$47,5$	–5%
Ukupno	100	105	5%

Kao što vidimo, rezultat ulaganja u te dvije investicije je jednak kao da smo 100 kuna uložili u jednu investiciju čiji je godišnji povrat iznosio 5%. Drugačiji pogled na ovu situaciju je da definiramo brojeve $w_1 = 0,5$ i $w_2 = 0,5$ ta da početnih 100 kuna uložimo tako da u investiciju A uložimo $w_1 \cdot 100 = 50$ kuna, a u investiciju B uložimo $w_2 \cdot 100 = 50$ kuna. Ukoliko učinimo tako te ukoliko opet pretpostavimo da ulaganjem u investiciju A ostvarujemo povrat $R_A = 15\%$, a ulaganjem u investiciju B ostvarujemo povrat $R_B = -5\%$, onda se ukupni povrat na investiciju može dobiti kao linearna kombinacija R_A i R_B s koeficijentima w_1 i w_2. Kraće rečeno, ukupni povrat na investiciju je u tom slučaju jednak $w_1 \cdot R_A + w_2 \cdot R_B = 0,5 \cdot 15\% + 0,5 \cdot (-5\%) = 5\%$.

Pogledajmo što se dogodi kada promijenimo iznose koje na početku uložimo u investiciju A i investiciju B. Pretpostavimo da su povrati koje će ostvariti obje investicije jednaki, ali da sada u investiciju A na početku uložimo 75 kuna, dok u investiciju B na početku uložimo 25 kuna. Sažeti prikaz rezultata ulaganja je dan u sljedećoj tablici.

Investicija	Početni iznos ulaganja	Vrijednost ulaganja na kraju godine	Ostvareni povrat
A	75	$86,25$	15%
B	25	$23,75$	–5%
Ukupno	100	110	10%

Pogledajmo kako bismo sada ovu situaciju sveli na prethodno opisani pogled na portfelj preko udjela pojedine investicije u portfelju.

[12] Za sada bez ulaska u raspravu na koji smo način došli do tih povrata.

Prije svega uočimo da uz $w_1 = 0,75$ i $w_2 = 0,25$ početnih 100 kuna ulažemo tako da u investiciju A uložimo $w_1 \cdot 100 = 75$ kuna, a u investiciju B uložimo $w_2 \cdot 100 = 25$ kuna. Uz iste oznake kao prije dobivamo da je ukupni povrat na investiciju[13] jednak $w_1 \cdot R_A + w_2 \cdot R_B = 0,75 \cdot 15\% + 0,25 \cdot (-5\%) = 10\%$. □

Prethodni primjer nam pokazuje da na koeficijente w_1 i w_2 možemo gledati kao na udjele pojedine investicije u portfelju. Vidjeli smo da pomoću povrata na pojedinačne investicije i udjela pojedine investicije u portfelju možemo izračunati povrat na cijeli portfelj. Inače, koeficijenti w_1 i w_2 se često nazivaju i **težine** pojedinih investicija u portfelju.

Imajući u vidu mogućnost razlaganja povrata koji ostvaruje portfelj više različitih investicija na povrate koje ostvaruju sastavnice portfelja postaje jasnije zašto želimo gledati linearne kombinacije slučajnih varijabli poput $w_1R + w_2S$, gdje su R i S slučajne varijable kojima modeliramo povrate na investicije. Ukoliko želimo izračunati očekivanje nove slučajne varijable $w_1R + w_2S$ koristit će nam svojstvo linearnosti očekivanja slučajnih varijabli. Naime, vrijedi formula

$$E(w_1R + w_2S) = w_1E(R) + w_2E(S), \tag{4.16}$$

Primjer 4.3.3. Neka su zadane dvije investicije A i B čije povrate opisujemo slučajnim varijablama R_A i R_B čije su distribucije zadane sa

$$R_A \sim \begin{pmatrix} -25\% & -10\% & 0\% & 10\% & 15\% & 20\% \\ 0,05 & 0,15 & 0,2 & 0,3 & 0,25 & 0,05 \end{pmatrix} \quad \text{i}$$

$$R_B \sim \begin{pmatrix} -5\% & 0\% & 5\% & 10\% \\ 0,1 & 0,25 & 0,45 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

Kao što smo već istaknuli, u zapisima distribucija slučajnih varijabli se u gornjem redu zapisuju vrijednosti koje može poprimiti slučajna varijabla, dok su u donjem redu zapisane pripadne vjerojatnosti ostvarivanja tih vrijednosti. Iako to prezentirano na ovaj način izgleda apstraktno, R_A i R_B mogu predstavljati očekivane povrate na neke dionice, na neki dionički indeks poput CROBEX-a, na neki obveznički indeks ili na fond koji ulaže u nekretninske projekte. Možemo se zapitati kako u konkretnim slučajevima doći do takvih distribucija. Jedan od odgovora bi bio da se veći broj analitičara zatraži da daju svoje najbolje procjene o mogućnostima ostvarenja povrata za ulagnja koja promatramo. Objektivno gledano, vrlo je mali broj društava koji upravljaju imovinom (eng. *Asset management companies*) koja si mogu priušiti dovoljan broj analitičara koji bi, na prilično argumentiran način, mogli davati procjene očekivane distribucije povrata za pojedina ulaganja. Ipak, na većim i likvidnijim tržištima velik broj dionica je sustavno praćen od određenog broja analitičara koji prilično redovito revidiraju svoje procjene. Agregiranjem njihovih procjena, koje su u nekim slučajevima i javne, može se doći do procjene ostvarenja povrata na promatrano ulaganje (dionicu, obveznicu, ...) i na pripadne vjerojatnosti ostvarenja tih povrata. U osnovi se mogu povrati koje očekuju pojedini analitičari (bilo preko cijena koje očekuju ili preko povrata koje očekuju) agregirati u nekoliko grupa očekivanih povrata te se onda izračunaju relativne frekvencije tih povrata koje onda iskoristimo u definiciji distribucije slučajnih varijabli poput R_A i R_B u ovom primjeru.

U svakom slučaju kada su nam zadane distribucije slučajnih varijabli kao u ovom primjeru njihovo očekivanje se računa tako da se zbroji produkt vrijednosti koje može

[13] Promatrana investicija je portfelj koji se sastoji od od investicije A i investicije B, pri čemu je omjer te dvije investicije u portfelju jednak 3 : 1.

poprimiti slučajna varijabla i pripadnih verojatnosti. Konkretno, u slučaju slučajne varijable R_A dobivamo da je njeno očekivanje jednako

$$E(R_A) = -25\% \cdot 0,05 - 10\% \cdot 0,15 + 0\% \cdot 0,2 + 10\% \cdot 0,3 + 15\% \cdot 0,25 + 20\% \cdot 0,05 = 5\%.$$

Slično se izračuna očekivanje slučajne varijable R_B koje je jednako

$$E(R_B) = -5\% \cdot 0,1 + 0\% \cdot 0,25 + 5\% \cdot 0,45 + 10\% \cdot 0,2 = 3,75\%.$$

Za vježbu se može provjeriti da su standardne devijacije slučajnih varijabli R i S jednake, redom, $11,29\%$ i $4,44\%$ (iskoristite formulu (4.6)).

Pretpostavimo sada da želimo izračunati očekivani povrat na investiciju koja je s pola iznosa uložena u investiciju A, a s drugom polovicom u investiciju B. Sukladno prijašnjim oznakama, težine tih investicija u portfelju koji je sastavljen u jednakom omjeru od investicije A i od unvesticije B su jednake $0,5$. Dakle, $w_1 = w_A = 0,5$ i $w_2 = w_B = 0,5$. Sukladno formuli (4.16) očekivani povrat na takav portfelj je jednostavno izračunati kada imamo izračunate očekivane povrate (očekivanja slučajnih varijabli R_A i R_B) na investicije A i B. Uz oznaku $R_{portf(A,B)}$ za očekivani povrat na taj portfelj dobivamo

$$E(R_{portf(A,B)}) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,5 \cdot 5\% + 0,5 \cdot 3,75\% = 4,375\%.$$

Naravno, kada mijenjamo težine (udjele) investicija A i B u portfelju dobivamo različite očekivane povrate. Tako za $w_A = 0,75$ i $w_B = 0,25$ dobivamo očekivani povrat na portfelj

$$E(R_{portf(A,B)}) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,75 \cdot 5\% + 0,25 \cdot 3,75\% = 4,688\%,$$

dok za $w_A = 0,25$ i $w_B = 0,75$ dobivamo očekivani povrat na portfelj

$$E(R_{portf(A,B)}) = w_A \cdot E(R_A) + w_B \cdot E(R_B) = 0,25 \cdot 5\% + 0,75 \cdot 3,75\% = 4,063\%.$$

Kao što vidimo računanje očekivanog povrata na portfelj koji se sastoji od investicija s proizvoljnim udjelima u portfelju je vrlo jednostavno. □

U sljedećem primjeru ćemo pokazati kako se računa standardna devijacija portfelja, ali prije toga pogledajmo kratko što nam zapravo govore svojstva varijance navedena u propoziciji 4.3.1. Prije svega, jer je $E(aX) = aE(X)$ i jer je $Var(X) = E(X - E(X))^2$ jasno je da je $Var(aX) = E(aX - E(aX))^2 = E(a^2(X - E(X))^2) = a^2 Vax(X)$. Dakle, ukoliko množimo neku slučajnu varijablu brojem njena varijanca će se povećati za kvadrat toga broja (povećat će se ako je $|a| \geq 1$). Na primjer, ukoliko u primjeru 4.3.3 pomnožimo slučajnu varijablu R_B sa 2, njena će distribucija biti

$$2R_B \sim \begin{pmatrix} -10\% & 0\% & 10\% & 20\% \\ 0,1 & 0,25 & 0,45 & 0,2 \end{pmatrix},$$

a varijanca će joj biti povećana za 4 puta pa će iznositi $0,788\%$ (varijanca od R_B iznosila je $0,197\%$). Uočimo, jer je standardna devijacija korijen varijance, ona će se povećati samo za 2 puta.

Ukoliko malo razmislimo vidimo da je svojstvo varijance $Var(X+b) = Var(X)$ zapravo trivijalno jer je $E(X + b) = E(X) + b$ pa uvrštavanjem te vrijednosti u definicijski izraz za varijancu slučajne varijable dobivamo svojstvo $Var(X+b) = Var(X)$. To nam svojstvo govori da se varijanca slučajne varijable ne mijenja ukoliko njene vrijednosti translatiramo za isti broj. Na primjer, ukoliko opet uzmemo slučajnu varijablu R_B

iz primjera 4.3.3 te pogledamo $R_B + 5\%$ dobit ćemo novu slučajnu varijablu čija je distribucija jednaka

$$R_B + 5\% \sim \begin{pmatrix} 0\% & 5\% & 10\% & 15\% \\ 0,1 & 0,25 & 0,45 & 0,2 \end{pmatrix},$$

a varijanca joj ostaje nepromijenjena u odnosu na R_B. Naravno, to znači da se ne mijenja niti standardna devijacija slučajne varijable R_B pa je i dalje jednaka $4,44\%$.

Svojstvo ii) nam govori da varijanca nije linearan operator što otežava računanje varijanci zbroja slučajnih varijabli te ga svodi na računanje varijanci i kovarijanci slučajnih varijabli koje promatramo. U slučaju dvije varijable te uz koeficijente jednake a i b jednake 1 vidimo da vrijedi

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2\,Cov(X,Y), \tag{4.17}$$

odnosno ako iskoristimo vezu kovarijance i korelacije dobijemo formulu

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2\,\rho_{X,Y}\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}.$$

Ukoliko su slučajne varijable X i Y nezavisne kovarijanca im je nula. Slično, ako su slučajne varijable X i Y nekorelirane onda im je, prema definiciji, korelacija jednaka nuli. U oba slučaja se formula (4.17) svodi na

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y).$$

Primjer 4.3.4. Pogledajmo mjesečne povrate na dionice Podravke i Plave Lagune u 2012. godini koje smo detaljnije analizirali u primjeru 4.2.2. Vidjeli smo da su prosječni mjesečni povrat i standardna devijacija mjesečnih povrata na dionicu Podravke u tom razdoblju bili jednaki $0,6\%$, odnosno $7,12\%$. U istom razdoblju je prosječni povrat na dionicu Plave Lagune iznosio $2,69\%$, dok je standardna devijacija iznosila $6,23\%$. U istom primjeru smo izračunali da je u 2012. kovarijanca mjesečnih povrata na dionice Podravke i Plave Lagune iznosila $0,00114$, dok je korelacija iznosila $0,257$.

Pogledajmo sada kako bi se mijenjao prosječni povrat i standardna devijacija portfelja koji se sastoji od dionica Podravke i Plave Lagune, uz različite udjele obje dionice u portfelju. Za početak pretpostavimo da je udio obje dionice bio jednak, odnosno da je $w_P = w_{PL} = 0,5$, gdje je w_P udio dionice Podravke u portfelju, a w_{PL} udio Plave Lagune u portfelju. Tada je prosječni povrat na portfelj jednak

$$E(R_{portf}) = w_P E(R_P) + w_{PL} E(R_{PL}) = 0,5 \cdot 0,6\% + 0,5 \cdot 2,69\% = 1,65\%,$$

Kako ovdje radimo s historijskim podacima zapravo procjenjujemo realizirane povrate na dionicu Podravke (koristimo oznaku $E(R_P)$, iako je primjerenija oznaka $\bar{R}_P$ za prosječni povrat u prošlosti) i dionicu Plave lagune te s tako procjenjenim povratima računamo povrat na portfelj. Dakle, ovdje smo u situaciji u kojoj očekivani povrat na pojedinu dionicu identificiramo (aproksimiramo) s historijskim povratom.

Prema svojstvu ii) u propoziciji 4.3.1. izračunamo standardnu devijaciju tog portfelja

$$\begin{aligned}\sigma_{portf} &= \sqrt{w_P^2 Var(P) + w_{PL}^2 Var(PL) + 2 w_P w_{PL} Cov(P,PL)} \\ &= \sqrt{0,5^2 \cdot 0,0712^2 + 0,5^2 \cdot 0,0623^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,00114} \\ &= 0,053 \\ &= 5,3\%,\end{aligned}$$

uz oznake $Var(P)$ i $Var(PL)$ za ostvarene (izračunate na povijesnim podacima) varijance povrata na dionice Podravke i Plave lagune[14] te oznake $Cov(P, PL)$ za kovarijancu između te dvije dionice. Ponekad ćemo radi lakšeg računanja i označavanja koristiti formulu za varijancu portfelja (umjesto standardne devijacije) pa ćemo samo na kraju uzeti drugi korijen iz tako izračunate varijance.

Vidimo da se povrat portfelja koji se sastoji od jednakog udjela dionica Podravke i Plave Lagune smanji u odnosu na povrat koji je ostvarila dionica Plave Lagune (naravno, poveća se u odnosu na povrat Podravke), ali se smanji i rizičnost takvog portfelja u odnosu na obje dionice. Rizičnost mjerimo standardnom devijacijom, a ona je za portfelj iznosila $5,3\%$.

Napomenimo da se jednaki udio Podravke i Plave lagune u portfelju postiže tako da se udjeli u portfelju rebalansiraju na mjesečnoj razini (jer radimo s mjesečnim podacima). To znači da na kraju svakog mjeseca trebamo kupiti ili prodati svaku od dionica u onom iznosu koji je potreban da bi im udio u portfelju bio jednak. Na primjer, ukoliko je dionica Podravke rasla u mjesecu, a donica Plave Lagune je stagnirala, morat ćemo za sljedeći mjesec prodati malo dionice Podravke i kupiti malo dionice Plave Lagune tako da im u sljedećem razdoblju udjeli budu jednaki. Na razini manipulacije s podacima to je isto kao da svaki mjesec povrate obje dionice pomnožimo s $0,5$ i zbrojimo ih. Tako dobivamo novi niz podataka čiji je prosječni povrat i standardna devijacija ista kao što smo već izračunali koristeći se formulama za očekivani povrat na portfelj i njegovu standardnu devijaciju.

Pogledajmo što se događa kada promijenimo udjele pojedine dionice u portfelju. Pretpostavimo sada da je udio Podravke u portfelju smanjen na 25%, odnosno da je $w_P = 0,25$ te da je udio Plave Lagune povećan na 75%, odnosno da je $w_{PL} = 0,75$. Tada je prosječni mjesečni povrat na portfelj jednak $2,17\%$, dok je standardna devijacija mjesečnih povrata jednaka $5,41\%$, pri čemu koristimo iste formule kao u slučaju jednakih udjela, ali sada s promijenjenim w_P i W_{PL}. Opet možemo uočiti da je rizičnost portfelja manja od rizičnosti njegovih sastavnica.

Ukoliko povećamo udio dionice Podravke na 75%, a udio dionice Plave Lagune smanjimo na 25% dobivamo manji povrat na portfelj koji iznosi $1,12\%$. Rizičnost portfelja (standardna devijacija mjesečnih povrata) u tom slučaju iznosi $5,93\%$, što je opet manje od pojedinačnih sastavnica portfelja.

Ovo je samo uvodni primjer kojim želimo utvrditi način računanja očekivanog povrata (u ovom slučaju očekivani povrat poistovjećujemo s prosječnim povratom koji računamo iz historijskih podataka) te rizičnosti portfelja koji se sastoji od dvije investicije (u ovom slučaju dionice, ali to nije bilo presudno). U nastavku ćemo se detaljnije pozabaviti odnosima među investicijama u portfelju, ali već i u ovom jednostavnom primjeru možemo uočiti da nekorelirani vrijednosni papiri u portfelju utječu pozitivno na smanjenje rizičnosti portfelja. □

Napomena 4.3.5. Želimo napomenuti da smo povrat na dionice u prethodnom primjeru procjenjivali koristeći se uobičajenim procjeniteljom za očekivanje slučajne varijable, a to je aritmetička sredina povijesnih podataka. Takav način procjene je konzistentan s modeliranjem povrata na investicije (diskretnim) slučajnim varijablama jer se za dane realizacije $x_1, x_2, \ldots, x_n$ takvih slučajnih varijabli (u ovom slučaju to su povijesni podaci o povratima) očekivanje promatrane slučajne varijable procjenjuje aritmetičkom sredinom $1/n \sum_{i=1}^{n} x_i$.

[14] Na ovom mjestu bi opet trebali ponoviti frazu "varijance mjesečnih povrata na dionice Podravke i Plave lagune ostvarene u 2012. godine", ali ćemo sve više izbjegavati tako dugačke formulacije ako je sasvim jasno o kojem se razdoblju radi i koji tip podataka/povrata promatramo, a u ovom je primjeru to jasno i jednoznačno navedeno.

Na ovom mjestu bi se čitatelj mogao zapitati da li je napomena u prvom poglavlju ove knjige, prema kojoj je geometrijska sredina prošlih podataka "prava" mjera prosječnih povijesnih povrata, bila kriva. Odgovor je ne. Naime, u prvom poglavlju smo htjeli skrenuti pažnju čitatelja na činjenicu da se računanjem geometrijske sredine nekih n povijesnih podata o povratima na investiciju dobiva onaj povrat (kamatna stopa) kojim treba ukamatiti početni iznos da bi se dobio krajnji iznos ulaganja u promatranom vremenskom roku. U tom smislu je geometrijska sredina zaista "prava" mjera prosječnih povrata na investiciju. Ovdje gledamo na povijesne podatke iz drugog kuta. Naime, oni nam sada služe za procjenu očekivanja slučajnih varijabli. Pri tome praktički provodimo identifikaciju očekivanja (očekivanih budućih povrata na promatranu investiciju) i procjene dobivene iz povijesnih podataka. Već smo skrenuli pažnju na ograničenja takve identifikacije, ali to zaista jest jedna od metoda za procjenu budućih povrata na neka ulaganja. Često se prilikom računanja očekivanih dugoročnih povrata na neke klase imvovine ili neke velike tržišne indekse (S&P500, Stoxx 600 ili MSCI World) implicitno pretpostavlja da će se budući povrati ponašati kao i oni iz (dugoročne) prošlost. Drugim riječima, ukoliko analiziramo neku investiciju za koju nam je dostupan veći niz povijesnih podataka (i ukoliko se može pretpostaviti da se karakteristike te investicije ne mijenjaju značajno kroz vrijeme - stacionarnost[15]) možemo razumno pretpostaviti da će distribucija povrata u budućnosti biti jednaka onoj iz prošlosti. Ne možemo reći da je to krivo, ali nije posve u duhu Markowitzeve analize, ali ni značenja pojma očekivanog povrata, čega treba biti svjestan. □

Pogledajmo na primjeru portfelja s tri dionice kako se primjenjuju formule za računanje očekivanog povrata na porfelj te njegove rizičnosti.

Primjer 4.3.6. Pogledajmo sada tri dionice koje smo već promatrali: Podravku, Plavu lagunu i Exxon. I prije kvantitativne analize nam je jasno da su sve dionice iz različitih sektora ekonomije s time da je Exxon i iz druge geografske regije (zapravo su njegovi prihodi globalnog porijekla za razliku od prva dva poduzeća čije dionice promatramo). To nam daje za naslutiti da će rizičnost portfelja te tri dionice biti značajno snižena u odnosu na (neke) sastavnice portfelja.

U sljedećoj tablici dajemo zbirni prikaz prosječnog mjesečnog povrata (aritmetički prosjek povijesnih podataka) i standardne devijacije mjesečnih povrata za sve tri dionice u razdoblju od početka 2002. do kraja ožujka 2016. Prema prijašnjim napomenama i oznakama to zapravo znači da prikazujemo očekivanje i standardnu devijaciju slučajnih varijabli R_P, R_{PL} i R_E kojima modeliramo povrate na gtri navedene dionice.

	Podravka	Plava Laguna	Exxon
Prosječni povrat	$0,73\%$	$1,72\%$	$0,44\%$
Standardna devijacija	$7,86\%$	$9,91\%$	$4,98\%$

Osim tih podataka trebat će nam i međusobne korelacije te tri dionice. Korelacija između Podravke i Plave Lagune (odnosno, između mjesečnih povrata koje su ostvarile te dionice) je iznosila $0,4355$, korelacija između Podravke i Exxona je iznosila $0,0783$, a korelacija između Plave Lagune i Exxona je iznosila $0,0317$. Uz pretpostavku da će te korelacije ostati stabilne u budućnosti možemo primijeniti formule (4.18) i (4.20) kako

[15]Uočite, ako vam podaci nisu stacionarni, onda je čak bolje promatrati ponašanje povrata u kraćim razdobljima (na primjer, dvije godine naprema dvije dekade) ukoliko se može razumno pretpostaviti da su podaci stacionarni barem u tom razdoblju.

bi izračunali očekivane povrate i rizičnost različitih portfelja koji se sastoje od te tri dionice.

Pogledajmo najprije portfelj u kojem sve tri dionice čine jednak udio. Drugim riječima, težine svih dionica, u oznakama w_P, w_{PL} i w_E, su jednake 1/3. Kao i u slučaju portfelja dvije dionice s jednakim udjelima i ovdje izvedbeno dobivamo portfelj s udjelima svake dionice jednakim 1/3 tako da mjesečno rebalansiramo portfelj na način da je na početku svakog mjeseca udio svake dionice jednak 1/3. Očekivani povrat na takav portfelj je lagano izračunati prema formuli (4.18):

$$\begin{aligned} E(R_{portf}) &= w_P E(R_P) + w_{PL} E(R_{PL}) + w_E E(R_E) \\ &= \frac{1}{3} \cdot 0,73\% + \frac{1}{3} \cdot 1,72\% + \frac{1}{3} \cdot 0,44\% \\ &= 0,96\% \end{aligned}$$

Korištenjem formule (4.20) računamo i rizičnost tog portfelja, odnosno njegovu standardnu devijaciju. Naravno, lagano izračunamo zbroj umnožaka kvadrata težina i varijanci svake dionice:

$$\sum_{i=1}^{3} w_i^2 Var(R_i) = (\frac{1}{3})^2 \cdot 7,86\%^2 + (\frac{1}{3})^2 \cdot 9,91\%^2 + (\frac{1}{3})^2 \cdot 4,98\%^2 = 0,00205.$$

U drugoj sumi u formuli (4.20) imamo tri pribrojnika. Računamo im redom vrijednosti:

$$\begin{aligned} w_P w_{PL} \sigma_P \sigma_{PL} \rho_{P,PL} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 7,86\% \cdot 9,91\% \cdot 0,4355 = 0,0003769 \\ w_P w_E \sigma_P \sigma_E \rho_{P,E} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 7,86\% \cdot 4,98\% \cdot 0,0783 = 0,0000341 \\ w_{PL} w_E \sigma_{PL} \sigma_E \rho_{PL,E} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 9,91\% \cdot 4,98\% \cdot 0,0317 = 0,0000174. \end{aligned}$$

Zbrojimo sva ta tri broja, pomnožimo ih sa 2 te im pribrojimo prije dobivenih $0,00205$ od zbroja umnožaka kvadrata težina i varijanci. Uzimajući korijen dobivamo standardnu devijaciju portfelja u kojem sve tri dionice čine jednak udio:

$$\begin{aligned} \sigma_{portf} &= \sqrt{0,00205 + 2 \cdot (0,0003769 + 0,0000341 + 0,0000174)} \\ &= \sqrt{0,0029099} \\ &= 5,39\%. \end{aligned}$$

Na taj način dobivamo očekivanje mjesečnog povrata na portfelj s jednakim udjelom sve tri dionice od $0,96\%$ te standardnu devijaciju (rizičnost) mjesečnih povrata na taj portfelj od $5,39\%$. Iako je standardna devijacija nešto veća od standardne devijacije mjesečnih povrata Exxona vidimo da je i očekivani povrat na ovaj protfelj dvostruko veći od očekivanog povrata na portfelj koji bi sadržavao samo Exxon. Na neki način, a kasnije ćemo to formalizirati uvođenjem Sharpovog omjera, možemo zaključiti da po jedinici preuzetog rizika možemo očekivati veći povrat na ovaj portfelj nego što možemo očekivati od dionica koje ga čine. Preciznije, vidimo da je očekivani povrat na ovaj portfelj u omjeru prema rizičnosti portfelja (dakle, omjer $E(R_{portf})/\sigma_{portf}$) veći od usporedivog omjera za bilo koju od sastavnica portfelja.

Za sada smo promatrali samo standardnu devijaciju kao mjeru rizičnosti dionica (investicija) i portfelja dionica, ali možemo pogledati i neke druge mjere rizičnosti i usporediti njihove vrijednosti s vrijednostima za portfelj. Na primjer, ukoliko gledamo 10 najvećih mjesečnih padova dionica (negativnih mjesečnih povrata) vidimo da je prosjek tih 10 najvećih padova za Podravku iznosio $-14,57\%$, za Plavu Lagunu je taj prosjek iznosio $-18,86\%$, a za Exxon je taj prosjek iznosio $-9,38\%$. Prosjek najvećih 10 padova za portfelj tih dionica u kojemu svaka sudjeluje s jednakim udjelom iznosi $-10,60\%$ pa vidimo da je i po ovakvom kriteriju rizičnost portfelja bliža rizičnosti Exxona, nego rizičnosti druge dvije dionice.

Ukoliko ne gledamo prosjek najvećih 10 padova nego prosjek 10% najvećih padova (to je ukupno 17 najvećih padova) koji se često naziva i 10-postotni CVaR dobivamo sljedeće vrijednosti: za Podravku je taj prosjek jednak -12%, za Plavu Lagunu je jednak $-14,95\%$ za Exxon $-8,13\%$, a za portfelj $-8,52\%$.

U svakom slučaju, vidimo da se rizičnost portfelja smanjuje kada se u njemu nalaze dionice (investicije) koje nisu visoko korelirane.

Pogledajmo kako se mijenja očekivani povrat na portfelj i njegova rizičnost kada mijenjamo udjele dionica u portfelju. Uzmimo najprije portfelj u kojem Exxon čini pola portfelja, a preostala polovica je raspodijeljena u jednakim dijelovima između Podravke i Plave Lagune. Uz isti postupak kao i prije, ali uz promijenjene težine svake od dionica ($w_P = 0,25$, $w_{PL} = 0,25$ i $w_E = 0,5$) izračunamo da je očekivani povrat na takav portfelj (opet identificiran s procijenjenim prosječnim povratom) jednak

$$E(R_{portf2}) = 0,83\%.$$

To je manja vrijednost od slučaja jednakog udjela svih dionica u portfelju, ali je to i očekivano jer smo povećali udio dionice s najmanjim očekivanim povratom. Kod izračuna rizičnost tog portfelja možemo uočiti da koristimo iste standardne devijacije i korelacije kao i prije, samo što sada mijenjamo udjele pojedine dionice u portfelju (dakle, $w_p, w_{PL} i w_E$). U svakom slučaju dobivamo da je u ovom slučaju standardna devijacija tog portfelja jednaka (možete provjeriti)

$$\sigma_{portf2} = 4,467\%.$$

Naravno, na sličan način se odrede očekivani povrat i rizičnost portfelja i u drugim slučajevima (za druge udjele dionica u portfelju). □

4.4 Markowitzeva teorija upravljanja portfeljima

Nakon nekoliko prethodnih primjera možemo se vratiti se na općenitu situaciju s početka prošlog odjeljka: imamo na raspolaganju n imovina $I_1, I_2, \ldots, I_n$, gdje je $n \in \mathbb{N}$. Distribucije povrata tih imovina dane su diskretnim slučajnim varijablama $R_1, R_2, \ldots, R_n$. Promatramo porftfelj sastavljen od tih n imovina pri čemu su njihovi udjeli jednaki $w_1, w_2, \ldots, w_n$, odnosno udio investicije I_i u portfelju je jednak w_i. Pretpostavit ćemo da je $w_i \geq 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$ te da vrijedi $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$. U osnovi to odgovara situaciji da u portfelju nije dozvoljen short selling. Ovo nije ključna pretpostavka, ali je intutivnija i za sada pogodnije za analizu.

Kao što smo već vidjeli, očekivani povrat na portfelj (ponekad se zove *ex-ante* povrat) tada je jednak

$$E(R_{port}) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2) + \cdots + w_n E(R_n) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i), \tag{4.18}$$

gdje je R_{port} oznaka za slučajnu varijablu kojom modeliramo povrate na promatrani portfelj. Nadalje, u skladu s već rečenim, varijanca portfelja se tada računa prema formuli

$$\sigma_{port}^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ i<j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j Cov(R_i, R_j), \tag{4.19}$$

gdje smo sa σ_i^2 označili varijance slučajnih varijabli R_i, $i = 1, 2, \ldots, n$. S obzirom da rizičnost portfelja mjerimo standardnom devijacijom u prethodnoj formuli treba samo dodati drugi korijen kako bismo izračunali rizičnost promatranog portfelja.

Napokon, ukoliko nam je zadana korelacija između povrata na investicije u portfelju, odnosno korelacija ρ_{ij} između slučajnih varijabli R_i i R_j dobivamo formulu za izračun rizičnosti portfelja

$$\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{\substack{i=1 \\ i<j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j}}. \tag{4.20}$$

Pokušajmo sada objasniti malo detaljnije Markowitzev rad, pri čemu nam je glavna referenca [Mar]. Markowitz pretpostavlja da investitori promatraju svoje investicije kroz razdiobu povrata koje mogu ostvariti u (nekom) razdoblju investiranja. Kao što smo već napomenuli to nas navodi na analizu (diskretnih) slučajnih varijabli. Kao osnovne mjere za analizu portfelja Markowitz odabire očekivanje i varijancu (standardnu devijaciju).

Markowitz kao mjeru centralne tendencije (kako je on sam naziva) odabire očekivanje, ali komentira dosta ekstenzivno zašto je upravo to dobra mjera, a ne, na primjer, medijan ili mod (str. 49 -55 u [Mar]). Ovdje vrijedi napomenuti kako Markowitz u komentaru na ulogu očekivanog povrata navodi kako se on treba bazirati na racionalnim očekivanjima o budućnosti, a ne (samo) na podacima iz prošlosti (str. 14. u [Mar]). Naime, često se u praksi pristup očekivanom povratu svodi na izračunavanje aritmetičke sredine prošlih povrata (kao procjenitelja očekivanja slučajne varijable). Markowitz se s druge strane referira na procjene analitičara (specifično *Security analyst*-a, tj. analitičara koji procjenjuju vrijednost pojedinačnih ulaganja, poput dionica) kao ključne ulazne parmetre za portfolio managera. U tom smislu on analitičare uspoređuje s metorolozima, a za portfolio managere (odnosno ljude koji upravljaju portfeljima raznih ulaganja) kaže da njihov posao počinje tamo gdje završava posao analitičara (str. 27.-28. u [Mar]). U svakom slučaju, Markowitz u svojoj analizi koristi očekivanje, a naravno da je linearnost očekivanja jedan od argumenata za njegovo korištenje.

Kao mjeru rizika ulaganja Markowitz u [Mar] prije svega gleda na varijabilnost očekivanih povrata na ulaganje, odnosno na varijancu povrata (ili standardnu devijaciju kao drugi korijen od varijance). Ipak, i u ovom slučaju Markowitz komentira (između ostaloga u poglavlju XIII) niz drugih mjera rizika (poput najvećeg očekivanog gubitka), a vrlo afirmativno govori i o poluvarijanci, odnosno varijanci u kojoj se računaju samo povrati koji su manji od očekivanog povrata (ili neke druge vrijednosti). Radi potpunosti možemo navesti da bi se procjenitelj poluvarijance[16] načelno računao prema formuli

$$\frac{1}{n-1} \sum_{\{i: x_i < \bar{x}_n\}} (x_i - \bar{x}_n)^2. \tag{4.21}$$

Ipak, Markowitz (str. 188) poluvarijancu definira kao $E(R^-)^2$, odnosno kao varijancu negativnog dijela slučajne varijable R. U tom slučaju je procjenitelj poluvarijance (Markowitzeve) jednak

$$\frac{1}{n-1} \sum_{\{i: x_i < 0\}} (x_i - \bar{x}_n)^2. \tag{4.22}$$

[16]Dakle, poluvarijanca bi za slučajnu rarijablu R bila definirana kao $E((R - ER)^2 I_{\{R<E(R)\}})$, gdje je I oznaka za indikator skupa.

Jasna je logika iza takve definicije: ako već ne gledamo varijancu kao mjeru rizika, onda se trebamo usredotočiti na varijancu samo onih povrat koje inevstitori žele izbjeći, a to su negativni povrati. Ipak, većina analiza koje provodi Markowitz zasnovana je na standardnoj devijaciji kao mjeri rizika. S obzirom da standardna devijacija portfelja sadrži i kovarijance povrata na ulagajna od kojih se sastoji portfelj Markowitz, opet vrlo opširno, komentira i mogućnosti za izračun velikog broja kovarijanci. Naime, kada se pogleda formula (4.19) za izračun varijance portfelja vidimo da za općeniti $n \in \mathbb{N}$ imamo n varijanci i $n(n-1)/2$ kovarijanci koje treba izračunati/procijeniti. To je velik broj. Za portfelj sa 100 investicija trebamo izračunati 100 varijanci i 4950 kovarijanci. Iako se čak i može od analitičara očekivati da izračunaju distribucije (ili barem očekivane povrate i standardne devijacije) za 100 investicija, teško je očekivati da oni (analitičari) mogu dati neku suvislu procjenu tolikog broja kovarijanci/korelacija (str 97. u [Mar]). Stoga Markowitz pokušava naći neki zaobilazni način na koji bi se kovarijance mogle procjeniti. Na primjer, povrati na pojedine dionice se mogu iskazati u odnosu na neki indeks[17], u odnosu na neki skup drugih varijabli (ili više njih) ili možda podijeliti investicije u neke grupe (na primjer industrijske sektore) i onda računati prosječne korelacije između tih grupa. U osnovi nas takve ideje vode prema uvođenju nekog modela kojim bi određivali odnose među investicijama ili barem u odnosu na neku referentnu investiciju/imovinu. U tom je kontekstu posebno zanimljivo uočiti da na str. 100 u [Mar] Markowitz kao mogućnost jednog takvog jednostavnog modela navodi mogućnost da se povrati na investicije modeliraju kao

$$R_i = A_1^i + A_2^i I + u_i,$$

gdje su A_1^i, A_2^i brojevi, I je povrat na neki indeks (referentna vrijednost), a u je slučajna devijacija (očekivanje joj je nula, nekorelirana je s povrarom na indeks, kao i s drugim slučajnom devijacijama). To je zapravo točna ideja koju će kasnije iskoristiti William Sharpe kako bi formulirao Capital Asset Pricing Model.

Osnovni, kvantitativni, cilj koji Markowitz želi riješiti je pronalazak efikasnih portfelja. Portfelj je, prema Markowitzu, **efikasan** ako:

- za zadanu razinu rizika ne postoji neki drugi portfelj koji ima veći očekivani povrat u odnosu na promatrani portfelj ili
- za zadanu razinu razinu očekivanog povrata ne postoji neki drugi portfelj s manjim rizikom (mjeren standardnom devijacijom) u odnosu na promatrani portfelj.

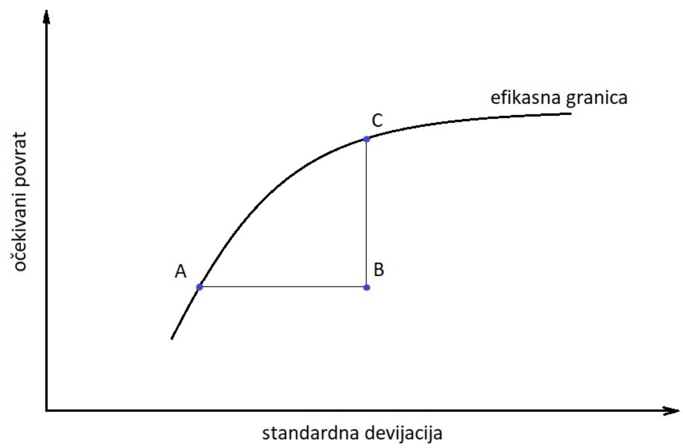
Iza ovakve definicije efikasnih portfelja zapravo se krije pretpostavka da su svi (racionalni) investitori neskloni riziku (eng. *risk-averse*). Investitor neskolon riziku će u odabiru svije investicijeske mogućnosti s istim očekivanim povratom odabrati onu koja je manje rizična.

Da bi si lakše predočili kakvi su to efikasni portfelji pogledat ćemo donju sliku. Zamislimo da sve moguće investicije prikažemo u ravnini na način da im je x koordinata jednaka standardnoj devijaciji povrata, dok im je y koordinata jednaka očekivanom povratu. Na taj način dobivamo prikaz u kojem se rizičnije investicije dnalaze desnije u ravnini (u pozitivnom smjeru osi x), a investicije s većim očekivanim povratom se nalaze u gornjem dijelu ravnine (u poztivnom smjeru osi y).[18] Bez da sada ulazimo u argumentaciju nastanka krivulje koja je prikazana na donjoj slici, možemo uočiti da su investicije koje

[17] To bi značilo da se procjeni da će u slučaju rasta indeksa za xx% vrijednost neke investicije porast za yy%, i slično u slučaju pada indeksa za određeni postotak.

[18] Zaimljivo je zauočiti da Markowitz prikazuje očekivani povrat na x osi, a mjeru rizika na y osi. Kasnije je postalo uobičajeno označavati koordinatne osi na način na koji smo to mi napravili.

se nalaze na njoj efikasne. Naime, za proizvoljnu investiciju B možemo naći investiciju (općenito portfelj) koja ima isti očekivani povrat, ali manju rizičnost. To je investicija A. Također možemo naći investiciju (portfelj) koji ima istu razinu rizičnosti kao investicija B, ali veći očekivani povrat. To je investicija C. Zbog proizvoljnosti odabira investicije B zaključujemo da se na toj krivulji nalaze efikasne investicije (u Markowitzevom smislu). Ta se krivulja naziva **efikasna granica**.



Ukoliko malo razmislimo o upravo uvednim pojmovima shvatit ćemo da svaki racionalan investitor želi imati u svom portfelju investicije koje će ga dovesti na efikasnu granicu (ili blizu nje). Pa kako onda doći do efiksne granice? To je zapravo osnovno pitanje koje postavlja, i daje odgovor na njega, Markowitz.[19] Naime, metodama linearnog programiranja u centralnom dijelu svoje knjige (drugio dio u [Mar].) on rješava optimizacijski problem dobivanja efikasnih portfelja od nekog zadanog skupa investicija. Taj se postupak naziva Mean-Variance Optimization. Na putu rješavanja tog problema, Markowitz skreće pažnju na činjenicu da dodavanjem nekoreliranih investicija u portfelj smanjujemo rizičnost portfelja (mjerenog standardnom devijacijom). Time se pruža mogućnost za prvu precizniju definiciju pojma **diversifikacije** kao smanjenja standardne devijacije portfelja. Naravno, to pretpostavlja postojanje nesavršenih korelacija među povratima na različite investicije. Iako je zapravo teško naći investicije čiji bi povrati bili negativno korelirani s nekim glavnim investicijskim klasama, ipak se može naći dosta investicija koje nisu savršeno korelirane. Stoga se često kaže da je Markowitz ne samo ukazao na koristi od diversifikacije, već je i pokazao kako je efektivno provoditi. Na ovom mjestu ne možemo detaljnije opisati sam postupak optimizacije, ali dobro je biti svjestan toga.

Dakle, Markowitz pokazuje koristi od diversifikacije. To nas vodi na neke zaključke koji nisu odmah intuitivno jasni. Naime, investitori (načelno svi mi) su skloni promatrati investicije pojedinačno i analizirati (u boljem slučaju) potencijal rasta neke investicije (očekivani povrat), kao i neke rizike vezane uz investiciju poput položaja unutar neke industrije, kroz stabilnost prihoda/dobiti i slično (standardna devijacija povrata). Uključujući u obzir i međuodnos neke nove investicije s postojećim investicijama u portfelju (kovarijanca/korelacija) zapravo se primarni fokus analize u portfolio managementu skreće s odabira nekoliko "superiornih" investicija na proučavanje karakteristika nove investicije u odnosu na već postojeće u portfelju. Takav način promatranja na investicije može nas dovesti u situaciju da u portfelj kupimo (ili prodamo kroz short selling, futures

[19] Malo preciznije, Markowitz zaista rješava problem pronalaska efikasnih portfelja, ali ne analizira karakteristike efikasne granice. Kasnije se dosta autora bavilo problemom opisa efikasne granice, a jedan od poznatijih radova na tu temu je [Mer]

i sl.) investiciju koja nije ni po čemu posebna, nismo niti uvjereni da joj je potencijal rasta značajan, ali je nisko korelirana s glavninom drugih investicija u portfelju pa u skladu s (4.20) blagotvorno utječe na rizičnost portfelja. Štoviše, kada dodajemo sve više i više investicija u portfelj (dakle, kada $n \to \infty$) Markowitz pokazuje (poglavlje 5. u [Mar]) da je prilikom dodavanja novih investicija u porfelj veći utjecaj korelacije na varijancu portfelja od varijance pojedinačnih investicija.

Kada bi htjeli vrlo načelno sažeti što je zapravo cilj upravljanja portfeljima mogli bi reći da je to pronalazak efikasnih portfljea (ili onih bliskih njima). Opet načelno govoreći, do efikasnih portfelja se dolazi diversifikacijom (dodavanjem investicija s nekoreliranim povratima u portfelj). Naravno, to nije jednoznačan proces jer diversifikacija smanjuje rizičnost portfelja, ali načelno i očekivani povrat. S druge strane, dodavanjem investicija s velikim očekivanim povratom vrlo vjerojatno povećavamo rizičnost porfelja, ali ipak povećavamo očekivani povrat portfelja pri čemu se rizičnost smanjuje u odnosu na pojedinačna ulaganja.[20] Poanta je da sam postupak pronalaska efikasnih porfelja ne može odgovoriti na pitanje pronalaska odgovarajućeg portfelja za svakog investitora jer to ovisi o njegovim potrebama, preferencijama i toleranciji rizika. To je dio problema koji također Markowitz analizira i to u kontekstu tako zvanih funkcija korisnosti (eng. *utility functions*) - dio 3. U [Mar]. Teorija funkcija korisnosti je preopsežna da bi je na ovom mjestu čak i tangencijalno dodirnuli, ali radi se o tome da se tom teorijom pokušavaju opisati preferencije, u ovom slučaju, investitora. Pokušavajući ipak ukazati u kojem smjeru bi mogli razmišljati prilikom određivanja primjerenog efikasnog portfelja za pojedinačnog investitora mogli bi raći ovako: ukoliko je maksimalna tolerancija na rizik nekog investitora jednaka nekoj specifičnoj[21] standardnoj devijaciji σ_c, onda je primjereni efikasni portfelj za tog investitora onaj portfelj na efikasnoj granici koji odgovara tako određenom riziku. Ili, ukoliko investitor želi, i zna što sve to uključuje u smislu preuzimanja rizika, ostvariti neki specifičan očekivani povrat R_c, onda je za njega primjeren efikasni portfelj upravo s tom razinom očekivanog povrata.

Na ovom mjestu bi htjeli dati jednu važnu napomenu. Ponekad se u komentaru Markowitzeve teorije konstatira kako on pretpostavlja da investitori donose svoje odluke samo na osnovu očekivanog povrata i varijance povrata, pa čak i da implicitno pretpostavlja kako su povrati na tržištima kapitala normalno distribuirani, a ima dosta indicija da oni to nisu (distribuirani u skladu s normalnom razdiobom). Markowitz ne pretpostavlja da su povrati koje može ostvariti neka investicija normalno distribuirani već eksplicitno komentira situacije u kojima to nije istina baš kako bi suzio izbor od mnoštva mogućnosti na očekivanje i varijancu (na primjer, str. 51. i 52. u [Mar]). Naravno, gledano iz vjerojatnosne perspektive mogli bi reći da korisnost korištenja varijance kao mjere rizika pada ukoliko distribucija povrata nije simetrična (specijalno normalna), ali dugačak je put od toga da neka mjera rizika nije najbolja u svim situacijama do toga da je loša. U konačnici, Markowitz koristi i poluvarijancu (koja uklanja prigovor o prtepostavci simetrične razdiobe povrata) te s njome provodi svoj optimizacijski postupak i zaključuje da u osnovi s njom dobiva bolje rezultate. Ipak, radi poznatosti i jednostavnosti glavne rezultate prezentira s varijancom/standardnom devijacijom.

Nadalje, kada kreće u svoja razmatranja funkcija korisnosti (kako bi odabrao primjeren efikasni portfelj od mnoštva njih za svakog pojedinačnog investitora), on započinje analizu vrlo općenito.[22] Kako bi ipak mogao riješiti problem pronalaska jedinstvenog

[20] Osim ako ne pronalazimo savršeno pozitivno korelirane investicije.

[21] To bi podrazumjevalo da taj investitor ima jasan stav o distribucijama povrata i značenju preuzimanja rizika na razini neke specifične stndardne devijacije. Autor ovog teksta može posvjedočiti sa svojim višegodišnjim iskustvom da investitori to ne mogu raditi na neki konzistentan način.

[22] Vjerojatno bi većini čitatelja bilo iznenađenje da vidi koliko Markowitz zapravo posvećuje pažnje praktičnosti i primjenjivosti svojih analiza i diskutira koja pitanja treba postaviti investitorima, ili

efikasnog portfelja za pojedinog investitora Markowitz se u poglavlju XIII fokusira na funkcije korisnosti u jednom razdoblju te specifično na kvadratne funkcije korisnosti. U tom slučaju je zaista ekvivalentno, a Markowitz to i pokazuje (str. 286. u [Mar]), korištenje kvadratnih funkcija korisnosti i zasnivanje odluka o odabiru investicija samo na osnovu očekivanog povrata i varijance. Ipak, već u tom poglavlju Markowitz upravo u kontekstu funkcija korisnosti analizira i niz drugim mjera rizika, među kojima i polu-varijancu, očekivanu vrijednost gubitka ili maksimalni gubitak.

Dakle, a to je važno uočiti, Markowitz ne pretpostavlja ništa posebno o povratima koji se ostvaruju na tržištima kapitala, ili općenitije, i cijela njegova analiza koja vodi na pronalazak efikasnih portfelja vrijedi bez nekih dodatnih pretpostavki. Tehnički gledano, on pretpostavlja da su sve imovine/investicije u koje se može uložiti savršeno likvidne[23] (str. 274 u [Mar]), ali to nije pretpostavka koja bi nametala previše ograničenja. Stoga rezultati koje smo naveli u prethodnom odjeljku vrijede bez nekih dodatnih pretpostavki, kao i rezultati vezani uz određivanje efikasnih portfelja (optimizacijom). Što se tiče ponašanja investitora, osnovna pretpostavka s kojom radi Markowitz je da su investitori neskloni riziku (kao što smo već napomenuli). Iz toga se izvodi i želja investitora za efikasnim portfeljima. Tek kada uđe u analizu postupka kojim investitori biraju pojedine efikasne portfelje Markowitz uvodi neke zahtjevnije pretpostavke koje smo gore spominjali.

4.5 Efikasna granica

U prošlom odjeljku smo se upoznali s konceptom efikasnih portfelja. Kontekst uvođenja pojma efikasnog portfelja bio je vezan uz Markowitzevu analizu u smislu preferencija investitora vezanih uz odabir portfelja zasnovan na mjerama očekivanog povrata i varijance. Komentirali smo da se mogu gledati i druge mjere, ali sada pretpostavljamo da provodimo analizu u kontekstu očekivanog povrata i varijance/standardne devijacije (eng. *mean-variance analysis*). Podsjetimo se, portfelj je efikasan ukoliko ne postoji drugi portfelj istog očekivanog povrata s manjom varijancom ili ukoliko ne postoji portfelj s istom varijancom i s većim očekivanim povratom.

U ovom odjeljku želimo pokazati kako se dolazi do efikasnih portfelja. Intuitivno, grafički, se skup efikasnih portfelja najčešće prikazuje efikasnom granicom pa ćemo probati objasniti kako se do nje dolazi. Literatura koja se bavi takvim problemima je zaista opsežna. S obzirom da želimo objasniti osnove držat ćemo se nekih osnovnih prikaza koji se mogu naći u [R&B] poglavlje 7, [Elton & dr.] poglavlja 5 i 6, [Fab & dr.] poglavlje 3 ili [Ruppert] poglavlje 11.

Pogledajmo najprije, akademsku, situaciju u kojoj imamo dvije dionice A i B čiji su očekivani povrat i standardna devijacija isti. Uz analogne oznake kao prije neka je $E(R_A) = E(R_B) = 8\%$ i $\sigma_A = \sigma_B = 14\%$ te $w_A = w_B = 0,5$. Varirajući korelaciju među tim dionicama dobivamo različite rizičnosti portfelja. U donjoj tablici su prikazane vrijednosti rizičnosti portfelja te dvije dionice u ovisnosti o korelaciji.

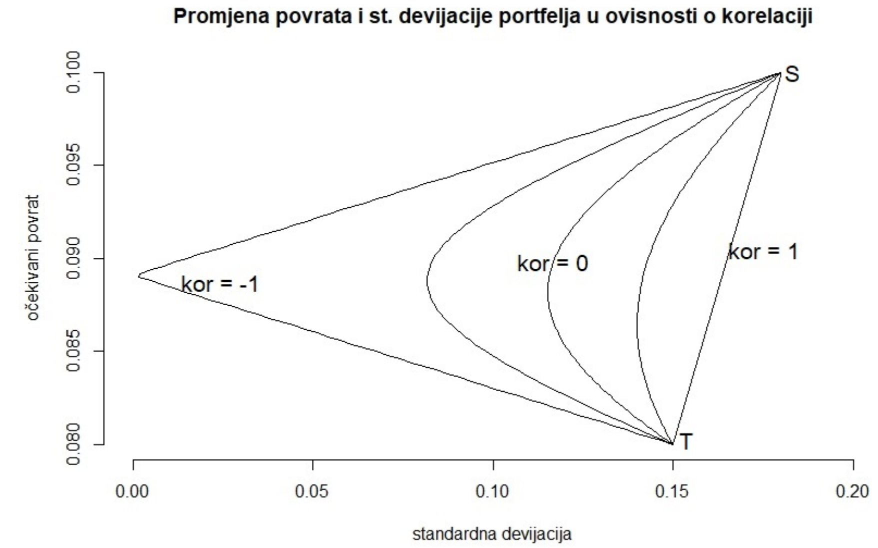
Korelacija	-1	-0.5	0	0.5	1
Očekivani povrat portfelja	8%	8%	8%	8%	8%
Standardna devijacija portfelja	$0,00\%$	$7,00\%$	$9,90\%$	$12,12\%$	$14,00\%$

prije toga analitičarima, kako bi se dobile informacije koje bi omogućile pronalazak efikasnih portfelja pimjerenih pojedinim investitorima.

[23] To zapravo znači da se investicije mogu kupiti i prodati po istoj cijeni i to u neograničenim količinama.

S obzirom da su očekivani povrati na obje donice jednaki očekivani povrat na portfelj je jednak očekivanom portfelju na obje dionice (naravno, on ne ovisi o korelaciji, ali u ovom slučaju niti o promjenama udjela pojedine dionice u portfelju). Rizičnost portfelja se ne mijenja, u odnosu na dvije dionice koje čine portelj u slučaju, ukoliko su one potpuno (pozitivno) korelirane. U svim drugim slučajevima se rizičnost portfelja smanjuje, a to je posebno izraženo u slučajevima negativne korelacije. Ukoliko su promatrane dionice savršeno nekorelirane portfelj te dvije dionice s jednakim udjelima u portfelju postaje bezrizičan (varijabilnost povrata je nula). Naravno, to se u praksi ne događa[24], ali nam ovdje služi za ilustraciju utjecaja smanjenja korelacije na rizičnost portelja.

Pogledajmo malo općenitiju situaciju. Uzmimo dvije investicije S i T i to takve da je $E(R_S) = 10\%$, $E(R_T) = 8\%$ te je $\sigma_S = 18\%$ i $\sigma_T = 15\%$ (sve na godišnjoj razini). Na donjoj slici je prikazana promjena očekivanog povrata i standardne devijace uz promjene udjela pojedine investicije u portfelju i to za različite vrijednosti korelacije između te dvije investicije ($-1, -0.5, 0, 0.5$ i 1). Kao što je naznačeno na slici, ravna crta između točaka S i T odgovara portfeljima koji se dobiju uz kolrelaciju 1, dok se na najlijevijoj krivulji koja spaja točke S i T nalaze portfelji koji se dobiju uz pretpostavljenu vrijednost korelacije od -1.

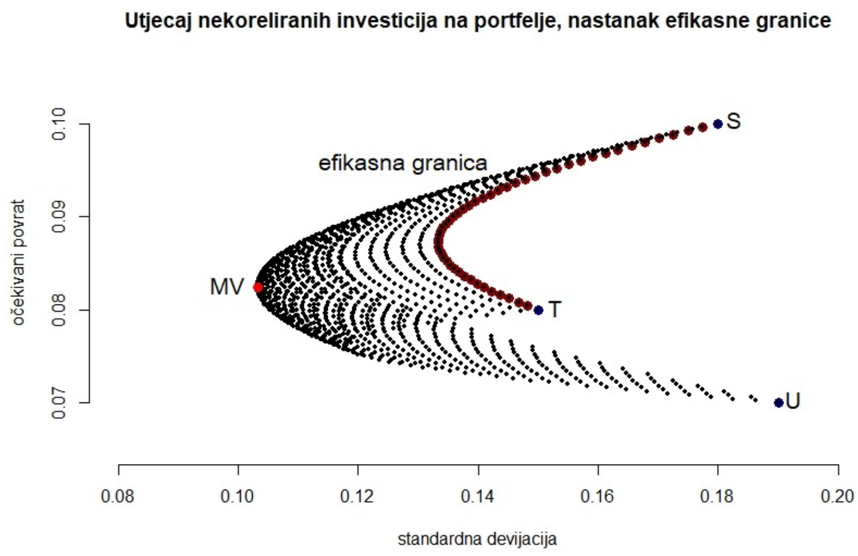


Poanta ove ilustracije je da uočimo koristi od konstrukcije portfelja koji se sastoje od nisko koreliranih investicija. Opet napominjemo da je situacija u kojoj pronalazimo izrazito negativno korelirane investicije zapravo nerealistična. Ipak, već i uz korelacije blizu nule učinak dodavanja novih investicija u portfelj je vrlo povoljan na odnos očekivanog povrata i standardne devijacije.

Pogledajmo sada situaciju u kojoj imamo iste investicije S i T, s time da sada pretpostavljamo da je korelacija njihovih povrata jednaka $0,35\%$. Uključimo u razmatranje i treću investiciju U za koju je $E(R_U) = 7\%$ i $\sigma_U = 19\%$. Investicija U je inferiorna i u odnosu na investiciju S i u odnosu na T jer ima i manji očekivani povrat i veću standerdnu devijaciju povrata. Ona je neefikasna u Markowitzevom smisli. Moglo bi se pomisliti da je nema niti potrebe uključivati u analizu portfelja koji će nas dovesti do

[24]Uočimo, u praksi čak i nije teško naći primjer (gotovo) savršeno nekoreliranih ulaganja poput indeksnog fonda koji replicira S&P 500 i short pozicije u futuresu na isti taj indeks, ali je nerealna pretpostavka da oba ulaganja imaju isti (pozitivni) očekivani povrat. Naime, ako je očekivani povrat na S&P 500 recimo 9% godišnje, onda je očekivani povrat na short poziciju na S&P 500 jednak -9% godišnje, a zapravo još i manje zbog troškova održavanja te pozicije.

efikasnih portfelja. No, sjetimo se da vrijednost dodavanja nove investicije u portfelj u značajnoj mjeri ovisi o korelaciji te investicije (njenih povrata) s postojećim investicijama u porfelju. To nam indicira da bi nam investicija U mogla biti vrijedna ukoliko je nisko korelirana s prethodne dvije investicije. Pretpostavimo stoga da je korelacije investicije U s investicijom S jednaka $-0,2$ dok je korleacija s investicijom T jednaka 0. Na donjoj slici je ilustriran nastanak efikasne granice.



Ne slici se može uočiti nekoliko stvari. Prije svega, tamno crvenom bojom (krivulja između točaka S i T) su označeni portfelji koji se dobivaju konveksnim kombinacijama investicija S i T ($w_1, w_2 \in [0,1]$, $w_1 + w_2 = 1$). Crnim točkicama su označene konveksne kombinacije sve tri investicije. Iako je investicija U inferiorna u odnosu na druge dvije investicije vidimo da se mogu naći portfelji koji sadrže investiciju U, a koji se nalaze iznad (dakle, imaju veći očekivani povrat) kombinacija portfelja koji sadrže samo investicije S i T. Utjecaj na smanjenje rizičnosti portfelja je još izraženiji. Vidimo da se velik broj portfelja nalazi lijevo od tamno crvene spojnice S i T, što znači da uspjevamo dobiti portfelje sa značajno nižom standardnom devijacijom od bilo koje od pojedinačnih investicija. Posebno je označen, crvenom bojom, portfelj MV To je portfelj koji ima najmanju varijancu među svim promatranim portfeljima, a tako se i naziva - portfelj minmalne varijance (eng. *Minimal Variance portfolio*). Neke strategije investiranja se zasnivaju upravo na pronalasku/aproksimaciji portfelja minimalne varijance unutar zadanog skupa investicija (u ovom konkretnom slučaju je to portfelj koji sadrži 30% investicije S, 34% investicije T i 36% investicije U). Krivulja koja spaja točke MV i S se zove efikasna granica. Ovdje je diskretna jer radimo dikretne kombinacije tri portfelja, ali je općenito riječ o krivulji. Na toj se krivulji nalaze efikasni portfelji u Markowitzevom smislu i u osnovi je želja svakog racionalno investitora imati portfelje s te krivulje. Uočimo da u ovom slučaju ne možemo dobiti portfelje s većim očekivanim povratom od investicije S, ali se i to može postići ukolko se dozvoli short selling. Taj slučaj ne razrađujemo dodatno na ovom mjestu.

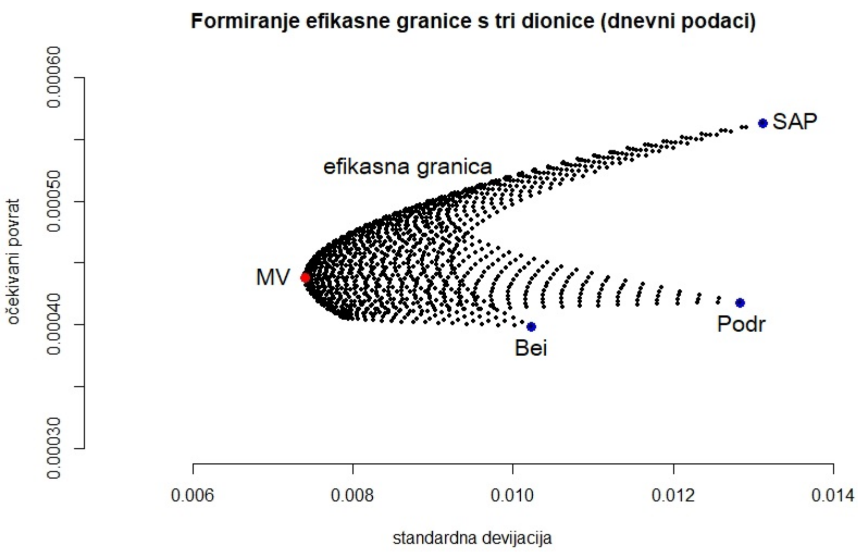
Iako smo u prethodnom primjeru gledali samo tri investicije, sve uočene karakteristike portfelja vrijede i općenito. Naravno, sve navedeno vrijedi i za portfelje koji su konstruirani od konkretnih investicija (recimo dionica). U sljedećem primjeru predstavljamo jednu takvu situaciju koja je bliža praksi.

Primjer 4.5.1. Odabrat ćemo tri dionice: Podravku (Hrvatska, prehrana i farmaceutika), Beiersdorf (Njemačka, proizvodi za osobnu njegu) i SAP (Njemačka, poslovni softver). Gledamo dnevne podatke u razdoblju od 1.1.2017. do 31.12.2019.. Da bismo povrate na sve dionice gledali u istoj valuti pretvorimo najprije cijene Podravke u euro (po srednjem tečaju HNB-a), a zatim izračunamo dnevne povrate. U donjoj tablici su sažete podaci o srednjoj vrijednosti dnevnih povrata, njihovoj standardnoj devijaciji i korelaciji među dionicama (njihovim povratima). U skladu s prijašnjim napomenama, i imajući na umu ograničenja o kojima smo govorili, identificirat ćemo očekivani povrat (dnevni) na svaku od dionica s procjeniteljem očekivanja (srednja vrijednost).[25]

Dionica	SAP	Beiersdorf	Podravka
Očekivani povrat	-1	-0.5	0
Standardna devijacija	8%	8%	8%
Korelacija	0,00%	7,00%	9,90%

Vidimo da je, prema analiziranim podacima, očekivani povrat na SAP najveći, ali je također riječ i o najrizičnijoj dionici. S druge strane, očekivani povrat na dionice Podravke i Beiersdorfa je nešto manji, a dionica Beiersdorfa je i najmanje rizična. Ono što možemo odmah uočiti je relativno niska korelacija povrata između sve tri dionice, s time da je Podravka vrlo nisko korelirana s preostale dvije dionice Mogli bi reći da je to u skladu s intuicijom jer sva tri poduzeća posluju u različitim industrijama, a dodatno je i poslovanje Podravke fokusirano i na drugu geografsku regiju.[26]

Kao i u prethodnom primjeru, na donjoj slici smo grafički saželi ponašanje očekivanog povrata i standardne devijacije portfelja uz promjenjive udjele u svakoj od tri navedene dionice.



U ovom slučaju je portfelj minimalne varijance (crvena točka na slici, oznaka MV) sastavljen od 20% dionice SAP-a, 46% dionice Beiersdorfa i 34% dionice Podravke. Vidimo da je rizičnost tog portfelja praktički prepolovljena u odnosu na rizičnost SAP-a. S druge strane, vidimo da se na efikasnoj granici može naći nekoliko portfelja koji imaju istu rizičnost kao dionica Beiersdorfa, ali i dosta veći očekivani povrat. Opet, dakle, potvrđujemo koristi od diversifikacje, što zaista i jest glavni uvid Moderne teorije portfelja. Profil rizičnosti portfelja (odnos očekivanog povrata i standardne devijacije)

[25] Mala tehnička napomena - iz nizova podataka za sve dionice smo izbrisali nekoliko zajedničkih dana u kojima referentne burze nisu radile. Na taj način dobivamo procjenu standardne devijacije koja je nešto veća, a ista napomena načelno stoji i za korelaciju.

[26] SAP i Beiersdorf su globalna poduzeća, dok je Podravka ipak regionalnog karaktera.

može se dodatno poboljšati odabirom još nekoliko dionica koje se ponašaju različito u različitim poslovnim okolnostima, odnosno odabirom dionica koje su nisko korelirane.

Završit ćemo ovaj primjer s jednom malom napomenom. Dnevni povrati, kao i standardna devijacija dnevnih povrata, nisu sasvim intuitivni jer većinu povrata na imovine (kao i kamatne stope, na primjer) izražavamo na godišnjoj razini. Već smo bili komentirali u Napomeni 4.1.3 kako prevođenje prosječne vrijednosti i standardne devijacije s jedne vremenske skale na drugu nije trivijalno. To možemo potvrditi i ovim primjerom, a u kontekstu očekivanog povrata i rizičnosti na dionice koje promatramo. Pogledajmo dnevni očekivani povrat na dionicu Beiersdorfa. On je jednak $0,000399$ i ne govori nam puno. Prva ideja je anualizirati ga. Možemo čak provesti i malu "realističnu" prilagodbu te ga anualizirati s potencijom 252 (prosječni broj radnih dana u godini, odnosno broj dana u kojima su burze otvorene). Tako dobivamo očekivani povrat na godišnjoj razini od $10,33\%$ što nam izgleda u skladu s nekim očekivanjima od takve dionice (da sada ne ulazimo preduboko u analizu tog broja). Slično, standardna devijacija dnevnih povrata iznosi $0,01\%$, pa taj broj možemo pomnožiti s korijenom od 252 da dobijemo standardnu devijaciju na godišnjoj razini od $16,05\%$. I taj broj je u skladu s očekivanjem.

Iako se gore navedene procjene prilikom prevođenja podataka na godišnju razinu često koriste, one nisu bez mana. Recimo, stvarni anualizirani povrat koji je ostvarila dionica Beiersdorfa u navedenom razdoblju iznos $9,21\%$. Mogli bi i taj povrat koristiti kao procjenu očekivanog godišnjeg povrata na dionicu Beiesdorfa. To nije metodološki najispravnije, jer bismo željeli procjeniti čkeivani povrat procjeniteljem očekivanja (dakle, prosječnom vrijednosšću godišnjih povrata), ali nam je za to potreban značajno duži niz podataka za promatranu dionicu. Nekada je on dostupan, ali za mnoge zanimljive dionice nije (na primjer, neke dionice poduzeća iz novih industrija poput IT-a, proizvodnje električnih automobila, zelenih tehnologija i slično). U tim slučajevima je prirodno raditi s dnevnim, tjednim ili mjesečnim podacima, ali tada moramo biti svjesni da interpretacija podataka na godišnjoj razini nije samorazumljiva. Naravno, u kontekstu traženja efikasnih portfelja ili općenito rješavanja problema optimizacije u kontekstu mean-variance analize su gore navedeni izračuni ispravni, ali je interpretacija takvih analiza donekle smanjena. □

Iako smo u ovom odjeljku pokazali primjere koji uključuju najviše tri investicije, zaključci koje smo predstavili vrijede i općenito. Da bi upotpunili prikaz sada bi trebali malo formalnije predstaviti optimizacijski problem koji vodi općenitom rješavanju problema pronalaska efikasnih protfelja, ali ćemo to za sada preskočiti. U ovom upoznavanju s teorijom upravljanja portfeljima nam je važnije da usvojimo neke osnovne ideje od mogućnosti da smo osposobljeni za rješavanje problema u njihovoj punoj općenitosti. Zainteresirani čitatelj može i sam eksperimentirati s pronalaskom efikasnih portfelja koristeći se funkcijama i kodovima koji su implementirani u mnogim programskim jezicima i platformama. Primjerice, R kod koji jednostavno provodi optimizaciju može se naći u Primjeru 11.6. u [Ruppert].

Završit ćemo ovo razmatranje o problemu pronalaska efikasnih portfelja napomenom o korištenju predstavljenih metoda u suvremenom kontekstu. Naime, s jedne strane gledajući u teoriju i metode koju je predstavio Markowitz (i razradili mnogi poslije njega) čovjek ima osjećaj da je to sve predobro da bi bilo istinito te da se zapravo i nema što dodati na temu pronalaska "najboljih" porfelja. Trebamo nekako procjeniti očekivani povrat, izračunati standardnu devijaciju, ili čak uključiti još neku drugu mjeru rizika, i onda znamo način na koji pronalaziti najbolje (efikasne) porfelje. Pa ipak, suvremeni porfolio manageri rijetko provode konzistentno taj tip analize kako bi se oslonili na rezultate koji na taj način dobivaju. Postavlja se pitanje zašto je tomu tako?

Jedan od većih problema u optimizaciji koju je izložio Markowitz je prevelika osjetljivost u odnosu na ulazne parametre (očekivani povrat, varijanca i korelacije). To je problem jer pogreške u procjeni tih parametara mogu biti velike. Vremenom se razvilo dosta tehnika i ideja koje pomažu u procjenama (poput GARCH procesa), ali je teško procjenjivati velik broj parametara ukoliko provodimo optimizaciju na velikom broju različitih imovina, a dodatno se mnogi od parametara vremenom i mijenjaju. Možemo napomenuti kako je i u samom postupku optimizacije došlo do progresa kroz razvoj robusnih metoda optimizacije (pogledajte, na primjer diskusiju na kraju trećeg poglavlja u [Fab & dr.] i tamo citirane reference), ali u tom slučaju i sam račun postaje složeniji, a time i manje dostupan širem krugu profesionalnih portfolio managera. Također, a u istom tonu, rezultati traženja efikasnih portfelja često bivaju previše koncentrirani u nekoliko dionica (investicija), što je kontraintuitivno s konceptom diversifikacije. Tome se može doskočiti uvođenjem dodatnih ograničenja na maksimalni udio pojedine dionice u portfelju, ali opet se vraćamo na problem procjene parametara. Iako je zahtjevno procjenjivati i varijance i korelacije, zapravo je možda i najteže reći nešto suvislo o procjeni očekivanog povrata, pogotovo kada dođemo na razinu procjene očekivanog povrata za pojedinačne investicije/dionice jer je često potpuno neprimjereno oslanjati se na povijesne rezultate (nedavno izlstane dionice, poduzeća koja mijenjaju poslovni model ili način financiranja, opća percepcija rizičnosti ili atraktivnosti pojedinih klasa imovine i slično). Naravno, Markowitz originalno niti ne pretpostavlja oslanjanje (samo) na povijesne podatke, ali određivanje distribucije očekivanih povrata je također vrlo zahtjevno. Stoga ne čudi da se nakon uvida u Markowitzev rad počelo tragati za modelima kojima bi se određivali očekivani povrati na pojedine imovine. Jedan takav osnovni model ćemo proanalizirati u sljedećem odjeljku.

Usprkos svim navedenim problemima danas nitko zapravo ne osporava veličinu Markowitzevog djela. Ideja diversifikacije, odnosno smanjenja rizičnosti portfelja kroz pronalazak investicija koje nisu savršeno korelirane, je danas duboko utkana u svijest svih profesionalnih investitora, a zapravo i šire. Gotovo je nepristojno sudjelovati na tržištu kapitala, a ne znati osnovne koncepte diversifikacije. Stoga se ideje koje izlažemo u ovom poglavlju smatraju osnovnima i pretpostavlja se da su (profesionalni) investitori s njima upoznati.

4.6 Capital Asset Pricing Model

Vidjeli smo u prošla dva potpoglavlja da se već u okviru MVA javlja ideja, čak i potreba, da se uvede neki model kojim bi se modelirale cijene ili povrati na investicije. Jedan takav, linearan i jednoparametarski, model su uveli Sharpe, koji je najpoznatiji u tom kontekstu, ali u isto vrijeme i Lintner te nešto kasnije i Mossin.[27] Riječ je o Capital Asset Pricing Modelu (skraćeno CAPM) koji ćemo predstaviti u ovom potpoglavlju. U vrijeme formuliranja i razrade tog modela (William Sharpe je objavio svoj rad 1964. godine u [Sharpe]) financijska i akademska zajednica je već uvelike razrađivala ideje i pokušavala odgovoriti na pitanja koja su se postavljala u okviru MVA. Pokazalo se da je u tim razmatranjima bila dosta važna, relativno jednostavna, ideja uvođenja jedne posebne imovine - bezrizične imovine, odnosno takve čija je varijabilnost mogućih povrata jednaka nuli (dakle, standardna devijacija povrata je jednaka nuli). Jedna aproksimacija, ili inspiracija, za uvođenje takve imovine je uključivanje novca (*cash*) u razmatranje o investicijama. James Tobin je još 1956. analizirao uvođenje takve imovine u kontekst

[27] Metodološki se razlikuje model kojim se povrati modeliraju u odnosu na neki indeks, što sugerira kao mogućnost Markowitz radi olakšanog izračuna korelacija, od modela koji je regresijskog tipa, kojim se želi dovesti u vezu povrat na određenu investiciju u odnosu na tržišni portfelj. Predaleko bi nas odvela rasprava o razlikama, ali zainteresireni čitatelj može naći više detalja u četvrtom poglavlju u [Fab & dr.] (dvije bete).

MVA. Nećemo previše ulaziti u povijesni razvoj i zasluge za razvoj CAPM-a jer bi nas to predaleko odvelo. Možemo napomenuti da je, recimo, Sharpov rad razvijan kao jedan ravnotežni (equilibrium) model što je zapravo metodološki čest slučaj u ekonomiji. Stoga ne treba čuditi da je jedna od pretpostavki[28] CAPM-a da se tržišta kapitala nalaze u ravnoteži, odnosno da su sve investicije vrednovane u skladu sa svojom rizičnošću. To je prestrog zahtjev, ali je dobro razumjeti da on proizlazi iz samog tipa modela, odnosno argumentacije koja se koristi prilikom analize karakteristika modela. Pri tome se ne može diskvalificirati takav equilibrium pristup jer je riječ o metodologiji kojom se preispituju uvjeti za održavanje ravnoteže/ulazak u nju te posljedice koje iz toga proizlaze. U osnovi se uspješnost tako dobivenih modela vrednuje sukladno zaključcima koji iz njih proizlaze te njihovom usporedbom s karakteristikama pojave koju opisuju. Nije pretjerana usporedba s prirodnim znanostima u kojima je moguće ispitivati vrijednost nekog modela provođenjem eksperimenata, dok su eksperimenti u ekonomiji često misaone naravi. U nastavku ovog odjeljka ćemo se upoznati s nekim od osnovnih pojmova koji su uvedeni u analizu efikasnih portfelja i modeliranja povrata na tržištima kapitala. Kao i Markowitzeve analize, te su ideje ostavile dubok trag u financijama. Više informacija o tome može se naći u [R&B] u poglavlju 8 ili u [Elton & dr.] poglavljima 13 − 15.

Za početak pretpostavimo da postoji jedna bezrizična imovina (eng. *risk-free asset*). Karakteristika te imovine je da ona nema varijabilnosti povrata, odnosno da je standardna devijacija njenih povrata jednaka nuli. Dakle, povrat na ulaganje u takvu imovinu je u potpunosti predvidiv. No, onda je očekivani povrat na tu imovinu jednostavno jednak povratu na tu imovinu. Stoga uz oznaku za povrat na tu imovinu R_{rf}, imamo

$$E(R_{rf}) = R_{rf} \text{ i } \sigma_{rf} = 0.$$

Iako bezrizična imovina ima karakteristike novca, u praksi se novac ne smatra dobrom aproksimacijom za nju. Pri tome niti ne mislimo na fizički novac, već na novac na računu u nekoj banci. Naime, ako želimo povrat na bezrizičnu imovinu smatrati predvidivim (bez odstupanja od jedne vrijednosti), onda moramo isključiti utjecaj svih rizika pa i kreditnog. Jasno je da novac na računu u banci može biti izgubljen, djelomično ili u potpunosti, zbog propasti banke. Stoga bi distribucija tako određene imovine s nekom vjerojatnošću, makar i malom, morala sadržavati još neke vrijednosti osim same R_{rf}. U tom svijetlu je jasno zašto se obično pod najboljom aproksimacijom bezrizične stope smatraju kratkoročni zapisi izdani na godinu dana (ili tri mjeseca) od strane neke države koja se smatra vrlo sigurnom. Tako bi u dolaru to bili US Treasury Bills izdani na godinu dana od strane američke vlade, u euru bi to bili odgovarajući zapisi izdani od strane njemačke vlade, u juanu od kineske i tako dalje. Kako se smanjuje uvjerljivost državne garancije sa smanjenjem kreditnog rejtinga pojedine države tako postaje delikatnije određivanje bezrizične imovine (bezrizične kamatne stope R_{rf}) u toj valuti. Tako, recimo, u hrvatskoj kuni možemo smatrati trezorske zapise u kunama izdane na godinu dana od strane Ministarstva financija kao bezrizične, ali je jasno da je rizik nepotpune naplate uloženoga u takvu investiciju nešto veći, iako mali, od rizika ulaganja u njemačke trezorske zapise. Dio autora smatra da se alternativno može pogledati spread[29] na, u ovom slučaju, hrvatske državne obveznice na 5 ili 10 godina i onda se taj spread pribroji na neku aproksimaciju bezrizične kamatne stope. U euru bi to značilo da se taj spread pribroji na povrat na njemački državni zapis od godine dana. Problem s ovakvim pristupom je u tome što se dugoročna premija rizika na ulaganje u obveznice

[28] Niže navodimo i neke druge pretpostavke CAPM-a.

[29] Spread na hrvatsku desetogodišnju državnu obveznicu je razlika u prinosu do dospijeća na tu obveznicu u odnosu na referentnu državnu obveznicu u toj valuti. ZA euro bi to bile njemačkre državne obveznice.

neke države primjenjuje na kraći rok, a čest je slučaj da takva premija rizičnosti raste s vrmenom do dospijeća.

Pogledajmo kakve posljedice ima uvođenje bezrizične imovine na skup mogućih, ili efikasnih ulaganja. Uzmimo proizvoljnu rizičnu investiciju I i uočimo da je kovarijanca povrata na tu imovinu s bezrizičnom imovinom jednake nuli jer je

$$Cov_{rf,i} = E\big((R_{rf} - E(R_{rf}))(R_i - E(R_i))\big) = E\big(0 \cdot (R_i - E(R_i))\big) = 0.$$

Ukoliko sada pogledamo portfelj koji se sastoji od te investicije I i bezrizične imovine, uz oznake za udjele u portfelju w_i i w_{rf}, dobivamo da je očekivani povrat na taj porfelj jednak

$$E(R_{port}) = w_{rf}R_{rf} + w_iE(R_i),$$

odnosno

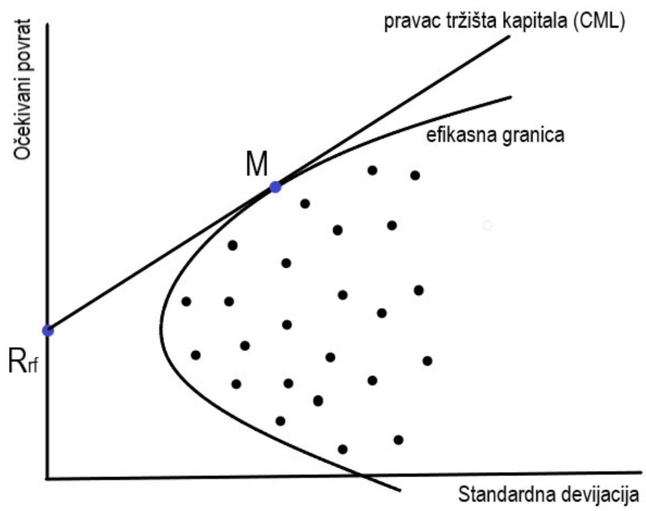
$$E(R_{port}) = w_{rf}R_{rf} + (1 - w_{rf})E(R_i). \tag{4.23}$$

Za standardnu devijaciju takvog portfelja dobivamo vrlo jednostavnu formulu zbog činjenice da je kovarijanca između te dvije imovine jednaka nuli, a i standardna devijacija povrata na bezrizičnu imovinu je jednaka nuli. Prema (4.19) imamo:

$$\sigma_{port} = (1 - w_{rf})\sigma_i, \tag{4.24}$$

što znači da je odnos između rizičnosti portfelja koji sadrži bilo koju rizičnu imovinu i bezrizičnu imovinu s rizičnošću te rizične imovine linearan.

Pogledajmo sada učinak uvođenja bezrizične imovine u kontekstu efikasnih portfelja (u Markowitzevom smislu).



Na slici je s R_{rf} označena bezrizična imovina, dok je s M označen portfelj koji se dobiva u točki dodira tangente na efikasnu granicu koja prolazi kroz R_{rf}. Ukoliko se sjetimo definicije efikasnih portfelja u Markowitzevom smislu vidimo da su portfelji koji se nalaze na polupravcu koji prolazi kroz R_{rf} i M efikasni. Oni dominiraju svim drugim portfeljima koji sadrže neke kombinacije rizične imovine bilo da su unutar ili na samoj efikasnoj granici. Dakle, u osnovi bi svi investitori trebali željeti imati neku kombinaciju bezrizične imovine i portfelja označenog s M, a koja bi to točna kombinacija bila bi se trebalo moći odrediti ili iz podatka o sklonosti pojedinog investitora prema riziku ili iz podatka o očekivanom povratu koji se želi ostvariti.

Uočimo da je uvođenjem bezrizične imovine, imovine nalik sigurnom novcu na računu, problem alokacije imovine pojedinog investitora sveden na dva odvojena problema. Naime, kako su svi portfelji koji se sastoje od bezrizične imovine i rizične imovine sadržane u portfelju M dominantni portfeljima na efikasnoj granici, prvi problem s kojim se susreće investitor je određivanje omjera između rizične i bezrizične imovine. Ova odluka određuje rizičnot portfelja koju je svaki investitor spreman prihvatiti. U tom kontekstu je odvojen problem određivanja divesrificiranog portfelja M, što se može napraivit u sklopu Markowitzeve teorije. Stoga se taj konceptualni okvir u financijsma ponekad naziva *Separation Theorem*, a zasluge za uvođenje takvog pogleda na proces investiranja pripisuju se Jamesu Tobinu.

Bez dodatnih pretpostavki ne možemo odrediti kakav je to portfelj M, a možemo uočiti da efikasna granica nije jednaka za sve investitore, jer su u njenu konstrukciju uključeni podaci o očekivanim povratima koji se razlikuju među raznim investitorima. Stoga je bez dodatnih pretpostavki teško reći nešto više o opisanoj situaciji. Ipak, na ovom mjestu se Sharpov rad nudi kao okvir unutar kojega se može reći nešto više.

Radi se o tome da se unutar CAPM-a uvodi niz pretpostavki iz kojih slijede neki zaključci koji su, bez sumnje, zanimljivi. Dio je pretpostavki[30] više tehničke prirode (nepostojanje transkcijskih troškova ili osobnih poreza, svaka imovina je utrživa i beskonačno dijeljiva i sl.), dok je dio pretpostavki vrlo netrivijalan. Najspornija je pretpostavka o homogenosti očekivanja svih investitora o investicijama/imovini koja im je na raspolaganju. Dakle, pretpostavlja se da svi investitori na isti način gledaju na očekivani povrat i standardnu devijaciju povrata svih dostupnih investicija te da su jedino ta dva podatka relevantna za odabir bilo koje investicije. Mogli bimo reći da je jasno da takva pretpostavka nije realistična, čak i da je kriva, ali pogledajmo što se može zaključiti ukoliko se ona prihvati.

Dakle, ukoliko svi investitori imaju homogena očekivanja o budućnosti, onda će efikasne granice svih investitora biti jednake pa će i grafovi, poput onoga na gornjoj slici, biti jednaki za sve investitora. Stoga će svi investitori željeti imati određenu kombinaciju bezrizične i rizičnih imovina. Ukoliko se tržište nalazi u ekvilibriju, a to je tip modela kojemu CAPM pripada, onda će zapravo svi investitori imati kombinaciju bezrizične i iste rizične imovine (u različitim omjerima, sukladno toleranciji rizika), a to znači da će portfelj M sadržavati svu rizičnu imovinu. Dodatno, udio svake rizične imovine u portfelju M će biti jednak postotku u kojem ta imovina sudjeluje u zbroju vrijednosti svih rizičnih imovina.[31] Dakle, ako je tržišna kapitalizacija dionice X jednaka 0.01% od ukupne tržišne kapitalizacije svih rizičnih investicija, onda će ona činiti 0.01% portfelja M. Portfelj M se naziva **tržišni portfelj** (eng. *Market portfolio*), a polupravac koji prolazi točkama R_{rf} i M se zove **pravac tržišta kapitala** (eng. *Capital Market Line*).

Uočimo da je jednostavno dati opis pravca tržišta kapitala. Naime, jasno je da je njegov nagib jednak

$$\frac{\bar{R}_M - R_{rf}}{\sigma_M},$$

gdje je $\bar{R}_M$ očekivani povrat na tržišni portfelj, σ_M je njegova standardna devijacija.

[30] Malo detaljniji opis pretpostavki se može naći na npr. početku 13. poglavlja u [Elton & dr.].

[31] Ovakva karakterizacija tržišnog portfelja M se često navodi kao teorijsko opravdanje za izračun indeksa tržišne kapitalizacije, odnosno zbog ovakvog izračuna tržišnog portfelja se indeksi tržišne kapitalizacije smatraju teorijski "ispravnima". Ne želeći umanjiti značaj i prirodnost izračuna indeksa tržišne kapitalizacije, ipak se ne mogu smetnuti s uma pretpostavke koje su dovele do zaključka o sastavu tržišnog portfelja M.

Stoga je jednadžba pravca tržišta kapitala dana sa

$$\bar{R}_p = R_{rf} + \frac{\bar{R}_M - R_{rf}}{\sigma_M}\sigma_p,$$

gdje su točke $(\bar{R}_p, \sigma_p)$ točke na tom pravcu. Kao što smo rekli na pravcu tržišta kapitala se nalaze svi efikasni portfelji i pod prije navedenom pretpostavkama svi investitori žele imati portfelj s pravca tržišta kapitala.
U praksi se kao prva aproksimacija tržišnog portfelja uzima neki veliki dionički indeks tržišne kapitalizacije, poput S&P 500. Ideja je da dionice u svojim cijenama sadrže implicitno i podatke o kretanju cijena nekretnina, očekivanja o kretanju kamatnih stopa ili cijena na tržištu sirovina i slično. Ipak, dosta je jasno da je to prilično reducirana forma tržišnog portfelja te da se povrati na nekim drugim klasama imovine (posebno obveznicama i nekretninama) ne mogu jednostavno replicirati ulaganjem u velike dioničke indekse, pogotovo ako vodimo računa i o korelacijama povrata.

Primjer 4.6.1. Pretpostavimo da je bezrizična kamatna stopa na tržištu jednaka 2%, da je očekivani povrat na tržišni portfelj jednak 8% te da mu je standardna devijacija jednaka 16%. Možemo se zapitati da li je moguće konstruirati efikasni portfelj čiji bi očekivani povrat bio veći od očekivanog povrata na tržišni portfelj.[32]

Da bi odgovorili na to pitanje moramo znati da je još jedna od pretpostavki CAPM-a da se neograničeni iznosi kapitala mogu posuđivati i plasirati (ulagati) po bezrizičnoj kamatnoj stopi R_{rf}. Označimo s w_{rf} udio bezrizične imovine u porfelju koji želimo formirati, a s w_M udio tržišnog portfelja. Jasno, želimo formirati portfelj koji se nalazi na pravcu tržišta kapitala. Uočimo da je $w_{rf} + w_M = 1$. Pretpostavimo da želimo formirati portfelj čiji je očekivani povrat jednak $\bar{R}_p = 11\%$.

Kako je matematičko očekivanje linearan funkcional znamo da je

$$\bar{R}_p = 11\% = w_{rf}R_{rf} + w_M\bar{R}_M = 2\%w_{rf} + 8\%(1 - w_{rf}) = 8\% - 6\%w_{rf}.$$

S druge strane je korelacija bilo koje imovine s bezrizičnom imovinom jednaka nuli (varijabilnost bezrizične imovine je jednaka nuli) pa je

$$\sigma_p = \sqrt{w_{rf}^2 0 + w_M^2\sigma_M^2 + 0} = w_M\sigma_M = (1 - w_{rf})\sigma_M.$$

No, sada lagano vidimo iz prve jednadžbe da je $w_{rf} = -0.5$, dok je $\sigma_p = 1.5 \cdot 16\% = 24\%$. Dakle, moguće je konstruirati efikasne portfelje se očekivanim povratom većim od povrata tržišnog portfelja, a to se može napraviti tako da se posudi odgovarajući dio imovine po bezrizičnoj kamatnoj stopi. Naravno, takvi portfelji imaju i veću rizičnost, ali to je samo posljedica većeg zahtjevanog povrata. □

Kako smo vidjeli, uvođenjem bezrizične kamatne stope te uz određene pretpostavke možemo zaključiti da se svi efikasni portfelji mogu dobiti kao kombinacije bezrizičnog ulaganja i ulaganja u tržišni portfelj (koji sadrži sva rizična ulaganja proporcionalno njihovoj tržišnoj vrijednosti). Na toj razini terija ne govori ništa o mogućem vrednovanju pojedinačne imovine, odnosno određivanje faktora koji utječu na povrate prilikom ulaganja u pojedinačnu rizičnu imovinu.

Najjednostavniji model kojim bi mogli opisivati povrate na tržištima kapitala je, naravno, lineearni. Prretpostavimo da se povrat R_i na imovinu I može opisati linearnom ovisnošću o povratu na svu rizičnu imovinu, odnosno na tržišni porfelj.[33] Dakle, imali bi

[32] Takvi bi se portfelji nalazili na prravcu tržišta kapitala desno od točke M.

[33] Takav se model naziva i *Single-index model* iz dosta jasnih razloga. Vidi [Sharpe] ili [Elton & dr.] poglavlje 7.

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \epsilon_i,$$

gdje su α_i i β_i koeficijenti (realni brojevi), R_M je povrat na tržišni portfelj, a za ϵ_i se najčešće pretpostavlja da je slučajna greška koju modeliramo slučajnom varijablom koja je nekorelirana s R_M. Također, za njeno se očekivanje pretpostavlja da je jednako nuli.

U tom slučaju je

$$E(R_i) = \alpha_i + \beta_i \bar{R}_M.$$

Zbog nekoreliranosti, i osnovnih svojstava varijance, dobivamo da je

$$\mathrm{Var}(R_i) = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \mathrm{Var}(\epsilon_i).$$

Riječima bi opisali gornju formulu tako da kažemo da se rizičnost pojedinačne imovine može rastaviti na sistemsku rizičnost (vezanu uz tržišni porftfelj) i nesistemsku rizičnost (vezanu uz pojedinačnu imovinu). Uz još malo računa dobivamo da je

$$E(R_i) = R_{rf} + \beta_i(\bar{R}_M - R_{rf}), \tag{4.25}$$

te

$$\beta_i = \frac{Cov_{i,M}}{\sigma_m^2}.$$

Sa $Cov_{i,M}$ smo označili kovarijancu povrata između investicije I i tržišnog portfelja M. Iako je riječ o vrlo jednostavnom modelu, koji ne opisuje stvarnost dovoljno dobro, iz njega se izveo velik broj zaključaka koji su postali dominantne paradigme na tržištima kapitala. Možda je najvažniji među njima pojam diversifikacije.

Naime, vidjeli smo da pod diversifikacijom možemo smatrati smanjenje standardne devijacije portfelja koju provodimo tako da u portfelj dodajemo investicije čiji povrati nisu korelirani (nisko su korelirani) s povratima već postojećih investicija koje imamo u portfelju. Naravno, pretpostavka je da postoje investicije čiji povrati nisu savršeno korelirani, ali ta se pretpostavka praktički ne preispituje jer empirijski podaci potvrđuju postojanje investicija s koralcijama manjima od jedan (i većima od minus jedan). Za takvo shvaćanje pojam divesrifikacije nije nam potreban nikakav poseban model, osim samog uvođenja modeliranja povrata na investicije pomoću slučajnih varijabli.

U sklopu upravo opisanog jednostavnog linearnog modela se pod diversifikacijom može smatrati postupak eliminacije (smanjenja) nesistemskog rizika. To je dakle onaj dio rizika koji je vezan uz pokjedinačne imovine. No, ovaj model nam ukazuje na to da se ne može diversicirati porfelj (smanjivati rizičnost) ispod razine rizičnosti (standardne devijacije) tržišnog portfelja. Drugim riječima, izdiversificirati se može, i poželjno je, nesistemsku rizičnost, ali će i u najbolje izdiversificiranom porfelju ostati sistemski rizik. On je vezna uz rizičnost tržišnog porfelja, odnosno uz opsću varijabilnost povrata na invsticije koja je uzrokovana varijabilnošću općenitih makroekonomskih variajbli (rast, inflacija, produktivnost, kamatne stope, nezaposlenost itd.). Ovakav je pogled na diversifikaciju preovladavajući na tržištima kapitala, a svoje korijene vuče upravo iz opisanog modela, odnosno CAPM-a.

Ukoliko pogledamo izraz (4.25) kojim opisujemo povrate na pojedinačne imovine vidimo da oni, u opisanom modelu, ovise samo o jednom parametru β_i, odnosno tržišnoj beti. Ukoliko je beta neke imovine jednaka jedan, onda je ona iste rizičnosti kao tržišni porfelj. Ukoliko je $\beta_i > 1$, investicija I je rizičnija od tržišnog portfelja, ukoliko je $\beta_i < 1$ investicija je manje rizična od tržišnog portfelja. Često se bete pragmatično računaju u odnosu na neki veliki indeks tržišta kapitala[34] pa je onda beta samog tržišta jednaka jedan, a ostale se dionice uspoređuju s tom betom (u smislu veće ili manje rizičnosti).

Same tržišne bete imaju dosta mana, poput činjenice da nisu stabilne kroz vrijeme, a i mijenjaju se u skladu s ciklusima korz koje prolazi pojedino poduzeće za čije dionice izračunavamo betu. Ipak, najveća je zamjerka opisanom modelu činjenica da tržišne bete ne opisuju dovoljno dobro povrate na tržištima kapitala. Riječ je o tome da je model ipak prejednostavan, odnosno da je preambiciozno očekivati da se samo jednim parametrom mogu dobro opisati svi povrati na tržištima kapitala (prvenstveno dionica). Ipak, takav model je poslužio kao inspiracija mnogim kasnijim modelima, među kojima je vjerojatno najpoznatiji Famma-Frenchov 3-faktorski model i koji značajno bolje opisuje povrate na dionice.

4.7 Efikasnost tržišta kapitala

Tema efikasnosti tržišta kapitala nije direktno povezana s prethodnim razmatranjima u ovom poglalvju, ali je važna konceptulna tema vezana uz tržišta kapitala pa je kratko uvodimo radi potpunosti.

Dosta se rano uočilo da se osnovnom analizom vrijednosti dionica teško mogu ostvariti rezultati bolji od "prosječnih" (na primjer, od povrata koje ostvaruju neki dionički indeksi). Vremenom su se takva razmatranja iskristalizirala u koncept efikasnosti tržišta kapitala. Ugrubo (Famma, Efficient Capital Markets) bi mogli reći da se tržište na kojem cijene u potpunosti odražavaju sve dostupne informacije naziva efikasnim. Općenitija definicija efikasnog tržišta bi bila da je to tržište na kojem je tržišna cijena nepristrana mjera vrijednosti neke investicije.

Tako definirana tržišna efikasnost ne zahtjeva da je tržišna cijena jednaka stvarnoj (intrinzičnoj) vrijednosti u svakom trenutku, već da su greške nepristrane, odnosno da cijene mogu biti veće ili manje od stvarne vrijednosti sve dok su te devijacije slučajno raspoređene. Činjenica da su devijacije od stvarne vrijednosti slučajne povlači da je svakom trenutku vjerojatnost da su financijski instrumenti potcijenjeni ili precijenjeni jednaka, te da je ta devijacija nekorelirana s bilo kojom drugom varijablom. Budući da su devijacije od stvarne vrijednosti slučajne, slijedi da niti jedna grupa investitora ne bi trebala imati sposobnost da konzistentno pronalazi potcijenjene dionice (koristeći svoju investicijsku strategiju) bolje od ostalih.

U želji da se empirijski provjeri efikasnost pojedinog tržišta formulirane su tri hipoteze o efikasnosti tržišta, odnosno tri razine na kojoj efikasnost tržoišta može funkcionirati:

- **Slaba efikasnost tržišta**: trenutne cijene dionice (ili koje druge investicije) u potpunosti odražavaju sve informacije (cijene i volumene) o trgovanju iz prošlih razdoblja: znači, tehničkom analizom se ne mogu postići iznadprosječni rezultati

- **Polujaka efikasnost tržišta**: trenutna cijena dionice u sebi potpunosti odražava sve dostupne javne informacije o njoj. Dakle, korištenjem javnih informacija ne može se "pobijediti" tržište

- **Jaka efikasnost tržišta**: trenutna cijena dionice u sebi potpunosti odražava sve dostupne informacije o njoj: dakle, niti jedan sudionik tržišta ne može konzistentno pronalaziti potcijenjene dionice

Važno je uočiti da neko tržište ne postaje efikasno nekom automatikom. Efikasnost tržišta povećava velik broj investitora koji se "natječu" za ostvarivanje boljih povrata na

[34] U skladu s čestom aproksimacijom tržišnog portfelja nekim indeksom tržišta kapitala.

svoja ulaganja. Pri tome oni analiziraju dostupne informacije te ih svojim djelovanjem (kupnjom i prodajom) ugrađuju u cijene dionica ili neke druge imovine kojokm se trguje. Efikasnost tržišta u velikoj je mjeri korelirana s likvidnošću instrumenata kojima se na njemu trguje.

Empirijska istraživanja ukazuju da suvelika razvijena tržišta uglavnom polu-jako efikasna, s aspekta prosječnog investitora (u smislu veličine i mogućnosti pristupa tržištu). Naime, neefikasnosti su toliko male da bi troškovi trgovanja prosječnog investitora koji bi ih želio iskoristiti "pojeli" razliku u cijeni. Čak ni velika razvijena tržišta najčešće nisu jako efikasna (npr. insider trading može polučiti odlične rezultate). Mala tržišta uglavnom nisu ni polujako efikasna (čak i prosječni investitor može profitabilno iskorištavati neefikasnost), a često ni slabo-efikasna.

Posljedice efikasnosti u praksi su:

- Vjerojatnost pronalaženja efikasnosti se smanjuje što je tržište likvidnije (više trgovanja promatranim instrumentom), a povećava se što su transakcijski i informacijski troškovi iskorištanja efikasnoti veći
- Investitori koji su cjenovno efikasni u trgovanju i pribavljanju (i procesiranju!) informacija imaju prednost pri iskorištavanju neefikasnosti
- Brzina kojom se neefikasnost (uočena i iskorištavana od strane nekog investitora) otklanja je direktno povezana s jednostavnošću implementiranja postupka otklanjanja neefikasnosti

Poglavlje 5

Vrednovanje obveznica

U ovom i sljedećem poglavlju ćemo upoznati neke od osnovnih koncepata i tehnika koje se koriste prilikom određivanja vrijednosti obveznica i dionica. Odabir obveznica i dionica kao osnovnih investicijskih mogućnosti koje proučavamo u ovoj knjizi zasnovan je na nekim dobrim karakteristikama koje imaju te dvije klase imovine. Naime, zbog vrlo razvijenih sekundarnih tržišta kapitala na kojima se njima trguje obveznice i dionice su u osnovi prilično lako unovčive. One su i najzastupljenije investicije u portfeljima institucionalnih investitora, a samim time su dio štednje/ulaganja većine građana kroz uloge u mirovinske ili investicijske fondove ili u neke forme osiguranja. Zbog razvoja financijske infrastrukture te informatizacije suvremenih financija, njihovo je održavanje/čuvanje prilično jednostavno i jeftino. Sve to u kombinaciji sa pozitivnim očekivanim povratom od investiranja u obveznice i dionice čini odabir te dvije klase imovine logičnom osnovom za investiranje pa ne čudi da su te dvije klase imovine i najproučavanije u literaturi koja se bavi investiranjem.
Analiza vrijednosti obveznica i dionica uključuje vrlo široko područje znanja koje uključuje ono što se tradicionalno naziva financijskom analizom. Vidjet ćemo da se vrednovanje u pravilu provodi diskontiranjem budućih novčanih tokova koji se mogu očekivati od investiranja u obveznice i dionice. Iako, dakle, metode vrednovanje nisu kompleksne, osnovni problem je određivanje budućih novčanih tokova, što je posebno izraženo u slučaju dionica. Ako tome dodamo problem određivanja primjerene diskontne stope jasno je da formalna jednostavnost modela vrednovanja postaje sadržajno vrlo izazovna. Da je drugačije ne bi ni bilo zanimljivo.

5.1 Osnovni pojmovi

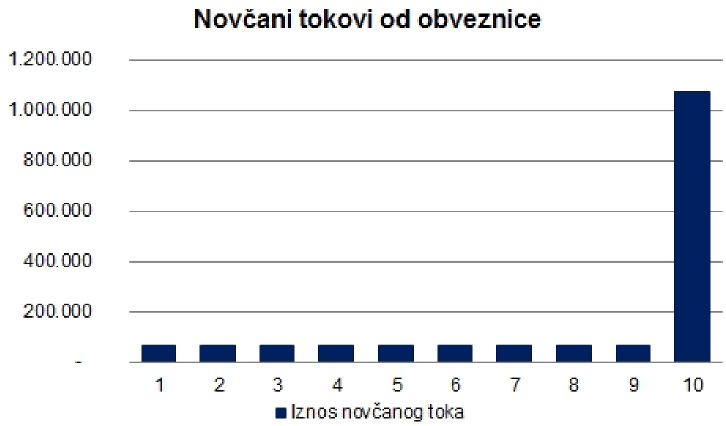
U drugom poglavlju smo započeli pregled obvezničkih tržišta te smo dali neke osnovne napomene vezane uz jedan od osnovnih rizika ulaganja u obveznice - rizik da izdavatelj obveznice neće moći djelomično ili u cijelosti ispuniti obaveze koje su definirane prilikom izdavanja obveznice (tzv. kreditni rizik). Također smo napomenuli da obveznice prirodno spadaju među instrumente stalnih prihoda. U takve instrumente spadaju i depoziti, kao i obveznice, odnosno trezorski i komercijalni zapisi, s dospijećem do godine dana. Određivanje vrijednosti trezorskih i komercijalnih zapisa je samo poseban, i jednostavan, slučaj određivanja vrijednosti dugoročnijih obveznica pa se tim problemom nećemo posebno baviti. Što se tiče depozita, treba imati na umu da je riječ o vrlo važnom i velikom dijelu financijskog sustava u cjelini. Ulaganje u depozite (oročavanje sredstava) je jedna od osnovnih kratkoročnih investicijskih mogućnosti kako za pojedinačne, tako i za institucionalne investitore. Ipak, određivanje njihove vrijednosti kao i očekivanih prihoda od ulaganja u depozite je vrlo jednostavno i nemamo što novoga

reći o tome, osim još jednom skrenuti pažnju na činjenicu da se za potrebe obračuna kamate po depozitima koriste različite konvencije (poglavlje 1.1.).
U ovom poglavlju ćemo se prije svega usredotočiti na kvantitativne karakteristike obveznica. Pri tome nam nije namjera iznijeti metode za procjenu vrijednosti obveznica vrlo različitih karakteristika[1], nego želimo uvesti osnovnu terminologiju koju bi svaki investitor trebao poznavati. Stoga ćemo se primarno usredotočiti na karakteristike tako zvanih **normalnih obveznica** - onih koje isplaćuju redovne i unaprijed definirane novčane tokove i to u formi kupona i glavnice.
Općenito govoreći, nekoliko je osnovnih karakteristika svake obveznice. Prije svega to je vrijeme do dospijeća obveznice (eng. *time to maturity*), odnosno vrijeme preostalo do isplate zadnjeg novčanog toka po obveznici, što je najčešće jednako vremenu preostalom do isplate zadnjeg dijela glavnice obveznice. Uobičajeno se izražava u godinama, a mi ćemo vrijeme do dospijeća obveznice najčešće označavati s n. Vrlo općenito govoreći, obveznice niti ne moraju imati definirano vrijeme do dospijeća, tzv. perpetuitetne obveznice, ali takvim se obveznicama nećemo baviti jer su zanimljivije s teorijskog, nego praktičnog stajališta.
Sljedeća važna karakteristika obveznice je kupon koji obveznica isplaćuje. Ponekad se za kupon obveznice zna korisiti i termin kamata, ali na obvezničkom tržištu je uobičajen izraz kupon pa ćemo ga i mi ovdje koristiti. Kupon obveznice se najčešće izražava u postocima, a mi ćemo ga označavati s K. Ukoliko je potrebno, s k ćemo označavati kamatnu stopu kojom se izračunava kupon obveznice (kupon je jednak kamatnoj stopi primjenjenoj na iznos obveznice koju promatramo). Kuponi obveznice se mogu isplaćivati godišnje, što je češće u Europi, polugodišnje, što je češće u SAD-u, ali i kvartalno ili mjesečno (npr. kod obveznica osiguranim kreditima, eng. *mortgage backed bonds*). Učestalost isplate kupona obveznice neće značajnije utjecati na vrijednost obveznice kao što ćemo vidjeti u nastavku. Naravno, obveznica može biti i beskuponska (eng. *zero coupon bond*), odnosno takva da je jedini novčani tok koji će kupac obveznice dobiti u budućnosti jednak iznosu glavnice koju obveznica isplaćuje. Vrednovanje beskuponskih obveznica opet je samo poseban slučaj vrednovanja normalnih obveznica.
Napokon, obveznica je određena i svojim glavnicom, oznaka G. Glavnica se ponekad naziva i nominalnim iznosom obveznice jer je riječ o originalnoj vrijednosti obaveze izdavatelja obveznice. Ponekad ćemo pod glavnicom obveznice podrazumijevati ukupno izdani iznos obveznice, ali ćemo u dosta primjera koristiti i neke male iznose, poput 1.000 ili 100 (kuna, eura, dolara,...) kako bi imali jednostavniji zapis. Iz konteksta će biti jasno na što se točno referiramo, ali je važno uočiti jednu činjenicu: nominalni iznos obveznice nije jednak tržisnoj vrijednosti obveznice. Tržišna vrijednost obveznice se vremenom mijenja, dok je nominalni iznos konstantan. Na obvezničkom tržištu je uobičajno da se cijene obveznica izražavaju u postocima nominale. Na primjer, ukoliko je cijena obveznice koja ne isplaćuje kupone jednaka 90 to znači da za nominalni iznos od 1.000 kuna trebamo platiti 900 kuna ($G * 0,9$).
Uočimo da normalne obveznice uključuju i obveznice koje godišnje osim kupona isplaćuju i dio glavnice, kao i one kojima se kupon mijenja u skladu s unaprijed definiranim vrijednostima (tu ne bi spadale obveznice s promjenjivim kuponom koje ovise o, na primjer, vrijednosti LIBOR-a). Također, obveznice, pogotovo one izdane od strane korporativnih izdavatelja (poduzeća), mogu imati dodatne garancije vezane uz neku imovinu ili prihode poduzeća, ali takve karakteristike obveznica su važnije za kreditnu kvalitetu obveznica, nego za same kvantitativne karakteristike obveznica. U sljedećem

[1] Kao što smo istaknuli u drugom poglavlju obveznice su vjerojatno najfleksibilniji financijski instrument pa sukladno tome mogu biti i vrlo kompleksne: mogu sadržavati razne opcijske elemente, mogu biti konvertibilne, mogu uključivati mogućnost ranog plaćanja glavnice i tako dalje. Analiza svih takvih tipova obveznica bi zahtjevala puno više prostora nego što možemo i želimo izdvojiti u ovoj knjizi.

primjeru konkretiziramo pojmove vremena do dospijeća, kupona i glavnice na primjeru jedne obveznice da ne bi ostale neke nejasnoće vezane uz korištenje tih izraza.

Primjer 5.1.1. Pretpostavimo da razmišljamo o kupnji 1 milion kuna obveznice s dospijećem od 10 godina i kuponom od 7% koji se isplaćuje godišnje. Prema gornjim oznakama imamo $G = 1.000.000,00$ kuna, $k = 7\%$ i $n = 10$. Prema tome, ukoliko kupimo tu obveznicu dobivat ćemo $K = 70.000,00$ kuna godišnje po osnovi kupona obveznice, a na kraju 10. godine ćemo dobiti $70.000,00$ kuna od isplate kupona te $1.000.000,00$ kuna od glavnice. Pretpostavit ćemo da će prvi kupon biti isplaćen točno godinu dana nakon kupnje obveznice, a svaki sljedeći godinu dana nakon isplate prethodnoga. Grafički možemo prikazati novčane tokove od upravo upisane obveznice kao na donjem grafu. Na x osi su nanesene godine.



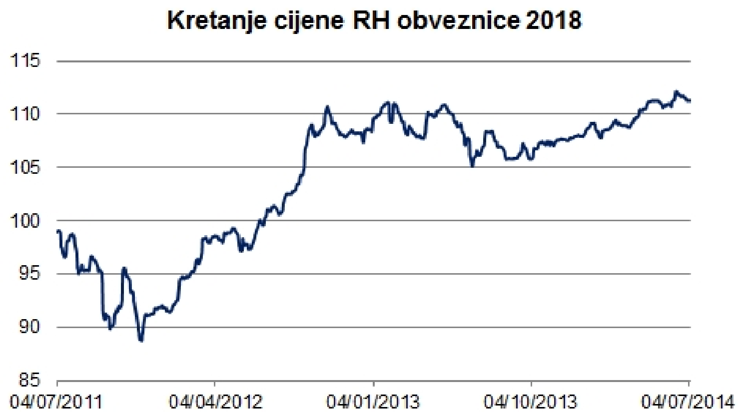
Kao što smo već komentirali u poglavlju 3 obvezničko tržište je izrazito veliko. Prema procjenama banke za međunarodna plaćanja BIS krajem 2012. godine je veličina svjetskog obvezničkog tržišta, mjereno iznosom preostalog nominalnog iznosa obveznica, iznosila oko 107 biliona dolara - oko 85 biliona dolara obveznica je bilo izdano na domaćim tržištima (očekivano, najveća tržišta su ona SAD-a, Japana, Velike Britanije, Njemačke i Francuske), dok je oko 22 biliona dolara izdano na međunarodnim tržištima (podaci sa www.bis.org u izborniku *statistics*). Većina tih obveznica je relativno jednostavnog tipa i zapravo ih je prilično lako opisati sa nekoliko parametara koje smo već spominjali (naravno, za kompleksnije obveznice nam treba više informacija). U sljedećoj tablici dajemo primjer osnovnih informacija o obveznici koju je izdalo Ministarstvo financija Republike Hrvatske s dospijećem 2018. godine.

Izdavatelj	Republika Hrvatska
Datum dospijeća	9.7.2018.
Valuta denominacije	EUR
Kreditni rejting	BB
Kupon	$5,875\%$
ISIN	XS0645940288
Učestalost isplate kupona	godišnja
Način obračuna kamate	Act/Act
Datum izdanja	8.7.2011.
Datum isplate prvog kupona	9.7.2012.
Veličina izdanja	EUR 750.000.000
Minimalni iznos trgovanja	EUR 1.000

Većina navedenih karakteristika obveznice je samorazumljiva ili je već objašnjena u tekstu, a možemo samo napomenuti da svaka obveznica ima neki identifikacijski broj kako bi se olakšalo trgovanje njome te njena namira. Mi smo naveli ISIN (eng. *International Securities Identification Number*) kao primjer, ali ima i drugih sličnih identifikatora. Također, naveli smo i minimalni iznos trgovanja za navedenu obveznicu. On može biti i manji i veći od EUR 1.000, ali je uobičajeno definirati ga. Naravno, podaci potrebni za opis neke složenije obveznice (npr. s definiranom isplatom dijela glavnice ili pravom izdavatelja da otkupi cijelu ili dio obveznice po nekoj unaprijed definiranoj cijeni na određene datume u budućnosti) bili bi mnogobrojniji. Podaci prikazani u prethodnoj tablici su minimalan skup karakteristika obveznice koje bilo koji njihov kupac treba znati.

Neupućeni promatrač bi mogao pomisliti da se, zbog jasno definirane strukture budućih novčanih tokova od obveznice, na sekundarnom tržištu neće previše mijenjati odnos ponude i potražnje za pojedinom obveznicom. Drugim riječima, moglo bi se pomisliti da će cijene obveznica na sekundarnom tržištu biti prilično stabilne, ako će uopće biti promjena. U stvarnosti je situacija prilično drugačija što želimo ilustrirati sljedećim primjerom.

Primjer 5.1.2. Da bismo ilustrirali kretanje cijena obveznica na financijskim tržištima pogledat ćemo kako se kretala cijena hrvatske državne obveznice opisane u prethodnoj tablici (dospijeće 2018. godine) u razdoblju od izdavanja obveznice 2011. godine do sredine 2014. godine. Tom obveznicom se trguje na međunarodnom tržistu i to, kako je i uobičajeno u trgovanju s obveznicama, ne na nekoj od burzi, nego OTC (*Over the Counter*).



Vidimo da se cijena promatrane obveznice značajno mijenjala u prikazane tri godine i to u rasponu od 89 do 112 (cijene se izražavaju u postocima nominale; dakle, za EUR 1.000 nominale te obveznice trebalo je platiti između EUR 890 i EUR 1.120). U prva tri mjeseca trgovanja cijena obveznice je pala za više od 10 posto. Dosta je jasno da se takvo kretanje cijene nekog vrijednosnog papira ne može okarakterizirati kao "stabilno" ili "sigurno" pa stoga treba imati na umu da se cijene obveznica mogu značajno promijeniti. Naravno, promjene cijene obveznica treba promatrati u kontekstu činjenice da investitori u obveznice dobivaju i kupone pa je tako investitor u promatranu hrvatsku državnu obveznicu u te tri godine dobio i $17,625\%$ od uloženog iznosa kroz isplate kupona $(3 * 5,875\%)$.

Moglo bi se pomisliti da su hrvatske državne obveznice izuzetak, odnosno da su neki specifični događaju utjecali na izrazite oscilacije cijene hrvatske državne obveznice. Iako je i to djelomično istina, to ipak nije dominantna odrednica kretanja cijene hrvatske državne obveznice. Da bismo se uvjerili u navedeno na donjem grafu prikazujemo kretanje jedne njemačke državne obveznice s dospijećem također 2018. godine (kupon $4,25\%$, ISIN: $DE0001135358$, izdana 2008. godine, veličina izdanja 21 milijarda eura) u istom razdoblju.

Kao što vidimo, obveznicama se cijene značajno mijenjaju na sekundarnom tržištu i to pod utjecajem mnogih faktora poput: promijenjenih očekivanja o kretanju inflacije u budućnosti, očekivanim promjenama u stopi nezaposlenosti ili produktivnosti, opće percepcije rizičnosti na tržištima kapitala, specifičnih vijesti za neku grupu obveznica (na primjer, obveznice zemlja u razvoju) ili nekog izdavatelja i tako dalje. Stoga je pogrešno gledati na obveznice kao na investiciju koja će pružiti apsolutnu sigurnost investitorima, pogotovo u kraćim vremenskim razdobljima. Često se obveznice smatraju sigurnom investicijom, ali se to zapravo odnosi na sigurnost u kreditnom smislu[2], ali ne i u smislu ostvarenih povrata na mjesečnoj ili kvartalnoj razini. U nastavku ovog poglavlja ćemo pokazati kako se može procijeniti rizik promjene cijene (tržišni rizik) pojedine obveznice.

5.2 Prinos do dospijeća

Kao što smo pokazali na početku ovog poglavlja cijene obveznica se značajno mijenjaju tijekom svog života (odnosno od trenutka izdavanja do svog dospijeća). Kako se obveznice u osnovi izdaju na duže rokove dospijeća (pet, deset, ali i trideset, odnosno pedeset godina) za vrijeme njihova trajanja se uvjeti na tržištu obveznica mogu značajno promijeniti. Na primjer, u 80-tim godinama prošlog stoljeća su kamatne stope u razvijenim zemljama bile visoke (od 6 do 12 posto, u grubo govoreći), da bi se krajem prve dekade 21. stoljeća spustile na razine od 1 do 3 posto. Takve značajne promjene u općoj razini kamatnih stopa u osnovi odražavaju promjene makroekonomskog okruženja u razvijenim ekonomijama, prije svega opće razine inflacije. Zbog takvih značajnih promjena nije rijetkost da se na tržištu trguje obveznicama istog izdavatelja i vrlo sličnog vremena do dospijeća, ali s kuponima koji se značajno razlikuju. Da bi jasnije ilustrirali navedeno dajemo sljedeći primjer.

Primjer 5.2.1. Njemačka država prilično redovito, na kvartalnoj razini, izdaje nove obveznice. Dospijeća novih izdanja obveznica u pravilu se kreću u rasponu od mjesec dana (trezorski zapisi) pa do trideset godina. Stoga na tržištu postoje njemačke državne

[2]Naravno, ukoliko se radi o investiciji u kreditno sigurne obveznice poput onih klasificiranih kao obveznice najviše kreditne kvalitete poput AAA obveznica.

obveznice sličnih dospijeća izdanih u vrlo različitim okolnostima. Na primjer, na tržištu se može uložiti u njemačku državnu obveznicu s dospijećem 20.6.2016. i godišnjim kuponom 6% (ISIN $DE0001134468$, izdana 1986. godine), ali i u njemačku državnu obveznicu s dospijećem 14.10.2016. i kuponom $1,25\%$ (ISIN $DE0001141612$, izdana 2011. godine.). Kako su takve dvije obveznice u osnovi iste (sličan rok dospijeća, jednak kreditni rizik jer se radi o istom izdavatelju) postavlja se pitanje kako ih usporediti. Naime, ako su tržišta iole efikasna i sudionici minimalno racionalni, očekivani povrat od ulaganja u te dvije obveznice bi trebao biti približno isti.
S obzirom da je tržište njemačkih državnih obveznica jedno od najefikasnijih na svijetu, ne treba čuditi da se te dvije obveznice zaista i trguju tako da investitorima pružaju vrlo slične očekivane povrate (vrlo uskoro ćemo vidjeti da je zajednička mjera kojom uspoređujemo obveznice prinos do dospijeća). Različitost u kuponima ove dvije obveznice odražava se u različitim cijenama koje treba platiti za svaku od tih obveznica: cijena prve navedene obveznice kretala se (u vrijeme pisanja ovog teksta) oko $110,755$, a cijena druge obveznice se kretala oko $102,675$. Još jednom ćemo podsjetiti da se cijene obveznica izražavaju u postocima nominale.

U ovom potpoglavlju želimo pokazati na koji se način, kojim mjerama, uspoređuju različite obveznice. Pri tome smo usredotočeni na kvantitativne karakteristike obveznica (vrijeme do dospijeća, veličina kupona, frekvencija isplate kupona i slično), a ne na kreditnu kvalitetu obveznica. Dakle, pretpostavljamo da će sve obaveze izdavatelja obveznice biti ispunjene u budućnosti. Kao i do sada koristimo osnovne oznake:

G - glavnica obveznice (nominala)

K - kupon obveznice

k - kamatna stopa kojom se izračunava kupon, na godišnjoj razini

n - vrijeme do dospijeća obveznice

P - cijena obveznice

U nastavku teksta ćemo preciznije definirati način obračuna kupona na obveznicu, ali na godišnjoj razini je jasno da je $K = k * G$. Često ćemo u primjerima koristiti da je $G = 100$ i u tom slučaju je $K = k$ što nam olakšava zapis i izačune.

Najjednostavnija mjera za usporedbu dvije obveznice je **nominalni prinos** (eng. *nominal yield*) obveznice koji je jednak K/G. On nam daje odnos kupona i nominale obveznice. Za obveznice iz prethodnog primjera je nominalni prinos prve obveznice jednak $6/100 = 0,06$, dok je za drugu obveznicu nominalni prinos jednak $1,25/100 = 0,0125$. Nominalni prinos obveznice ne uzima u obzir tržišnu cijenu obveznice pa je riječ o lošoj mjeri povrata na obveznicu, a navodimo je zbog potpunosti.

Sljedeća korištena mjera za aproksimaciju povrata na obveznice je **tekući prinos** (eng. *current yield*) koji je jednak K/P. Ovo je nešto bolja mjera usporedbe različitih obveznica od nominalnog prinosa jer uzima u obzir tržišnu cijenu, ali je još uvijek manjkava jer ne uzima u obzir novčane tokove obveznice, a znamo da oni određuju povrat na ulaganje u obveznicu. U prethodnom primjeru je tekući prinos za prvu obveznicu $6/110,7 = 0.0542$, dok je za drugu obveznicu tekući prinos jednak $1,25/102,6 = 0.0122$.

Najčešće korištena mjera za aproksimaciju povrata na obveznice, kao i za usporedbu različitih obveznica je **prinos do dospijeća** (eng. *yield to maturity*). Prinos do dospijeća je kamatna stopa kojom diskontiramo buduće prihode od obveznice, odnosno buduće novčane tokove, tako da diskontna vrijednost bude jednaka tržišnoj cijeni obveznice. Preciznije, za kuponsku obveznicu koja isplaćuje godišnje kupone i glavnicu po dospijeću, prinos do dospijeća je kamatna stopa y takva da je

$$P = \frac{K}{(1+y)} + \frac{K}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{K+G}{(1+y)^n}. \tag{5.1}$$

Navedena formula pretpostavlja da će prvi sljedeći kupon obveznice biti isplaćen za točno godinu dana, drugi kupon za točno dvije godine, a zadnji kupon i glavnica će biti isplaćeni za točno n godina. Na ovom mjestu moramo navesti jednu važnu napomenu vezanu uz cijenu. Ukoliko pretpostavimo da je glavnica jednaka 100, onda će cijena s lijeve strane biti upravo jednaka postotku nominalnog iznosa što je standard izražavanja cijene na tržištima obveznica. Ipak, ukoliko pretpostavimo da je iznos glavnice jednak nekom drugom kunskom (eurskom, dolarskom,...) iznosu, onda će cijena dobivena izrazom (5.1) biti izražena u tom kunskom (eurskom, dolarskom,...) iznosu. Da bi se dobila cijena izražena u postocima nominale navedeni iznos dobiven pomoću (5.1) treba podijeliti sa iznosom glavnice (nominale) i pomnožiti sa 100 (da bi se dobio postotni iznos). Ukoliko ima dvojbi o upravo izrečenom pogledajte Primjer 5.2.3.

Lagano je dati nešto općenitiju formulu koja obuhvaća obveznice koje isplaćuju kupone i dijelove glavnice u svakoj godini ili neke druge unaprijed definirane godišnje novčane isplate. Označimo sa K_i, $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, novčani tok koji se isplaćuje po određenoj obveznici u godini i. Tada je prinos do dospijeća za takvu obveznicu, ponovno uz uvjet da se prvi novčani tok isplaćuje za točno godinu dana, drugi za dvije i tako dalje, ona kamatna stopa y za koju vrijedi

$$P = \frac{K_1}{(1+y)} + \frac{K_2}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{K_n}{(1+y)^n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{(1+y)^i}. \tag{5.2}$$

Vidimo da se u obje gornje formule uzimaju u obzir svi novčani tokovi koje investitor u obveznicu dobiva za vrijeme svog ulaganja u obveznicu, ukoliko obveznicu drži do njenog dospijeća. Kako povrat od ulaganja u obveznice određuju novčani tokovi koje obveznica isplaćuje jasno je da je prinos do dospijeća vrlo blizak očekivanom povratu od ulaganja u obveznice. Štoviše, prinos do dospijeća će biti baš jednak realiziranom povratu od ulaganja u obveznice[3], ali uz uvjet da sve novčane tokove od obveznice reinvestiramo upravo po kamatnoj stopi koja je jednaka prinosu do dospijeća. Stoga se na prinos do dospijeća zaista i može gledati kao na očekivani povrat od ulaganja u obveznicu, ali ne treba zaboraviti da to uključuje i reinvestiranje primitaka od obveznice (u najjednostavnijem slučaju kupona) po prinosu do dospijeća.

Napomena 5.2.2 (Mala matematička napomena). Kao što mo vidjeli prinos do dospijeća smo definirali kao onu kamatnu stopu y za koju vrijedi jednakost (5.2). Iako se to čini intuitivno jasnim, mogli bi se zapitati da li uopće postoji takva kamatna stopa. Odgovor na to pitanje je pozitivan ukoliko promatramo obveznice kojima su svi novčani tokovi koje isplaćuju nenegativni (takve su sve koje razmatramo), a argument bi išao otprilike ovako: pomnožimo jednakost (5.2) sa $(1+y)^n$. Time dobijemo polinom n-tog stupnja u jednoj varijabli $x = 1 + y$. Određivanjem nultočaka tog polinoma zapravo dobivamo traženu kamatnu stopu y. Kada prebacimo sve članove navedenog polinoma na jednu stranu vidimo da su svi osim jednoga istoga predznaka. Načelno znamo da polinom n-tog stupnja ima n nultočaka, ali one mogu biti i kompleksne pa nam to u ovom slučaju nije dovoljno dobro. Ipak, u našem slučaju možemo iskoristiti Descartesovo pravilo promjene znaka za polinome. U tu svrhu najprije izbrojimo broj promjena predznaka koeficijenata promatranog polinoma iz pozitivnog predznaka u negativni i obratno. Onda je broj takvih promjena predznaka umanjen za broj pozitivnih realnih nultočaka

[3] Realizirani povrat je onaj koji možemo odrediti ex-post, tj. na kraju razdoblja ulaganja i to tako da zbrojimo sve svoje primitke od danog ulaganja. U ovom slučaju je rok ulaganja jednak vremenu do dopijeća obveznice.

tog polinoma zapravo višekratnik broja 2, uključujući i nulu (o Descartesovom pravilu više se može naći npr. na http://sepwww.stanford.edu/oldsep/stew/descartes.pdf). U našem slučaju imamo samo jednu promjenu predznaka koeficijenata polinoma pa da bi bilo zadovoljeno Descartesovo pravilo mora postojati barem jedna realna pozitivna nultočka promatranoga polinoma, a to smo i htjeli utvrditi. Nalaženje kamatne stope za koju vrijedi jednakost (5.2) je računski problem za koji nam je dovoljno osnovno poznavanje Excela ili nekog sličnog programa.

Prije nego što s nekoliko primjera konkretiziramo navedene formule radi potpunosti dajemo još formulu za računanje prinosa do dospijeća za obveznice koje isplaćuju kupone polugodišnje, kao što je to uobičajeno na američkom tržištu obveznica. Uz iste oznake kao i prije, uz pretpostavku da se polugodišnje isplaćuje polovica godišnjeg kupona obveznice te uz pretpostavku da se prvi kupon isplaćuje točno za pola godine, sljedeći točno za godinu dana i tako dalje, prinos do dospijeća je kamatna stopa y, koja se izražava na godišnjoj razini, takva da vrijedi formula

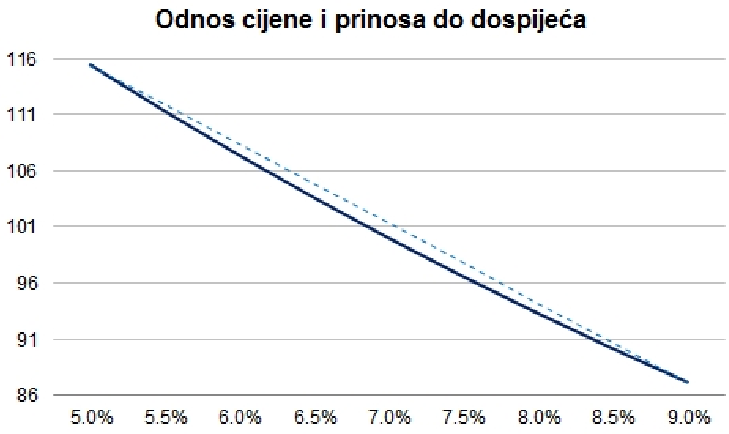
$$P = \frac{K/2}{(1+y/2)} + \frac{K/2}{(1+y/2)^2} + \frac{K/2}{(1+y/2)^{3/2}} + \cdots + \frac{K/2+G}{(1+y/2)^{2n}}, \tag{5.3}$$

uz očitu prilagodbu za općenitije polugodišnje novčane tokove po uzoru na (5.2). Vrijedi napomenuti da je formula konzistentna s predstavljenim izrazima za polugodišnje ukamaćivanje predstavljenima u potpoglavlju 1.1.4. Također, ukoliko se koriste formule koje pretpostavljaju polugodišnje ukamaćivanje treba paziti da se one konzistentno primjenjuju, na primjer i za beskuponske obveznice. Kako je europska tradicija više vezana uz godišnje isplate kupona mi ćemo u nastavku teksta gotovo isključivo pretpostavljati takvu isplatu kupona obveznica uz upotrebu odgovarajućih formula.

Primjer 5.2.3 (Prinos do dospijeća). Pogledajmo obveznicu iz Primjera 5.1.1. Podsjetimo se, kupujemo milion kuna glavnice obveznice dospijeća od 10 godina i s godišnjom isplatom kupona od 7%. Uz oznake kao do sada imamo $G = 1.000.000,00$, $k = 7\%$, $n = 10$ i $K = 70.000,00$. Pogledat ćemo za početak kako se mijenja cijena obveznice ukoliko se promijeni prinos do dospijeća. Pretpostavimo da je prinos do dospijeća jednak 5%. Tada je, prema (5.1), odnos cijene obveznice i prinosa do dospijeća dan sa

$$P = \frac{70.000}{(1+0,05)} + \frac{70.000}{(1+0,05)^2} + \cdots + \frac{70.000+1.000.000}{(1+0,05)^{10}} = 1.154.434,70.$$

Da bi dobili tržišno uobičajeni oblik cijene obveznice, izražen u postocima nominalnog iznosa obveznice koju kupujemo (ili prodajemo), navedenu cijenu trebamo podijeliti sa iznosom glavnice (odnosno sa 1.000.000) te pomnožiti sa 100. Dakle, za prinos do dospijeća od 5% cijena obveznice iznosi 115,4435. Na isti način dobivamo da je za prinos do dospijeća od 9% cijena obveznice jednaka 87,1647, dok je za prinos do dospijeća od 7%, ukoliko malo razmislimo to je jasno i bez računanja, cijena jednaka 100. Malo potpuniji pregled odnosa cijene obveznice i prinosa do dospijeća obveznice dan je na donjem grafu.



Na x osi su naneseni prinosi do dospijeća za navedenu obveznica, a na y osi su nanesene odgovarajuće cijene obveznice. Isprekidana linija je dio pravca koji prolazi kroz rubne točke (prinose 5% i 9% i pripadajuće cijene) kako bi se jasnije istaknula činjenica da je graf funkcije cijene s varijablom prinosa do dospijeća konveksan. Ta konveksnost nije specifična samo za ovu posebnu obveznicu, već je općenita karakteristika za sve normalne obveznice.[4]

U primjeru smo vidjeli ono što je jasno i iz definicije prinosa do dospijeća u (5.2), a to je da cijena obveznice pada kada prinos do dospijeća raste. Naravno, kada diskontiramo buduće novčane tokove većim zahtijevanim stopama povrata (prinos do dospijeća) sadašnja vrijednost tih novčanih tokova (cijena) se smanjuje. Gotovo ista formula kao (5.2) upotrebljava se i prilikom vrednovanja profitabilnosti investicijskih projekata, samo se tada tradicionalno umjesto prinosa do dospijeća govori o internoj stopi profitabilnosti (IRR - eng. *Internal Rate of Return*). Govoreći u tim terminima vidimo da je prinos do dospijeća zapravo interna stopa povrata za investiciju u obveznicu po cijeni P.

Iako smo započeli poglavlje tako da smo kao polaznu informaciji o tržišnoj vrijednosti neke obveznice uzimali cijenu obveznice, u praksi se odluka o kupnji ili prodaji neke obveznice zapravo donosi u ovisnosti o prinosu do dopijeća po kojem se tom obveznicom trguje na tržištu. To je logično ako prihvatimo da je prinos do dospijeća dobra aproksimacija budućeg povrata koji ćemo ostvariti ulaganjem u obveznicu (držeći je do dospijeća i reinvestirajući kupone upravo po prinosu do dospijeća). Osim toga, na taj način su ulaganja u obveznice lagano usporedive sa kamatnim stopama na novčanom tržištu čiji su prirodan nastavak (osim njih, to su i kamatni swapovi). Stoga i izvještaji o kretanjima na tržištu obveznica najčešće govore o, na primjer, padu prinosa na obveznice pa neupućeni promatrači zaključe kako se dogodilo nešto loše iako nam je sada jasno da je riječ o pozitivnom događaju u kojem je vrijednost obveznica narasla. Analogne tvrdnje vrijede ukoliko se govori o rastu prinosa obveznica.

Vidjeli smo da je sam pojam prinosa do dospijeća prilično jednostavan pa bi se čitatelj mogao zapitati zašto inzistiramo na tome da se kuponi obveznice moraju reinvestirati po toj kamatnoj stopi ako želimo da ostvareni povrat na obveznicu bude baš jednak prinosu do dospijeća. Radi se o tome da je takav zahtjev sukladan definiciji povrata na investiciju koju smo naveli u potpoglavlju 1.2.1. U sljedećem primjeru ćemo to pokušati i zorno pokazati.

Primjer 5.2.4. Opet ćemo pogledati obveznicu iz Primjera 5.1.1 i uzet ćemo prinos do dospijeća od 5%. Sjetimo se da smo anualizirani povrat na neku investiciju, oznaka

[4] Analitički gledano konveksan odnos cijene i prinosa do dospijeća slijedi iz činjenice da je funkcija $x \to x^{-i}$, $i \in \{1, 2, \dots n\}$ konveksna funkcija pa je konveksan i njihov zbroj.

AP, računali kao $AP = PoVD^{1/n} - 1$, gdje je $PoVD$ povrat u vremenu držanja, odnosno kvocijent konačne vrijednosti investicije i početne vrijednosti investicije. U našem slučaju investicije u danu obveznicu proizlazi da je vrijeme držanja investicije jednako 10 godine, naravno uz pretpostavku da obveznicu kupimo danas i držimo je do dospijeća koje je za 10 godina. Radi jednostavnosti pretpostavimo da je iznos obveznice koju smo kupili jednak 100 (G je jednako 100). Tada je početna vrijednost investicije jednaka cijeni obveznice, tj. $115,4435$ (kuna). Da bi izračunali konačnu vrijednost naše investicije u obveznicu moramo uzeti u obzir kupone koje će obveznica isplaćivati, a dodatno ćemo pretpostaviti da svake godine isplaćeni kupon ponovno reinvestiramo po kamatnoj stopi od 5% godišnje što je jednako prinosu do dospijeća.
Malo preciznije, na kraju prve godine dobit ćemo kupon od 7 kuna i reinvestirati ga (oročiti na primjer) na sljedećih 9 godina po kamatnoj stopi od 5%. Po dospijeću obveznice, nakon 9 godina od primitka tog kupona, imat ćemo $10,8593$ kuna ($= 7 \cdot (1+0,05)^9$). Na kraju druge godine opet ćemo dobiti kupon od 7 kuna i oročiti ga do dospijeća obveznice - na 8 godina po kamatnoj stopi od 5%. Po dospijeću obveznice će vrijednost tog kupona narasti na $10,3422$ kuna ($= 7 \cdot (1+0,05)^8$). Na jednak način reinvestiramo sve kupone koje ćemo dobivati tokom godina, s time da je zadnji novčani tok koji ćemo dobiti jednak prvotno uloženoj glavnici i zadnjem kuponu obveznice, tj. 107. Kako ćemo taj novčani tok dobiti na kraju našeg vremena držanja investicije (obveznice) njega nećemo reinvestirati jer za to nema vremena. Zbrajanjem tako dobivenih vrijednosti budućih novčanih tokova od obveznice dobivamo konačnu vrijednost investicije od $188,0452$ ($188,0452 = 10,8593 + 10,3422 + \cdots + 107$). Stoga je $PoVD$ jednak $1,628894$ pa je $AP = 0,05$. Drugim riječima, vidimo da se anualizirani povrat na investiciju u obveznicu podudara s prinosom do dospijeća na obveznicu pri čemu smo sve kupone obveznice reinvestirali po kamatnoj stopi koja je jednaka prinosu do dospijeća.

Kao što smo upravo vidjeli prinos do dopijeća je zapravo vrlo dobra aproksimacija očekivanog povrata od ulaganja u obveznice, s time da se pretpostavlja držanje obveznice do dopijeća. Naravno, ukoliko je pretpostavljeni rok ulaganja kraći prinos do dospijeća se manje podudara s povratom koji ćemo ostvariti ulaganjem u obveznicu. O tome kako se ostvareni povrat mijenja i koji je zapravo ciljani rok ulaganja u obveznicu reći ćemo u sljedećem potpoglavlju kada ćemo uvesti pojam duracije obveznice.

S praktične strane gledano, postavlja se očito pitanje da li možemo uvijek reinvestirati kupone obveznice po zahtjevanoj kamatnoj stopi, tj. prinosu do dopijeća. Tržišta obveznica su vrlo dinamična i kroz razdoblje od 10 godina se mogu, a najčešće se to i dogodi, značajno promijeniti uvjeti na tržištu kao i opća razina kamatnih stopa. Stoga nije lako ostvariti pretpostavku o reinvestiranju kupona, što donekle smanjuje informacijsku vrijednost prinosa do dospijeća. Ipak, on je nezamjenjiv alat ukoliko uspoređujemo obveznice različitih karakteristika (veličina kupona, vremena do dospijeća, plana isplate kupona i slično).

Jedna od mana koje se pripisuju prinosu do dospijeća je to što se prilikom njegova računanja pretpostavlja da sve novčane tokove diskontiramo istom kamatnom stopom, što u stvarnosti često nije istina jer se kamatne stope na različita dospijeća mogu razlikovati (pa i značajno). To će biti jasnije malo kasnije kada ćemo uvesti pojam krivulje prinosa.

Prije nego što završimo s ovim pregledom svojstava prinosa do dospijeća dati ćemo još nekoliko praktičnih napomena. Prije svega treba uočiti da formula (5.2) nije dovoljno općenita. Naime, ona vrijedi samo na jedan dan i to nakon isplate kupona (ili nekog drugog novčanog toka od obveznice, kao što smo već komentirali pa to nećemo posebno naglašavati u nastavku). Potrebna nam je njena (mala) modifikacija koja bi uključila i ostale dane u godini.

Pretpostavimo da smo u nekom danu d u godini i sa bd označimo broj dana koji je preostao do sljedeće isplate kupona. Jasno je da je $bd \leq 365$. Tada se veza između cijene obveznice i prinosa do dospijeća na dan d iskazuje izrazom[5]

$$\begin{aligned} P &= \frac{K_1}{(1+y)^{bd/365}} + \frac{K_2}{(1+y)^{1+bd/365}} + \cdots + \frac{K_n}{(1+y)^{n-1+bd/365}} \\ &= \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{(1+y)^{i-1+bd/365}}. \end{aligned} \tag{5.4}$$

U gornjoj formuli krije se mala nepreciznost. Naime, implicitno je pretpostavljena konvencija obračuna kamata *Act*/365 (vidi potpoglavlje 1.1.4), a barem jednako dobra i logična bi bila konvencija *Act*/*Act* koja bi uzimala u obzir prestupne godine pa bi formulu (5.4) mogli korigirati za broj dana u prestupnoj godini. U nastavku ćemo, kada ne napomenemo drugačije, pretpostavljati konvenciju *Act*/365 radi jednostavnosti.

Sljedeća praktična napomena koju želimo dati vezana je uz način trgovanja obveznicama. Naime, čitatelj bez iskustva na obvezničkim tržištima može se zapitati kako se točno mijenja vlasništvo nad obveznicama i kada se točno isplaćuju kuponi obveznice. Možemo se zapitati i kako se isplaćuje kupon obveznice ako u jednoj godini kupimo i prodamo obveznicu (prije isplate kupona od strane izdavatelja). Da li tada ne dobivamo kupon? Ili možda postoji neka centralna agencija koja računa broj dana koji je svaki investitor imao obveznicu pa na dan isplate kupona isplaćuje kupone svakom investitoru u točno određenom iznosu koji pripada tom investitoru? Iako bi ovakav način isplate kupona bio moguć on bi bio vrlo nepraktičan i uzrokovao bi dodatne troškove održavanja i financiranja takvog nekakvog centralnog tijela ili agencije. Kako su na tržištima kapitala rješenja uglavnom vrlo praktična, takvo je i rješenje isplate kupona investitorima koji nemaju u vlasništvu obveznicu na dan utvrđivanja imatelja obveznice u svrhu isplate kupona, što je tipično 2 ili 3 dana prije isplate kupona, a imali su je u određeno vrijeme tokom godine. Trgovanje obveznicama se obavlja tako da investitor koji kupuje obveznicu plaća iznos dogovorene nominale po dogovorenoj cijeni, ali i proporcionalni dio kupona, investitoru ili posredniku koji je do tada imao vlasništvo nad obveznicom.

Naravno, odmah se postavlja pitanje da li je pri tome oštećen investitor koji kupuje obveznicu jer plaća kupon prije nego što će ga njemu platiti izdavatelj obveznice na dan dospijeća kupona ili glavnice obveznice. Odgovor je, naravno, ne. Naime, računanje prinosa do dospijeća, odnosno cijene obveznice, se korigira za isplatu dijela kupona koji isplaćuje investitor koji kupuje obveznice. Dakle, opet se primjenom osnovnih principa diskontiranja novčanih tokova određuje "fer" cijena, odnosno cijena koja i prodavača i kupca obveznice stavlja u ravnopravan položaj. Mogli bi opisno detaljnije objasniti cijeli postupak, ali sve će biti jasno ukoliko pogledamo jedan primjer.

Primjer 5.2.5 (**Trgovanje obveznicama**)**.** Pogledat ćemo hrvatsku državnu euroobveznicu[6] iz Primjera 5.2.1. Podsjetimo se da je riječ o obveznici denominiranoj u euru koja isplaćuje godišnje kupone veličine $5,875\%$, a čije je dospijeće 9.7.2018. godine. Pretpostavimo da na dan 27.5.2014. želimo kupiti EUR $100.000,00$ nominalnog iznosa te obveznice. Kao što smo već napomenuli u prethodnim poglavljima, obveznicama se uglavnom trguje na tržištima market makera na kojem u osnovi dominiraju banke. Postupak kupnje navedene obveznice bi stoga prije svega uključivao pregled cijena (odnosno

[5]Čitatelj će vrlo brzo vidjeti da je ovo samo privremena formula za odnos cijene obveznice i prinosa do dospijeća jer nedostaje jedan važan element - stečena kamata. Izraz koji se koristi u stvarnom trgovanju obveznicama dan je sa (5.5).

[6]Termin euroobveznica se koristi za obveznice koje su izdane na međunarodnim tržištima i to u valuti koja nije domaća valuta. Nije nužno da je euroobveznica denominirana u euru.

prinosa do dospijeća) koje iskazuju banke koje trguju navedenom obveznicom. Pretpostavimo da smo odabrali jednu banku i da ona za navedenu obveznicu iskazuje cijene $110,50$ i $110,90$. Kao što znamo market makeri zarađuju od razlike između kupovne i prodajne cijene pa cijene koje su iskazuju zapravo predstavljaju cijenu po kojoj je odabrana banka spremna kupiti obveznicu (naravno, to je manja cijena $110,50$) i cijene po kojoj je banka spremna prodati obveznicu. Kako mi želimo kupiti obveznicu za nas je zapravo relevantna prodajna cijena banke, tj. cijena $110,90$. Napomenut ćemo još jednom da se obveznicama trguje definiranjem cijene trgovanja, ali se odluka o kupnji i prodaji obveznica donosi na osnovi pripadajućeg prinosa do dospijeća. Prinos do dospijeća koji pripada cijeni $110,90$ je $3,0131\%$. To je cijena i prinos do dospijeća koje će vam navesti banka s kojom trgujete, kao i svi relevantni informacijski servisi od kojih su najpoznatiji Bloomberg i Reuters. Ukoliko želite primijeniti formulu (5.4) na upravo opisanu situaciju vidjet ćete da ne dobivate isti prinos do dospijeća koji je naveden uz prodajnu cijenu banke nego prinos do dospijeća $4,3361\%$ (provjerite). Prva pomisao je da nešto nije u redu s formulama koje smo dali ili da banka želi ostvariti nepoštenu korist iz trgovanja s nama. Ipak, to nije tako, a razlog je upravo način trgovanja obveznicama. Stvar je u tome da prilikom kupnje obveznice mi plaćamo prodavatelju, u ovom slučaju banci, pripadni kupon koji se obračunava od isplate zadnjeg kupona. Naravno, da smo mi prodavatelji ili ukoliko ćemo jednom u budućnosti prodavati obveznicu kupac će nama platiti, osim nominalnog iznosa obveznice pomnoženog s dogovorenom cijenom, i proporcionalni dio kupona za razdoblje od isplate zadnjeg kupona. Taj dio kupona se naziva **stečena kamata**.

Uzevši u obzir sve navedeno postupak kupnje obveznice bi na dan 27.5.2014. izgledao ovako: s bankom se dogovorimo da ćemo kupiti EUR $100.000,00$ nominale hrvatske državne obveznice s dospijećem 9.7.2018. godine po cijeni od $110,90$. Iako trgujemo obveznicom 27.5.2014. stvarno plaćanje dogovorenih obaveza bit će obavljeno 30.5.2014. Taj dan se naziva danom namire jer se na taj dan mijenja vlasništvo nad obveznicom (mi postajemo vlasnici) te se obavlja dogovoreno plaćanje prema prodavatelju obveznice. Uobičajeno je dan trgovanja dva ili tri (radna) dana prije dana namire.

Prema dogovoru o kupnji obveznice proizlazi da ćemo mi banci na dan 30.5.2014. platiti EUR $110.900,00$ (to je $G \cdot P$) te stečenu kamatu u iznosu od EUR $5.231,16$. Iznos stečene kamate koju ćemo platiti računa se kao $100.000 \cdot 0,05875 \cdot 325/365$, gdje je 325 broj dana koji je prošao od zadnje isplate kupona koja se dogodila 9.7.2013. Dakle, ukupni iznos koji ćemo platiti banci je jednak EUR $116.131,16$. Kako bi izračunali pripadni prinos do dospijeća trebamo samo konzistentno primijeniti definiciju prinosa do dospijeća prema kojoj on predstavlja kamatnu stopu po kojoj diskontiramo sve buduće novčane tokove po obveznici tako da diskontna vrijednost bude jednaka tržišnoj vrijednosti obveznice. Konkretno, to znači da onaj novčani tok koji plaćamo trebamo uzeti u obzir s negativnim predznakom i to bez diskontiranja jer je dan razmjene novčanih sredstava jednak danu do kojeg je obračunata stečena kamata. Naravno, buduće primitke od obveznice, po osnovi kupona i glavnice obveznice, diskontiramo na standardan način. Da ne bi bilo nikakve nedoumice, računamo kamatu y tako da vrijedi izraz:

$$\begin{aligned} 110.900,00 &= -5.231,16 + \frac{5.875,00}{(1+y)^{40/365}} + \frac{5.875,00}{(1+y)^{1+40/365}} \\ &+ \frac{5.875,00}{(1+y)^{2+40/365}} + \frac{5.875,00}{(1+y)^{3+40/365}} + \frac{105.875,00}{(1+y)^{4+40/365}} \end{aligned}$$

iz kojega proizlazi da je prinos do dospijeća jednak $3,013112\%$. Vidimo da je to upravo onaj prinos do dospijeća koji smo naveli na početku zadatka. Iako se na prvi pogled čini da je ovakav način trgovanja obveznicama pomalo kompliciran, vrlo brzo se uviđa da je on zapravo vrlo elegantan, "fer" za sve tržišne sudionike i da je prinos do dospijeća koji se na takav način dobiva opet jednak očekivanom povratu na ulaganje u obveznicu, naravno uz pretpostavku o reinvestiranju kupona po kamatnoj stopi koja je jednaka prinosu do dospijeća te uz pretpostavku da obveznicu držimo do njenog dospijeća.

U kontekstu ovog zadatka dobro je uočiti da bismo mogli razlikovati dvije cijene obveznica. Jedna je ona s kojom i inače baratamo, a odnosi se na cijenu kojom množimo nominalni iznos obveznice kako bi dobili tržišnu vrijednost obveznice. Ta je cijena neto cijena (eng. *clean price*) i ne uključuje novčani tok od stečene kamate. Druga je cijena ona koja uključuje i stečenu kamatu, a možemo je zvati bruto cijenom (eng. *dirty price*). Bruto cijena obveznice je ona koja nam daje ukupni iznos novčanog transfera prilikom kupnje ili prodaje obveznice. U ovom zadatku je (neto) cijena jednaka $110,9000$, dok je bruto cijena jednaka $116,1312$, ukoliko cijenu izrazimo na četiri decimale. Cijene obveznica se najčešće izražavaju na dvije decimale i trgovanje se dogovara na razini neto cijene.

U prethodnom zadatku smo jasno naveli formulu prema kojoj se računa prinos do dospijeća iz cijene obveznice, ali ga radi potpunosti ponovno navodimo u općenitoj formi. Dakle, ukoliko su K_i, $i = 1, \ldots, n$, novčani tokovi koje ćemo dobiti od obveznice u budućnosti, ukoliko sa bd označimo broj dana do isplate prvog sljedećeg novčanog toka od obveznice, ukoliko pretpostavimo godišnju isplatu budućih novčanih tokova te ukoliko je P tržišna vrijednost obveznice (dakle, cijena pomnožena s nominalom G), onda je veza prinosa do dospijeća i vrijednosti obveznice dana izrazom

$$P = -\text{stečena kamata} + \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{(1+y)^{i-1+bd/365}}, \tag{5.5}$$

gdje se stečena kamata računa po formuli $G \cdot k \cdot (365 - bd)/365$ s time da je k kamatna stopa kojom se računa kupon obveznice. Time smo dali općeniti izraz za računanje prinosa do dospijeća normalnih obveznica s godišnjom isplatom kupona.

Osim normalnih obveznica postoje mnogi drugi tipovi obveznica i već smo rekli da ovdje nećemo analizirati valuaciju svih njih. Ipak, imajući formule za odnos cijene i prinosa do dospijeća prilično je lako dati neke osnovne okvire za vrednovanje obveznica s ugrađenim opcijama. U sljedećem primjeru ćemo pokazati jednu metodu za vrednovanje obveznica s ugrađenom call opcijom.

Primjer 5.2.6. Na obvezničkom tržištu može se kupiti korporativna obveznica Agrokora izdana 2012. godine, denominirana u euru i s kuponom od $9,875\%$ koji se isplaćuje polugodišnje, a kamata se obračunava prema konvenciji 30/360 (pretpostavlja se da svaki mjesec ima 30 dana, a godina 360). Obveznica dospijeva 1.5.2019. godine, a isplaćuje kupone 1. svibnja i 1. studenog svake godine. Radi potpunosti dajemo i njen ISIN $XS0776111188$ te navodimo kako joj je kreditni rejting bio B u 2014. godini. Dodatna karakteristika obveznice je da ju izdavatelj može otkupiti na određenim datumima u budućnosti i prema unaprijed određenim cijenama i to redom: 1.5.2015. po cijeni $107,406$ pa 1.5.2016. po cijeni $104,938$ pa 1.5.2017. po cijeni $102,469$ i napokon 1.5.2018. po cijeni 100. Dakle, izdavatelj je ugradio u obveznicu call opciju i definirao cijene po kojima može napraviti reotkup obveznice. Misao vodilja izdavatelja je u trenutku izdavanja bila da se u tom trenutku zadužuje po dosta visokoj kamatnoj stopi, a nada se, ili očekuje, da će u budućnosti biti u mogućnosti zadužiti se po manjoj kamatnoj stopi pa će otkupiti ovu relativno skupu obveznicu nekom jeftinijom i time smanjiti trošak kamate po svom dugu. Kako postoji mogućnost da Agrokor u 2015. godini prikupi novi kapital na nekoj od burzi zaista je moguće da mu ukupni omjeri zaduženosti padnu te da mu se kreditna kvaliteta poveća što bi mu zaista omogućilo jeftinije zaduživanje. Iako

je to, načelno govoreći, dobro za izdavatelja, mi želimo ocijeniti koje to posljedice ima na naše moguće ulaganje u tu obveznicu.
Kao i inače, prvi korak je izračun prinosa do dospijeća za tu obveznicu. Uočimo da u tom slučaju pretpostavljamo da će po obveznici biti isplaćeni svi kuponi do 2019. godine te da će nam izdavatelj 1.5.2019. godine isplatiti zadnji pripadajući kupon i glavnicu (po cijeni 100, ali to ne naglašavamo posebno). Pretpostavimo da trgujemo na dan 27.5.2014. i da je dan namire 30.5.2014. te da je kupovna cijena obveznice na tržištu $113,00$. Namjeravani iznos kupnje obveznice je EUR 100.000 i pitamo se koji je prinos do dospijeća koji odgovara cijeni $113,00$. Sada već znamo da ćemo morati platiti stečenu kamatu prodavatelju obveznice, a kako se radi o obveznici koja isplaćuje polugodišnje kupone u osnovi ćemo primijeniti formulu (5.3). Također, trebamo paziti i da poštujemo konvenciju obračuna kamate pa će izračun biti prilagođen i za tu činjenicu. Konkretno, pri izračunu prinosa do dospijeća za danu obveznicu Agrokora uz pretpostavljene parametre postupamo na sljedeći način. Najprije odredimo broj dana od prošlog kupona. Kako je kupon isplaćen u istom mjesecu u kojem će biti provedena naša kupnja obveznice (datum namire je u svibnju) konvencija obračuna kamate ne igra posebnu ulogu jer je prošlo 29 dana od isplate prošlog kupona. To znači da ćemo prodavatelju obveznice morati platiti stečenu kamatu za tih 29 dana, a to iznosi EUR $795,48$. Taj broj dobijemo tako da pomnožimo pola kamatne stope (polugodišnja kamata) sa $29/180$ i pomnožimo s nominalnim iznosom koji kupujemo, odnosno da kamatnu stopu $9,875$ pomnožimo s $29/360$ i sa 100.000. Dakle, mi ćemo prodavatelju obveznice platiti EUR $113.795,49$. Prinos do dospijeća računamo kao u primjeru 5.2.5. Diskontirat ćemo buduće novčane tokove po obveznici sa nepoznatom kamatnom stopom y da bi zbroj tih diskontiranih novčanih tokova iznosio $113/100*100.000$. Uočimo da će sljedeći polugodišnji kupon biti isplaćen za 5 mjeseci i jedan dan i sjetimo se da je konvencija za obračun kupona 30/360 što znači da će do sljedećeg kupona proći $5*30+1=151$ dan. Radi lakšeg snalaženja navodimo da bi to bila vrijednost *bd* u primjeru 5.2.5. Primjenimo sada formulu (5.3) na ovaj slučaj pa dobijemo da je cijena obveznice (pomnožena s nominalom) jednaka

$$-795,48+\frac{4.937,5}{(1+y/2)^{151/180}}+\frac{4.937,5}{(1+y/2)^{1+151/180}}+\cdots+\frac{104.937,5}{(1+y/2)^{9+151/180}}.$$

Izjednačavanjem tog izraza sa 113.000 te rješavanjem po y izračunamo da je pripadni prinos do dospijeća jednak $y=0.06724806$, odnosno $6,724806\%$. Radi preciznosti i potpunosti navodimo da se primjenom tog prinosa na gornju jednadžbu dobiva iznos od $112.999,9996$, ali onda uočimo da, na primjer, Bloomberg računa cijenu obveznice tako da primjeni operaciju zaokruživanja na 6 decimala na kvocijent brojeva $112.999,9996$ i 100.000 te tako dobiveni broj pomnoži sa 100 kako bi dobio uobičajen prikaz cijene obveznice u postocima nominale. Iako to sada već znamo nije naodmet napomenuti da smo dobili godišnju kamatnu stopu $6,724806\%$ koju primjenjujemo uz pretpostavku polugodišnjeg ukamaćivanja. Prema izloženom materijalu u potpoglavlju 1.1.4. znamo da je ekvivalentna kamatna stopa uz pretpostavku godišnjeg ukamaćivanja jednaka $6,837864\%$ (provjerite).
U gornjim izračunima smo morali paziti na nekoliko specifičnosti obveznice Agrokora, ali smo, zapravo, relativno jednostavno došli do prinosa do dospijeća za tu obveznicu, uz pretpostavljenu kupovnu cijenu od 113. Pitamo se da li je ta mjera prinosa dovoljno dobra za navedenu obveznicu jer slutimo da bi prinos koji ćemo ostvariti od ulaganja u tu obveznicu mogao biti dosta drugačiji ukoliko izdavatelj opozove (reotkupi) obveznicu prije njenog dospijeća. Stoga ima smisla gledati i neke druge mjere povrata poput **prinosa do opoziva** (eng. *yield to call*). Izračun prinosa do opoziva se može napraviti za svaki datum (i cijenu) na koji se obveznica može opozvati, a mi ćemo ovdje ilustrirati izračun uz pretpostavku da će izdavatelj otkupiti obveznicu na datum 1.5.2015. po cijeni

$107,406$. Opet ćemo samo konzistentno primijeniti principe diskontiranja novčanih tokova. Uočimo da ćemo na razini novčanih tokova na dan namire obveznice (30.5.2014.) platiti stečenu kamatu EUR $795,48$, dobit ćemo polovicu kupona na dan 1.11.2014. te ćemo dobiti još jednu polovicu kupona na dan 1.5.2015., ali i isplatu glavnice po cijeni od $107,406$, što znači da ćemo da na dan 1.5.2015. dobiti EUR $107.406,00 + 4.937,50$. Kao i prije, ali uz ove nove pretpostavke, pitamo se koja je to kamatna stopa y uz koju će vrijediti jednakost

$$113.000 = -795,48 + \frac{4.937,5}{(1+y/2)^{151/180}} + \frac{112.343,5}{(1+y/2)^{1+151/180}}$$

i dobijemo da je to kamatna stopa $y = 3,387202\%$. Tu kamatnu stopu nazivamo prinosom do (prvog) opoziva i vidimo da je to konzervativna mjera povrata na našu investiciju u slučaju da obveznica bude opozvana i u pravilu je manja od prinosa do dospijeća, ukoliko je cijena opoziva veća od 100. Na sličan način izračunamo povrate do drugih datuma opoziva. Često se najmanji tako dobiveni prinos do opoziva naziva i **prinos do najgoreg opoziva** (eng. *yield to worst*). U gornjem slučaju se prinos do prvog opoziva podudara s prinosom do najgoreg opoziva (dakle, za nas kao investitore je najnepovoljnije ukoliko Agrokor odluči opozvati obveznicu već 1.5.2015.). Prinos do najgoreg opoziva je, dakle, prinos do onog datuma opoziva uz koji će taj prinos biti najmanji. Riječ je stoga o najkonzervativnijoj mjeri prinosa od ulaganja u obveznice s ugrađenom call opcijom, naravno uz pretpostavku da izdavatelj isplati sve novčane tokove po obveznici prema utvrđenom rasporedu. Mogli bi i dalje profiniti računanje takvih prinosa na način da svakom datumu opoziva pridružimo (subjektivnu) procjenu vjerojatnosti opoziva na taj datum te onda prinose do opoziva i dospijeća ponderiramo takvim vjerojatnostima da dobijemo prinos do očekivanog opoziva, ali to nam u ovom trenutku nije u fokusu interesa jer nam je prije svega želja pružiti pregled osnovnih karakterisitika obveznica.

Pažljiviji čitatelj je vjerojatno uočio da nigdje nismo naveli prinose do dospijeća za njemačke državne obveznice navedene u Primjeru 5.2.1. Razlog za to nije zaborav, nego prilično čudne vrijednosti koje pri tome dobivamo. Naime, prinos do dospijeća za prvu njemačku državnu obveznicu s kuponom od 6% iznosio je (otprilike) $-0,036\%$, dok je za drugu obveznicu s kuponom od $1,25\%$ prinos do dospijeća iznosio $-0,024\%$. Prema svemu rečenome to zapravo znači da će kupci tih obveznica držeći ih do dospijeća ostvariti negativne povrate na svoja ulaganja[7]. Tradicionalna literatura o obveznicama uopće ne razmatra takve slučajeve, a nerijetko se i eksplicitno pretpostavlja nenegativnost kamatnih stopa. Zaista je razumno zapitati se zašto bi netko uopće kupio navedene obveznice po navedenim cijenama, odnosno prinosima do dospijeća.

Na ovom mjestu nam je teško dati potpuniji odgovor na to pitanje, a i uz puno više znanja i informacija ne bi nam to bilo puno lakše, ali u osnovi se objašnjenje za takvu čudnu tržišnu situaciju krije u makroekonomskom okruženju u kojem se Europa (i SAD) nalaze nakon izbijanja financijske krize 2008. godine, kao i krize nepovjerenja u obveznice nekih, mahom južnijih, europskih zemalja koja je eskalirala defaultom grčkih državnih obveznica 2011. godine. Odgovor centralnih banaka SAD-a, Velike Britanije, Japana i ECB-a (Europska centralna banka) na navedenu situaciju bilo je smanjivanje kamatnih stopa na razine blizu nule kao i pružanje gotovo neograničene likvidnosti bankarskom sustavu. Pozadina takve reakcije centralnih banaka krije se u strahu od dolaska u stanje

[7] Dobro, još smo pretpostavljali da kupone reinvestiramo po istim takvim kamatnim stopama pa bi se moglo računati da pozitivni povrati na kupone mogu malo popraviti stvar, ali u ovom slučaju ni to ne pomaže. Naime, u vrijeme pisanja ovog teksta (2014. godina) su i kamate na depozite kod niza banaka u EU bile negativne pa je zapravo cijelo okruženje ulaganja u te obveznice konzistentno s očekivanim negativnim povratom na takvo ulaganje

trajnije deflacije. Naime, japansko iskustvo s deflacijom koja traje od 90-tih godina prošlog stoljeća pokazuje da tradicionalne metode centralnih banaka nisu dovoljne da bi se riješio problem deflacije. Deflacija je neugodna pojava zbog niza razloga, a jedan od njih je i taj da su u uvjetima deflacije dužnici, koji se uglavnom zadužuju po pozitivnim kamatnim stopama, svake godine sve dužniji, uz nepromijenjene ostale pretpostavke. Ne treba isticati da je upravo okruženje opće kreditne prezaduženosti jedan od uzroka deflacije.

U situaciji u kojoj se ulaganja u državne obveznice nekih zemalja ne percipiraju sigurnima logično je da se obveznice kreditno najsigurnijih zemalja, a među njima je svakako Njemačka, trguju uz premiju u cijenama, odnosno uz relativno manje prinose do dospijeća. Ukoliko još uzmemo u obzir da je tržište njemačkih državnih obveznica među najlikvidnijima na svijetu ta se premija za ulaganja u njih još povećava. Ono što nam je jasno jest to da je u 2104. godini ta premija na ulaganje u njemačke državne obveznice dovoljno narasla da su prinosi na te obveznice prešli u negativu. Važno je uočiti da je takva situacija posljedica tržišnih kretanja u zadanom makroekonomskom okruženju kao i relativne percepcije rizika dovoljnog broja tržišnih sudionika. Također, treba uočiti i da velik broj investitora, mahom institucionalnih, ima portfelje koji se sastoje od raznih vrsta obveznica ili klasa imovine pa su njemačke državne obveznice samo dio takvih portfelja, a ponekad su takvi dijelovi portfelja i regulatorno izazvani (na primjer ograničenjem ulaganja u obveznice manje kreditne kvalitete). Stoga bi bilo krivo zaključiti da je nužno svim takvim investitorima očekivani povrat na cjelokupni portfelj ulaganja negativan, ali je jasno da zbog prije navedenih karakteristika njemačke državne obveznice imaju smisla u kontekstu portfelja pojedinih investitora te da su i marginalni portfeljni priljevi u njemačke državne obveznice bili dovoljni da dovedu prinose na te obveznice u negativu. O portfeljnom pogledu na ulaganja ćemo govoriti kasnije pa ćemo sada stati s ovom diskusijom, ali se nadamo da čitatelj može naslutiti kontekst u kojem je moguće racionalno kupiti neki vrijednosni papir iako mu je očekivani povrat negativan.

5.3 Duracija i konveksnost

Vidjeli smo u prošlom potpoglavlju da je prinos do dospijeća dobra mjera za uspoređivanje obveznica različitih karakteristika, odnosno različitih dospijeća i veličina kupona. Prinos do dospijeća ujedno i dobra aproksimacija očekivanog povrata od ulaganja u obveznice, uz pretpostavku držanja obveznice do dospijeća i ulaganja svih kupona upravo po kamatnoj stopi koja je jednaka prinosu do dospijeća. Stoga se odluke o kupnji pojedine obveznice zasnivaju na podatku o njenom prinosu do dospijeća, a u tom kontekstu su cijene obveznica samo posljedica kvantitativnog odnosa cijene i prinosa do dospijeća navedenog u formuli (5.2) ili nešto općenitijoj (5.5).

Do sada smo, nadamo se, već prihvatili činjenicu da je procjena povrata na investiciju samo jedan diskurs iz kojega možemo promatrati proces investiranja, dok je drugi diskurs, jednako važan, vezan uz procjenu rizika koji pri tome preuzimamo. Malo potpuniji opis rizika kojima se izlažemo na obvezničkom tržištu dat ćemo nešto kasnije, ali je dosta jasno da je osnovni rizik kojem smo izloženi na obvezničkom tržištu zapravo rizik promjene kamatnih stopa (naravno i kreditni rizik, ali smo već napomenuli da se njime ne bavimo u ovom poglavlju). Kako bismo stekli neku intuiciju o tome koliki je taj rizik pogledajmo sljedeći primjer.

Primjer 5.3.1. Opet ćemo odabrati obveznicu iz primjera 5.1.1. Kao što smo vidjeli u primjeru 5.2.3 cijena te obveznice će pasti sa 100 na $87,1647$ ukoliko prinos do dospijeća poraste sa 7% na 9%, odnosno cijena obveznice će porasti na 115, 4435 ukoliko se prinos do dospijeća smanji na 5%. Pretpostavimo sada da kupon te obveznice ostane isti (dakle 7%), ali da je vrijeme do dospijeća obveznice jednako 5 godina, umjesto originalnih 10 godina. Kao i prije, na prinosu do dospijeća od 7% će cijena obveznice biti jednaka 100, ali će sada cijena koja odgovara prinosu do dospijeća od 5% iznositi 108, 66, dok će cijena koja odgovara prinosu do dospijeća od 9% iznositi 92, 22 (iskoristite formulu (5.1) i provjerite). Vidimo da se sa smanjenjem vremena do dospijeća obveznice smanjuje osjetljivost obveznice na promjene prinosa do dospijeća (promjene cijene obveznice su manje za kratkoročniju obveznicu uz istu promjenu prinosa do dospijeća). Nije teško vidjeti da na sličan način utječe i promjena kupona obveznice. U tu svrhu uzmimo ponovno obveznicu iz primjera 5.1.1, ali sada pretpostavimo da je kupon obveznice jednak 5% godišnje dok je vrijeme do dospijeća opet 10 godina. Tada će cijena obveznice koja odgovara prinosu do dospijeća od 5% biti jednaka 100, a cijena koja odgovara prinosu do dospijeća od 7% iznosi 85, 95. Uočimo da je sada pad cijene, uz isti porast prinosa do dospijeća, veći nego u slučaju desetogodišnje obveznice sa kuponom od 7%. Uskoro ćemo ovaj odnos promjene prinosa do dospijeća i cijene obveznice, u ovisnosti o vremenu do dospijeća obveznice i njenom kuponu, detaljnije opisati.

Vidimo da se produženjem vremena do dospijeća obveznice povećava osjetljivost obveznice na promjene kamatnih stopa na tržištu pri čemu te promjene predstavljamo promjenama prinosa do dospijeća. Ipak, vrijeme do dospijeća nije najbolja mjera osjetljivosti obveznice na promjene kamatnih stopa, već je to duracija obveznice, mogli bi reći i trajanje obveznice, koju ćemo definirati u nastavku.

5.3.1 Duracija

Ideja od koje ćemo početi posuđena je iz matematičke analize. Znamo da je dobra aproksimacija neke funkcije u točki vezana uz pojam derivacije funkcije (pravac kojemu je koeficijent smjera duracija je zapravo najbolja linearna aproksimacija funkcije u točki, uz pretpostavku da derivacija postoji). Pogledajmo ponovno formulu (5.2) i samo eksplicirajmo činjenicu da je cijena obveznice funkcija koja ovisi o prinosu do dospijeća:

$$P(y) = \frac{K_1}{(1+y)} + \frac{K_2}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{K_n}{(1+y)^n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{K_i}{(1+y)^i}.$$

Odmah je jasno da je $P(y)$ derivabilna funkcija jedne varijable jer je zbroj derivabilnih funkcija pa je njena derivacija dana sa:

$$P'(y) = \frac{dP}{dy} = -\frac{K_1}{(1+y)^2} - \frac{2 \cdot K_2}{(1+y)^3} - \cdots - \frac{n \cdot K_n}{(1+y)^{n+1}}. \tag{5.6}$$

Iz razloga koji će nam vrlo brzo biti jasni podijelimo gornju jednakost sa cijenom obveznice kako bi dobili:

$$\frac{dP}{dy}\frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+y)}\left(\frac{K_1}{(1+y)} + \frac{2 \cdot K_2}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{n \cdot K_n}{(1+y)^n}\right)\frac{1}{P}. \tag{5.7}$$

Dio člana s desne strane

$$D_{Mac} = \frac{1}{P}\left(\frac{K_1}{(1+y)} + \frac{2 \cdot K_2}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{n \cdot K_n}{(1+y)^n}\right) \tag{5.8}$$

naziva se Macaulayeva duracija prema Fredericku Macaulayu koji je još 1938. godine formulirao navedeni izraz kao vremensku mjeru novčanih tokova po obveznicama. Izraz

$$D_{mod} = \frac{1}{(1+y)}\left(\frac{K_1}{(1+y)} + \frac{2\cdot K_2}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{n\cdot K_n}{(1+y)^n}\right)\frac{1}{P} \tag{5.9}$$

se naziva modificirana duracija i očito uvijek poprima nenegativne vrijednosti za normalne obveznice. U primjenama ćemo najčešće koristiti upravo taj izraz za računanje duracije obveznice, a razlog se krije u primjenjivosti modificirane duracije na procjenu osjetljivosti obveznice s obzirom na promjene kamatnih stopa (prinosa do dospijeća). Naime, ukoliko u jednakosti (5.7) umjesto diferencijala uvrstimo kvocijent konačnih razlika $\Delta P/\Delta y$[8] te sve pomnožimo sa Δy dobijemo izraz

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -\frac{1}{(1+y)}\left(\frac{K_1}{(1+y)} + \frac{2\cdot K_2}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{n\cdot K_n}{(1+y)^n}\right)\frac{1}{P}\cdot \Delta y.$$

Uz gornju definiciju modificirane duracije vidimo da smo zapravo dobili da je

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{mod}\cdot \Delta y, \tag{5.10}$$

odnosno da je postotna promjena cijene obveznice približno jednaka promjeni prinosa do dospijeća pomnoženog sa minus modificiranom duracijom. Dakle, što je duracija obveznice veća to će ta obveznica biti osjetljivija na promjene prinosa do dospijeća, odnosno promjene kamatnih stopa općenito. Također, a to već znamo, ukoliko kamatne stope rastu prema (5.10) zaključujemo da će cijena obveznice padati i obratno u slučaju pada kamatnih stopa. Uočimo da je, zbog karakteristika derivacije i dobre lokalne aproksimacije funkcije tangentom kojoj je koeficijent smjera jednak derivaciji, ova procjena primjenjiva za male promjene prinosa do dospijeća. U sljedećih nekoliko primjera ćemo sve navedene pojmove dodatno pojasniti.

Primjer 5.3.2 (**Računanje duracije**). Pogledajmo za početak kako se računa duracija obveznice na konkretnim primjerima. Razmatrat ćemo obveznicu s dospijećem od 10 godina, nominalom $G = 100$ i godišnjim kuponom od 6%. Pretpostavimo najprije da je prinos do dospijeća jednak također 6%. U donjoj tablici računamo duraciju te obveznice uz pretpostavku da će prvi kupon biti isplaćen točno za godinu dana.

Prinos do dospijeća 6%

Godine do dospijeća	Novčani tok	Sadašnja vrijednost novčanog toka	Doprinos duraciji (podijeljen cijenom)
1	6	5,6604	0,0566
2	6	5,3400	0,1068
3	6	5,0377	0,1511
4	6	4,7526	0,1901
5	6	4,4835	0,2242
6	6	4,2298	0,2538
7	6	3,9903	0,2793
8	6	3,7645	0,3012
9	6	3,5514	0,3196
10	106	59,1898	5,9190
		100	**7,8017**

Modificirana duracija 7, 3601

[8] Taj kvocijent konvergira upravo prema dP/dy kada Δy konvergira prema 0 pa stoga na $\Delta P/\Delta y$ gledamo kao na aproksimaciju derivacije. U slučaju nedoumica samo napominjemo da sa Δy označavamo razliku dva prinosa do dospijeća, a sa ΔP razliku pripadnih cijena obveznica.

U prvoj koloni je navedeno vrijeme do dospijeća svih novčanih tokova koji će biti isplaćeni vlasnicima obveznice, u drugoj koloni su navedeni nominalni novčani tokovi po obveznici, u trećoj koloni su navedeni diskontirani novčani tokovi iz druge kolone (dakle, podijeljeni sa $(1 + 0,06)^i$, gdje je $i \in \{1, \ldots, 10\}$ broj godina do i-tog novčanog toka) dok su u četvrtoj koloni navedeni brojevi iz treće kolone pomnoženi sa brojevima iz prve kolone i podijeljeni sa cijenom obveznice, sve u skladu s formulom (5.8). U zadnjem redu gornje tablice su navedeni cijena obveznice i Maculayeva duracija koja je jednaka $7,8017$. Dijeljenjem Maculayeve duracije sa $(1 + 0,06)$ dobivamo modificiranu duraciju koja je uz zadane uvjete jednaka $7,3601$. Kako duracija u osnovi označava prosječno dospijeće novčanih tokova obveznice ponderiranih vremenom do njihovog pojavljivanja, jasno je da duraciju mjerimo u godinama, kao i dospijeće obveznica. Dakle, Maculayeva duracija za ovu obveznicu i uz prinos do dospijeća od 6% iznosi $7,8017$ godina, dok je modificirana duracija $7,3601$ godina.

Pogledajmo kako se mijenja duracija iste obveznice ukoliko prinos do dospijeća povećamo na 8%. U donjoj tablici su obavljeni isti izračuni kao u prethodnoj, s time da je sada cijena obveznice jednaka $86,5798$ jer je diskontna stopa sada veća. Sukladno tome je smanjena i duracija obveznice te Maculayeva duracija iznosi $7,6151$ godina dok je modificirana duracija jednaka $7,0510$ godina. Na sličan način dođemo do brojeva u sljedećoj tablici u kojoj vidimo da se uz prinos do dospijeća jednak 4% Maculeyeva duracija poveća na $7,9806$ godina dok je modificirana duracija jednaka $7,6736$ godina.

Prinos do dospijeća 8%

Godine do dospijeća	Novčani tok	Sadašnja vrijednost novčanog toka	Doprinos duraciji (podijeljen cijenom)
1	6	5,5556	0,0642
2	6	5,1440	0,1188
3	6	4,7630	0,1650
4	6	4,4102	0,2038
5	6	4,0835	0,2358
6	6	3,7810	0,2620
7	6	3,5009	0,2831
8	6	3,2416	0,2995
9	6	3,0015	0,3120
10	106	49,0985	5,6709
		86,5798	**7,6151**

Modificirana duracija $7,0510$

Prinos do dospijeća 4%

Godine do dospijeća	Novčani tok	Sadašnja vrijednost novčanog toka	Doprinos duraciji (podijeljen cijenom)
1	6	5,7692	0,0496
2	6	5,5473	0,0955
3	6	5,3340	0,1377
4	6	5,1288	0,1765
5	6	4,9316	0,2122
6	6	4,7419	0,2448
7	6	4,5595	0,2746
8	6	4,3841	0,3018
9	6	4,2155	0,3264
10	106	71,6098	6,1615
		116,2218	**7,9806**

Modificirana duracija $7,6736$

Vidimo da se duracija obveznice smanjuje kada se prinos do dospijeća povećava i obratno. Sličan učinak se dobiva kada se mijenjaju kuponi obveznice. Pretpostavimo da umjesto kupona od 6% godišnje naša obveznica isplaćuje kupon od 8% godišnje. Tada će prosječno dospijeće novčanih tokova biti bliže sadašnjosti, odnosno očekujemo da će se duracija takve obveznice smanjiti. U sljedeće dvije tablice je prikazan izračun duracije za 10-godišnju obveznicu s kuponom od 8% i prinosom do dospijeća od 6% te za 10-godišnju obveznicu s kuponom od 4% i prinosom do dospijeća od 6%. Ukoliko dobivene vrijednosti za Macaulayevu duraciju i modificiranu duraciju usporedimo s onima koje smo izračunali za 10-godišnju obveznicu s godišnjim kuponom od 6% vidimo da se u slučaju obveznice s većim kuponom (u ovom primjeru s kuponom od 8%) duracija smanjuje, odnosno skraćuje, dok se u slučaju obveznice s manjim kuponom (u ovom primjeru s kuponom od 4%) duracija obveznice povećava.

Prinos do dospijeća 6%

Godine do dospijeća	Novčani tok	Sadašnja vrijednost novčanog toka	Doprinos duraciji (podijeljen cijenom)
1	8	7,5472	0,0658
2	8	7,1200	0,1241
3	8	6,7170	0,1757
4	8	6,3367	0,2209
5	8	5,9781	0,2605
6	8	5,6397	0,2950
7	8	5,3205	0,3246
8	8	5,0193	0,3500
9	8	4,7352	0,3715
10	108	60,3066	5,2568
		114,7202	**7,4450**

Modificirana duracija $7,0236$

Prinos do dospijeća 6%

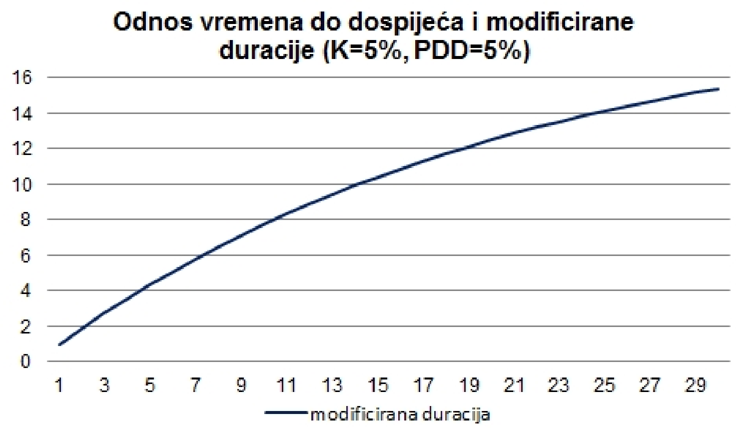
Godine do dospijeća	Novčani tok	Sadašnja vrijednost novčanog toka	Doprinos duraciji (podijeljen cijenom)
1	4	3.7736	0.0442
2	4	3.5600	0.0835
3	4	3.3585	0.1181
4	4	3.1684	0.1486
5	4	2.9890	0.1752
6	4	2.8198	0.1984
7	4	2.6602	0.2184
8	4	2.5096	0.2354
9	4	2.3676	0.2499
10	104	58.0731	6.8097
		85,2798	**8,2815**

Modificirana duracija $7,8127$

Za kraj ovog primjera napomenimo još da je u slučaju beskuponske obveznice Macaulayeva duracija jednaka vremenu do dospijeća, ali je modificirana duracija nešto manja jer trebamo podijeliti Macaulayevu duraciju sa $1+$ prinos do dospijeća (provjerite). Na tu činjenicu treba pripaziti kada se procjenjuje osjetljivost beskuponske obveznice na promjene kamatnih stopa prema formuli (5.10).

Kao što smo vidjeli u prethodnom primjeru duracija obveznice se povećava kada prinos do dospijeća raste ili kada se smanjuje kupon obveznice, uz fiksno vrijeme do dospijeća obveznice.[9] Načelno govoreći, duracija se, za normalne obveznice, povećava i kada se povećava vrijeme do dospijeća, ali taj odnos nije tako jednostavan. U sljedećem primjeru ćemo malo detaljnije promotriti odnos duracije obveznice i njenog vremena do dospijeća.

Primjer 5.3.3 (**Odnos duracije i vremena do dospijeća**). Uzmimo za početak obveznicu s kuponom od 5% i pretpostavimo da je prinos do dospijeća jednak također 5%, a da je glavnica obveznice jednaka 100. Kao i do sada pretpostavljamo da je prinos do dospijeća jednak za sva dospijeća, a to ima za posljedicu da će cijena obveznice bilo kojeg dospijeća s kuponom i prinosom do dospijeća od 5% biti jednaka 100. Zbog toga u izračunu modificirane duracije prema formuli (5.9) imamo cijenu koja je konstantna pa se promjenom vremena do dospijeća mijenjaju samo ostali članovi u danom zbroju. Izračun modificirane duracije napravimo kao u prošlom primjeru samo što sada izračune napravimo za sva dospijeća od jedne godine do, na primjer, trideset godina. Naravno, sve se to može objediniti u jednoj tablici (razmislite i probajte). Na donjem grafu je prikazana veza između duracije obveznice i njenog dospijeća u rasponu dospijeća između jedne i trideset godina s kuponom i prinosom do dospijeća od 5% (na x osi su nanesene godine do dospijeća, a na y osi duracija).



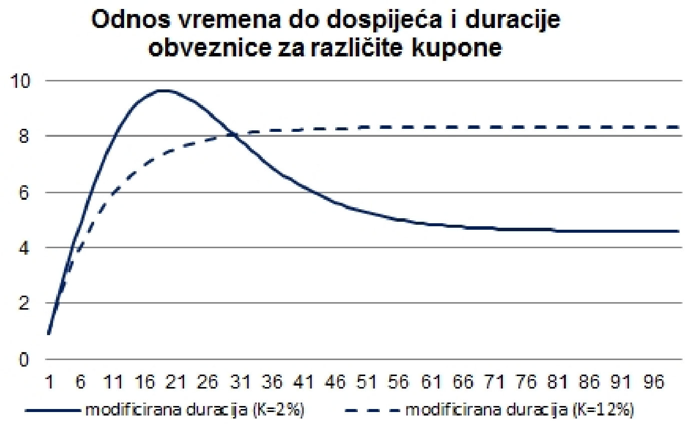
U ovom jednostavnom slučaju[10] možemo uočiti jednu činjenicu koja će biti izraženija kod obveznica koje imaju male kupone, a trguju se uz velike prinose do dospijeća. Naime, kada pogledamo formulu (5.9) te uočimo da cijena i faktor $1/(1+y)$ ne ovise o vremenu do dospijeća n uočavamo da su preostali članovi u zbroju istoga tipa te da su, u slučaju obveznice s jednokratnom isplatom glavnice, dominirani zadnjim članom koji je tipa $(n*(K+G))/(1+y)^n$, gdje su K i G godišnji kupon obveznice i glavnica obveznice koji se isplaćuju na kraju n-te godine, a y je prinos do dospijeća. U osnovi se taj član ponaša kao funkcija $x \mapsto Cxa^{-x}$, gdje je C konstanta $(K+G)$, dok je $a = (1+0,05)$. Riječ je o konkavnoj funkciji koja postiže maksimum na pozitivnoj poluosi $\mathbb{R}_+$.[11] Deriviranjem i izjednačavanjem derivacije s nulom vidimo da se maksimum postiže za $x = \ln a$ što je približnio jednako $20,5$. Dakle, za obveznice s dospijećem većim od $20,5$ godina se

[9] Ovo je zgodno pravilo za zapamtiti i točno je za obveznice kraćih dospijeća te u slučaju da se kupon obveznice i prinos do dospijeća ne razlikuju previše. Ipak, u Primjeru 5.3.3 ćemo vidjeti da taj odnos između veličine kupona i duracije ne vrijedi kada variramo i vrijeme do dospijeća.

[10] U smislu konstantnosti cijene obveznice bez obzira na rok dospijeća.

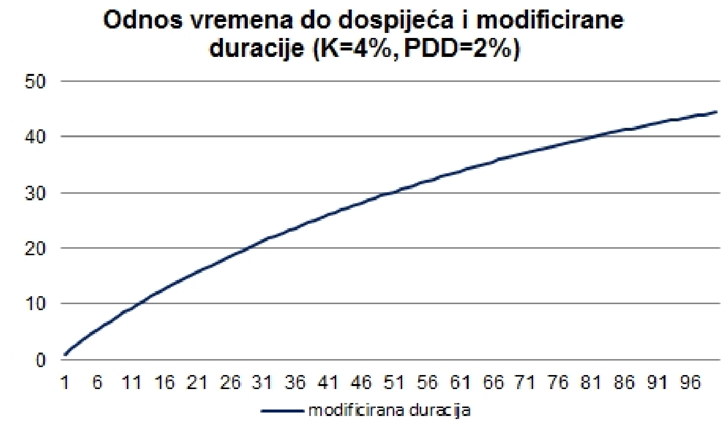
[11] Zapravo funkcija $x \mapsto Cxa^{-x}$ postaje konveksna nakon $x = 2/\ln(1.05) \approx 41$ što izračunamo izjednačavanjem druge derivacije s nulom. Za određivanje maksimuma nam je bilo potrebno da je na jednom (konačnom) segmentu originalna funkcija konkavna pa onda iskoristimo njenu neprekidnost da bismo, i prije računanja, znali da maksimum na tom segmentu postoji.

doprinos tog zadnjeg člana počinje smanjivati (u slučaju kupona i prinosa do dospijeća jednakih 5%). Isto je i sa ostalim članovima, ali treba uočiti da to ne znači da se duracija smanjuje jer je doprinos duraciji ostalih članova pozitivan, a sa svakom godinom do dospijeća se dodaje jedan član (prisjetite se izračuna u prošlom primjeru).
U općem slučaju, kada se razlikuju kupon obveznice i prinos do dospijeća, teže je provesti ovakvu analizu, ali prema gornjem razmatranju bi slijedilo da kod obveznica s malim kuponima i velikim prinosima do dospijeća zadnji član zaista dominira nad ostalim članovima zbroja u formuli (5.9) pa je njegov utjecaj relativno veći. Za ilustraciju na donjem grafu prikazujemo ovisnost promjene duracije o prinosu do dospijeća u slučaju prinosa do dospijeća od 12% te za obveznice s kuponima od 2%, odnosno 12%.



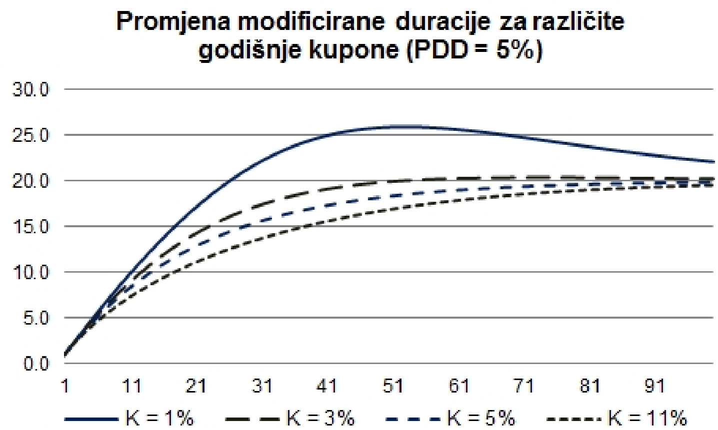
Da bi zornije pokazali donekle patološku ovisnost duracije obveznice s malim kuponom o vremenu do dospijeća prikazali smo graf s dospijećima obveznica od jedne do sto godina (na x osi su nanesene godine do dospijeća, a na y osi duracija). Vidimo da se u slučaju obveznice s kuponom koji je jednak prinosu do dospijeća duracija stabilizira relativno brzo. S druge strane, za obveznicu s malim kuponom duracija najprije raste da bi zatim počela padati, a u jednom trenutku krivulja ovisnosti duracije o vremenu do dospijeća iz konkavne prelazi u konveksnu. Ono što je zanimljivo je činjenica da se duracija obveznice s manjim kuponom stabilizira, za velik broj godina, na manjoj razini od duracije obveznice s većim kuponom. Ovo je u suprotnosti sa zaključkom koji smo dali nakon prošlog primjera, ali je situacija koju promatramo (kupon 2%, prinos do dospijeća 12%) relativno teško doseziva. Naime, da bi se to dogodilo na tržištu trebali bi prinosi do dospijeća za sva dospijeća biti jednaki 12% što je rijetko slučaj, pogotovo u slučaju općeg okruženja visokih kamatnih stopa u kojem su ipak kamatne stope na dugoročnije obveznice veće. Također, opća razina kamatnih stopa bi se trebala značajno promijeniti iz područja niskih kamatnih stopa (poput onih koji preovladavaju u 2013. i 2014. godini) na okruženje u kojem preovladavaju kamatne stope iznad 10% i to u roku od nekih 10-tak godina. U tom slučaju bi na obvezničkom tržištu bilo još uvijek dosta dugoročnih obveznica[12] koje su izdane s malim kuponima, a na njih bi se primjenjivali prinosi do dospijeća koji su relativno visoki.
Da bi odmah spriječili mogući, krivi, zaključak prema kojem je obveznicama s niskim kuponima duracija relativno mala promotrimo na sljedećem grafu kretanje odnosa duracije i vremena do dospijeća za obveznicu s kuponom od 4% i prinosom do dospijeća od 2%.

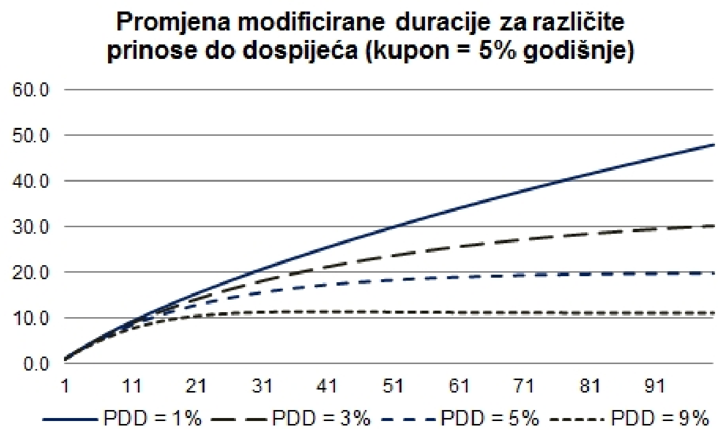
[12] U zadnjih nekoliko godina je dosta država, poput Njemačke, Francuske ili Austrije, iskoristilo okruženje niskih kamatnih stopa kako bi se zadužilo na 30 ili 50 godina po fiksnim kamatama.



Usporedite vrijednosti duracije koje dobivamo u ovom slučaju s onima koje dobivamo u prvom slučaju koji smo pokazali (kupon 5%, prinos do dospijeća 5%). Vidimo da pad prinosa do dospijeća značajno povećava duraciju obveznice.

Da bismo stekli malo cjelovitiju sliku o promjeni duracije za različite vrijednosti kupona ili prinosa do dospijeća na donja dva grafa prikazujemo najprije promijenu duracije normalne obveznice ukoliko je prinos do dospijeća konstantan (i jednak 5%), a mijenja se kupon obveznice, dok na drugom grafu prikazujemo promjenu modificirane duracije u slučaju konstantnog kupona (5% godišnje), ali za različite prinose do dospijeća.





Vidimo da se modificirana duracija ne mijenja značajnije za dosta različite veličine kupona, što je najizraženije za dugoročnije obveznice. Vidimo da je, opet, za obveznice s relativno malim kuponom izražen efekt smanjenja modificirane duracije za obveznice s dužim vremenom do dospijeća. S druge strane se povećanjem prinosa do dospijeća modificirana duracija obveznice značajno smanjuje.

Iako smo u prošlom primjeru malo relativizirali neke osnovne veze između duracije s jedne strane te kvantitativnih karakteristika obveznice s druge strane (veličina kupona, dospijeće, prinosi do dospijeća) trebamo uočiti da je većina obveznica izdana s rokovima dospijeća do 10 ili 20 godina. Stoga za **većinu** obveznica vrijede neke osnovne veze poput:

- veći kupon - manja duracija
- veći prinos do dospijeća - manja duracija
- duže dospijeće - veća duracija.

Pouka prošlog primjera je da se s povećanjem vremena do dospijeća neki od navedenih odnosa narušavaju.

Kao što smo već istaknuli na početku ovog potpoglavlja jedna od najvećih koristi od izračuna duracije proizlazi iz mogućnosti da njome, prema formuli (5.10), procijenimo osjetljivost neke obveznice u odnosu na moguće promjene kamatnih stopa. Kako je promjena opće razine kamatnih stopa jedan od najvećih rizika na obvezničkom tržištu jasno je da duracija zapravo dobra mjera rizika za obveznice (uz pretpostavljene male promjene kamatnih stopa - sjetimo diferencijalnog karaktera duracije). Stoga je duracija obveznice vrlo pogodna mjera za brzu procjenu rizičnosti vrlo različitih obveznica (različitih kupona, dinamika isplate glavnice, vremena do dospijeća) u različitim okruženjima opće razine kamatnih stopa (koje mjerimo prinosima do dospijeća). U sljedećem primjeru ćemo pokazati kako primijeniti formulu (5.10).

Primjer 5.3.4 (**Procjena promjene cijene obveznice duracijom**)**.** Podsjetimo se da je procjena postotne promjene cijene obveznice modificiranom duracijom dana sa

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{mod} \cdot \Delta y,$$

gdje je sa P označena cijena obveznice, sa y prinos do dospijeća, a sa D_{mod} modificirana duracija obveznice.
Uzmimo sada obveznicu s godišnjim kuponom od 6%, vremenom do dospijeća 10 godina i pretpostavimo za početak da je prinos do dospijeća jednak također 6% (ista obveznica kao na početku primjera 5.3.2). Već smo izračunali da je u tom slučaju modificirana duracija te obveznice jednaka $7,3601$ godina. Pretpostavimo za početak da prinos do dospijeća poraste za 1%. Znamo da će u tom slučaju cijena obveznice pasti, ali pogledajmo kakvu nam procjenu daje gornja formula. Prema njoj je postotna promjena cijene obveznice jednaka

$$\%\Delta P = -7,3601 \cdot 0,01 = -0,0736,$$

odnosno $-7,3601\%$. Dakle, cijena obveznice će se promijeniti za $-7,3601\%$, odnosno cijenu trebamo pomnožiti sa $1 - 0,073601 = 0,926399$. S obzirom da je cijena obveznice bila jednaka 100 zaključujemo da će u slučaju porasta prinosa do dospijeća za 1% cijena pasti na $92,6399$, naravno prema procjeni promjene cijene modificiranom duracijom obveznice. S obzirom da lagano možemo izračunati cijenu te obveznice uz pretpostavljeni prinos do dospijeća od 7% te da tako dobijemo cijenu od $92,9764$ vidimo da je procjena pomoću modificirane duracije dosta dobra.

Kako će se cijena iste obveznice promijeniti ukoliko prinos do dospijeća padne sa 6% na 4%? Opet prema gornjoj formuli procjenjujemo da će se postotno cijena promijeniti za

$$\%\Delta P = -7,3601 \cdot (-0,02) = 0,1472.$$

Dakle, u ovom slučaju će se procijenjena cijena obveznice promijeniti za $14,72\%$ pa stoga cijenu obveznice trebamo pomnožiti sa $1 + 0,1472 = 1,1472$. Kako je početna cijena obveznice bila 100 dobivamo procijenjenu cijenu obveznice $114,7200$. U ovom slučaju je stvarna cijena obveznice jednaka $116,2218$ pa vidimo da je procjena duracijom nešto lošija u ovom slučaju. To je konzistentno sa činjenicom da je duracija, kao koeficijent smjera tangente na graf krivulje cijene obveznice u odnosu na prinos do dospijeća, dobra lokalna procjena, ali se njena korisnost smanjuje kako se udaljavamo, po prinosu do dospijeća, od originalne točke procjene. Malo kasnije, kada uvedemo pojam konveksnosti, još ćemo se jednom vratiti na ovakve procjene.

Da bismo izvježbali gornji postupak uzmimo obveznicu s godišnjim kuponom od 4%, pretpostavimo da je prinos do dospijeća jednak 2% i pogledajmo obveznice s vremenom do dospijeća od 8 i 24 godine. U slučaju obveznice s dospijećem za 8 godina je cijena pri prinosu do dospijeća od 2% jednaka $114,6510$, a modificirana duracija je jednaka $6,9837$ godina. Pod istim uvjetima je cijena obveznice s dospijećem za 24 godine jednaka $137,8279$, a modificirana duracija je $17,444$ godine. Pretpostavimo da se prinos do dospijeća poveća za 1%, tj. da poraste sa 2% na 3%. Za obveznicu sa dospijećem za 8 godina dobivamo procijenjenu postotnu promijenu od $-6,9837 \cdot 0,01 = -6,9837\%$, odnosno procjenjujemo da će se cijena promijeniti na $(1-0.069837)\cdot 114,6510 = 106,6441$. Usporedite to sa stvarnom cijenom te obveznice uz prinos do dospijeća od 3% koja je jednaka $107,0197$. Sličnim računom za obveznicu s dospijećem za 24 godine dobivamo procijenjenu postotnu promijenu od $-17,444 \cdot 0,01 = -17,444\%$ pa sada dobivamo procijenjenu cijenu od $(1 - 0.17444) \cdot 137,8279 = 113,7852$ i usporedimo to sa stvarnom cijenom $116,9355$. Probajte sami procijeniti utjecaj pada kamatnih stopa za $0,5\%$ (na $1,5\%$) za te iste obveznice. Za referencu dajemo stvarne cijene tih obveznica uz prinos do dospijeća od $1,5\%$: za osmogodišnju obveznicu je cijena jednaka $118,7148$, dok je za dvadesetčetverogodišnju obveznicu cijena jednaka $150,0760$.

Mogli bismo dati još primjera, ali nadamo se da je jasan način na koji se duracijom procjenjuje promjena cijene obveznice. Na ovom mjestu bi se mogli zapitati zašto uopće procjenjujemo promjenu cijene obveznice duracijom kada danas računalima možemo lagano dobiti stvarne cijene obveznica uz proizvoljan prinos do dospijeća. To ćemo kasnije još malo pojasniti, ali korist od takvih procjena promijene cijene (vrijednosti) pomoću duracije je očitija kada gledamo portfelj od više obveznica, umjesto jedne, ili čak i nemamo definirane buduće novčane tokove u formi obveznica, nego navedene po dospijećima (na primjer, očekivane novčane tokove koje će neko životno osiguranje dobiti od svojih osiguranika u sljedećim godinama). Tada može biti praktično imati izračunatu duraciju tih novčanih tokova, odnosno portfelja obveznica, pa se variranjem mogućih promjena opće razine kamatnih stopa može obaviti osnovna forma tako zvanog *stress* testa, odnosno utjecaja mogućih značajnih promjena kamatnih stopa na vrijednost budućih/očekivanih novčanih tokova.

Napomena 5.3.5. U svim prethodnim primjerima smo pretpostavljali da je glavnica obveznice koju promatramo jednaka 100. Kao što smo vidjeli na početku poglavlja to nam izračune čini elegantnijima jer se kupon obveznice podudara s kamatnom stopom. Ukoliko je, što je realističnije, glavnica veća od 100 za potrebe izračuna duracije možemo provesti cijeli postupak izračuna duracije kao da je glavnica 100 jer je duracija vremenska mjera pa skalirani novčani izrazi s kojima baratamo ne utječu na njen izračun. Alternativno, iz načina računanja duracije u primjeru 5.3.2 jasno je da se u slučaju kada je glavnica različita od 100 u formulama (5.8) i (5.9) u nazivniku umjesto cijene obveznice zapravo uvrštava vrijednost obveznice, odnosno umnožak cijene obveznice s glavnicom obveznice koju analiziramo. Za detalje pogledajte primjer 5.3.6

Nadamo se da je nakon nekoliko prethodnih primjera pojam duracije nešto jasniji i da čitatelji mogu steći neku intuiciju potrebnu za upotrebu duracije. Uspoređujući račune koje smo proveli za duraciju s onima za prinos do dospijeća dosta je jasno da se nameće pitanje o načinu računanja duracije u slučaju kada novčani tokovi nisu za točno jednu godinu ili za točno dvije godine i tako dalje. Kako računamo duraciju u tim slučajevima?

U osnovi možemo ponoviti ponoviti izvod duracije koji smo dali na početku ovoga potpoglavlja s time da u tom općenitom slučaju krenemo od formule (5.4), odnosno (5.5). Stoga je

$$\begin{aligned} P'(y) &= -\frac{bd}{365}\cdot\frac{K_1}{(1+y)^{1+bd/365}} - (1+\frac{bd}{365})\cdot\frac{K_2}{(1+y)^{2+bd/365}} - \cdots \\ &- (n-1+\frac{bd}{365})\cdot\frac{K_n}{(1+y)^{n+bd/365}}, \end{aligned}$$

gdje je, prema prijašnjim oznakama, bd broj dana do sljedećeg kupona i pretpostavljeno je da je svaki sljedeći kupon, odnosno novčani tok, točno za godinu dana nakon prethodnoga.[13] Opet možemo izlučiti faktor $1/(1+y)$ te sve podijeliti sa cijenom da dobijemo ekvivalentne formule za modificiranu duraciju, odnosno Macauleyevu duraciju. U ovom slučaju možemo samo malo pripaziti koju cijenu točno uzimamo prilikom dijeljenja. Naime, sjećamo se da se obveznicama trguje tako da se prilikom kupnje obveznice (ekvivalentno je u slučaju prodaje) osim dogovorene cijene prodavatelju plaća i stečena kamata po obveznici. Stoga je trošak stjecanja obveznice zapravo jednak umnošku cijene obveznice sa glavnicom koju kupujemo uvećanom za stečenu glavnicu. Tu smo veličinu zvali bruto ili *dirty* cijenom pa je zapravo u ovom općenitijem slučaju konzistentno podijeliti derivaciju cijene sa tom cijenom. Uzevši sve navedeno u obzir dobivamo općenitu formulu za Macaulayevu duraciju

$$\begin{aligned} D_{Mac} &= \frac{1}{P_{dirty}}\left(\frac{bd}{365}\cdot\frac{K_1}{(1+y)^{bd/365}} + (1+\frac{bd}{365})\cdot\frac{K_2}{(1+y)^{1+bd/365}} + \cdots\right. \\ &+ \left.(n-1+\frac{bd}{365})\cdot\frac{K_n}{(1+y)^{n-1+bd/365}}\right), \end{aligned} \tag{5.11}$$

dok modificiranu duraciju opet dobijemo tako da Macauleyevu duraciju pomnožimo sa $1/(1+y)$. Pogledajmo na jednom primjeru kako se primijenjuju ove formule.

Primjer 5.3.6 (**Računanje duracije II**). Pogledajmo hrvatsku državnu obveznicu denominiranu u euru koju smo već susreli u Primjerima 5.2.1 i 5.2.5. Podsjetimo se da joj je godišnji kupon $5,875\%$ te da dospijeva 9.7.2018. U primjeru 5.2.5 smo vidjeli da je cijena obveznice jednaka $100,90$ uz prinos do dospijeća od $3,013112\%$ pri čemu je pretpostavljeni datum namire obveznice bio na dan 30.5.2014. Uz iznos glavnice od EUR $100.000,00$ smo vidjeli da je stečena kamata do tog datuma iznosila je $5.231,16$ eura, a sljedeća isplata kupona dogodit će se za 40 dana od dana stjecanja obveznice (dakle, 40 dana od 30.5.2014.).

[13]Ukoliko postoje razlike u vremenskim razmacima između novčanih tokova jasno je kako se može prilagoditi ova formula.

Da bismo izračunali modificiranu duraciju te obveznice upotrijebit ćemo gornju formulu (5.11). Uočimo da je u ovom slučaju bruto vrijednost kupljene obveznice jednaka

$$V_{dirty} = 100,90/100 \cdot 100.000,00 + 5.231,16 = 116.131,16 \text{ eura.}$$

Diskontirajući sve preostale kupone i glavnicu obveznice na datum 30.5.2014., uz $bd = 40$, te ih množeći redom sa $40/365$, $1 + 40/365$, $2 + 40/365$, $3 + 40/365$ i $4 + 40/365$ dobivamo da je Macaulayeva duracija ove obveznice jednaka $D_{Mac} = 3,61987$ godina (provjerite; uvrstite V_{dirty} na mjesto P_{dirty} u formuli (5.11), a u skladu s napomenom 5.3.5). Dijeleći tako dobivenu Macaulayevu duraciju sa $1 + 0,03013112$ dobivamo da je modificirana duracija promatrane hrvatske državne obveznice na dan 30.5.2014. jednaka $D_{mod} = 3,513993$ godina. U svim ovim izračunima se mogu javiti male razlike na nekima od decimala u ovisnosti o zaokruživanjima koje provodimo, ali one nisu prevelike.

Prije kraja ovog primjera možemo uočiti da računanje modificirane duracije na način na koji smo to upravo napravili, a koji slijedi iz definicije (modificirane) duracije, nije jedini mogući. Da bi to uvidjeli sjetimo se da je modificirana duracija obveznice uz neki zadani prinos do dospijeća $\hat{y}$ i pripadnu cijenu $P(\hat{y})$ zapravo koeficijent smjera tangente na graf funkcije $y \mapsto P(y)$ u točki $(\hat{y}, P(\hat{y}))$. Stoga se modificirana duracija može izračunati i kao limes kvocijenta konačnih razlika $\Delta P/\Delta y$podijeljenih sa cijenom obveznice ili njenom vrijednošću u skladu s već rečenim (ukoliko glavnica nije jednaka 100). To smo već napomenuli uz formulu (5.10), a sada možemo primijeniti tu činjenicu kako bismo izračunali (procijenili) modificiranu duraciju. U tu svrhu ćemo uzeti prinose do dospijeća simetrično udaljene od $3,013112\%$ za $0,01\%$ i za njih ćemo izračunati pripadne cijene. Kvocijent razlika tih cijena podijeljenih sa razlikom prinosa te sa bruto cijenom obveznice dat će nam približnu vrijednost modificirane duracije u točki $(3,013112\%, 110,90)$.[14]

Uzmimo dakle prinose do dospijeća $3,003112\%$ i $3,023112\%$. Pripadne cijene su $110,9408215$ i $110,8592047$ dok je bruto cijena $116,13116$ kao što smo već izračunali. Sada je

$$D_{mod} \approx \frac{110,9408215 - 110,8592047}{0,0002} \cdot \frac{1}{116,13116} = 3,513992,$$

što je praktički ista vrijednost onoj koju smo dobili iz definicije Macauleyeve i modificirane duracije.

U prošlom potpoglavlju smo uveli pojam prinosa do dospijeća i vidjeli smo da je nam on daje dobru aproksimaciju očekivanog povrata na obveznicu uz pretpostavke o držanju obveznice do dospijeća te ponovnom ulaganju svih kupona po kamatnoj stopi koja je jednaka prinosu do dospijeća. Napomenuli smo da se prodajom obveznice prije dospijeća može ostvariti značajno drugačiji povrat od ulaganja u obveznicu. To slijedi iz karakteristika obveznice jer će, na primjer, s porastom kamatnih stopa cijena obveznice pasti pa ćemo prijevremenom prodajom obveznice postići manji povrat (može biti i negativan) od očekivanoga. S druge strane ukoliko poraste opća razina kamatnih stopa i ne prodamo obveznicu opet će obveznica izgubiti na vrijednosti, ali ćemo kupone moći uložiti po višim kamatnim stopama što će nas (donekle?) kompenzirati za pad vrijednosti obveznice. Naravno sve analogno vrijedi i ukoliko padne opća razina kamatnih stopa. Tada će obveznici porasti cijena, ali ćemo buduće kupone ulagati po manjim kamatnim stopama.

Možemo se zapitati da li postoji neko ciljano razdoblje u kojem trebamo držati obveznicu da bi povrat koji ćemo ostvariti bio jednak prinosu do dospijeća. Drugim riječima,

[14]Zanimljivo je da, na primjer, Bloomberg koristi upravo takvu aproksimaciju za izračun modificirane duracije obveznica. Inače, tako izračunata duracija se naziva i efektivna duracija, a pri kraju ovog potpoglavlja ćemo reći nešto više o njoj.

možemo se zapitati da li iz kvantitativnih karakteristika obveznice proizlazi neko "prirodno" vrijeme ulaganja u obveznice, odnosno neki logičan horizont ulaganja. Odgovor na to pitanje je potvrdan: Macaulayeva duracija obveznice nam daje prirodno očekivano vrijeme ulaganja u obveznicu.

Radi se o tome da je Macaulayeva duracija obveznice ona točka u vremenu u kojem se negativni učinci od porasta kamatnih stopa, i posljedičnog pada cijene obveznice, neutraliziraju pozitivnim učincima koji proizlaze iz mogućnosti ulaganja kupona po većim kamatnim stopama. Analogno, Macaulayeva duracija obveznice je ona točka u vremenu u kojem se pozitivni učinci od pada kamatnih stopa neutraliziraju negativnim učincima koji proizlaze iz nužnosti ulaganja kupona po manjim kamatnim stopama. Pogledajmo kako to izgleda na konkretnom slučaju u sljedećm primjeru.

Primjer 5.3.7. Uzmimo obveznicu iz primjera 5.3.2 kojoj je dospijeće za 10 godina, kupon joj je $K = 6\%$ te pretpostavimo da radimo s glavnicom $G = 100$. Za početak pretpostavimo da je prinos do dospijeća jednak $PDD = 6\%$. U primjeru 5.3.2 smo vidjeli da je u tom slučaju Macaulayeva duracija jednaka $7,8017$, a modificirana duracija je jednaka $7,3601$.

Pogledajmo za početak značaj reinvestiranja kupona obveznice za ukupni ostvareni povrat od ulaganja u obveznicu.

Stopa reinvestiranja	Kupon 6%	Kupon 2%	Kupon 10%
0%	4,812%	5,454%	4,447%
1%	4,993%	5,535%	4,686%
2%	5,180%	5,620%	4,933%
3%	5,374%	5,708%	5,187%
4%	5,575%	5,801%	5,450%
5%	5,784%	5,898%	5,721%
6%	6,000%	6,000%	6,000%
7%	6,224%	6,106%	6,287%
8%	6,455%	6,217%	6,582%
9%	6,694%	6,333%	6,886%
10%	6,941%	6,454%	7,198%
11%	7,195%	6,580%	7,518%
12%	7,458%	6,711%	7,846%

U tu svrhu smo u gornjoj tablici prikazali kako se mijenja ostvareni povrat na ovu obveznicu ukoliko variramo kamatnu stopu po kojoj reinvestiramo dospijele kupone obveznice, sve uz pretpostavku da obveznicu držimo do njenog dospijeća. U prvoj koloni smo naveli kamatnu stopu po kojoj ulažemo sve kupone od obveznice. U drugoj koloni su navedeni prosječni godišnji povrati koji se ostvaruju za zadanu desetogodišnju obveznicu s kuponom 6% uz pretpostavku reinvestiranja kupona po odgovarajućoj kamatnoj stopi navedenoj u prvoj koloni. U trećoj i četvrtoj koloni su navedeni analogni rezultati, ali za desetogodišnje obveznice s godišnjim kuponima 2%, odnosno 10%. Podsjetimo, cijelo vrijeme je prinos do dospijeća konstantan, i jednak 6%, pa se cijena obveznice ne mijenja. Veličina povrata stoga ovisi samo o veličini kamatne stope kojom reinvestiramo kupone koje dobivamo kroz godine.

U prethodnoj tablici vidimo da je povrat uz prinos do dospijeća od 6% i stopu reinvestiranja kupona također od 6% jednak za sve navedene obveznice s različitim kuponima. Moglo bi se pomisliti da će obveznica s većim kuponom imati veći povrat, ali je stvar u tome da je prinos o dospijeća jednak 6% pa će ta obveznica u trenutku nula biti skuplja (cijena joj je $129,44$) što će smanjiti ostvareni povrat. Također možemo uočiti da se variranjem stope reinvestiranja najmanje mijenja povrat obveznice s najmanjim kuponom što je i intuitivno jasno jer reinvestiranjem relativno malih kupona relativno najmanje dobivamo ili gubimo. Svakako bi bilo dobro da čitatelj i sam provjeri navedene izračune ostvarenog povrata, a ukoliko ima dvojbi oko provođenja računa možemo pogledati primjer 5.2.4.

Vratimo se opet na našu desetogodišnju obveznicu s godišnjim kuponom od 6%, ali sada pokušajmo proanalizirati zajednički utjecaj porasta prinosa do dospijeća (ili pada istoga) na cijenu obveznice i mogućnost reinvestiranja kupona po većoj kamatnoj stopi. Malo preciznije, pretpostavimo da se prinos do dospijeća poveća sa 6% na 7%. Cijena obveznice će tada pasti sa 100 na $92,9764$, što znači da ćemo odmah zabilježiti gubitak od $7,0236\%$. Pretpostavimo da ne prodamo obveznicu, nego da je nastavimo držati. Za godinu dana ćemo dobiti kupon 6, a imat ćemo obveznicu kojoj je vrijeme do dospijeća devet godina pa će joj uz isti prinos do dospijeća od 7% cijena malo i porasti na $93,4848$ (provjerite). Kada bi prodali obveznicu nakon isplate prvog kupona to bi mogli napraviti po već navedenoj cijeni od $93,4848$[15] pa bi zapravo naš prihod od ulaganja u obveznicu bio jednak 99.4848, a pretpostavili smo da smo obveznicu kupili po cijeni od 100 na početku ulaganja. Drugim riječima, ostvarili bi gubitak od 0.5152% nakon prve godine ulaganja.

Ako nastavimo držati obveznicu do isplate drugog kupona cijena bi opet malo porasla na 94.0287 jer bi vrijeme do dospijeća obveznice bilo osam godina, dobili bi još jedan kupon od 6, a kupon koji smo dobili na kraju prve godine bi investirali na godinu dana po kamatnoj stopi od 7% pa bi od njega na kraju druge godine zapravo dobili 6.4200. Ako prodamo obveznicu na kraju druge godine ukupno bismo dobili 106.4487 pa bi anualizirani godišnji povrat nakon dvije godine ulaganja bio jednak 3.1740%. Ukoliko nastavimo postupak na isti način na kraju svake godine bismo dobili realizirani povrat (ako prodamo obveznicu) koji bi bio sve veći. Konkretni brojevi su sažeti u sljedećoj tablici.

Godina prodaje	Povrat (PDD $\uparrow$ 7%)	Povrat (PDD $\downarrow$ 5%)
1	$-0,5152\%$	$13,1078\%$
2	$3,1740\%$	$8,9785\%$
3	$4,4339\%$	$7,6359\%$
4	$5,0696\%$	$6,9708\%$
5	$5,4529\%$	$6,5737\%$
6	$5,7091\%$	$6,3098\%$
7	$5,8926\%$	$6,1217\%$
8	$6,0304\%$	$5,9808\%$
9	$6,1377\%$	$5,8714\%$
10	$6,2236\%$	$5,7839\%$

Radi potpunosti smo naveli i ostvarene povrate u slučaju pada prinosa do dospijeća na 5%. Vidimo da je u oba slučaja važnije reinvestirati kupone konzistentno tokom trajanja obveznice od pada ili porasta cijene koja se ostvari na početku ulaganja. Također, u oba slučaja vidimo da se negdje između sedme i osme godine ulaganja postiže povrat od

[15] Sada već znamo da to nije skroz istina jer bi obveznicu prodavali na sekundarnom tržištu pa bi od nekog market makera dobili kotaciju koja bi uključivala bid i ask cijenu oko navedene "fer" cijene pa bismo relistično dobili nešto manji iznos, ali to ćemo u ovom slučaju zanemariti kako bi cijeli račun bio jednostavniji. Dodatno, stvarna razlika između kupovne i prodajne cijene (bid-ask *spread*) presudno ovisi o kakvoj je obveznici riječ, gdje se njome trguje, o općim uvjetima likvidnosti i slično.

6% godišnje što bismo mogli smatrati neutralnim povratom jer je to prosječni godišnji povrat koji se postiže ulaganjem u tu obveznicu uz pretpostavku držanja obveznice do dospijeća, prinosa do dospijeća od 6% i reinvestiranja svih kupona po prinosu do dospijeća.

Točka u vremenu u kojoj anualizirani godišnji povrat otprilike biva jednak 6% je dana Macualayevom duracijom. Pogledajmo to u slučaju rasta prinosa do dospijeća na 7%. Vidjeli smo da je Macualayeva duracija obveznice jednaka $7,8017$. Ukoliko prodajemo obveznicu nakon $7,8017$ godina cijena obveznice je jednaka 97.9932 (nemojte zaboraviti oduzeti stečenu kamatu za $0,8017$ duljine godine). S druge strane sve kupone koje dobivamo trebamo reinvestirati po kamatnoj stopi od 7% s vremenima investiranja od $6,8017$, zatim $5,8017$ i tako dalje. Sveukupno su nam prihodi koje ćemo dobiti nakon $7,8017$ godina jednaki 157.6218 pa je anualizirani godišnji povrat u razdoblju od $7,8017$ godina jednak 6.0059% što smo i željeli pokazati.

5.3.2 Konveksnost

Vidjeli smo da pojam duracije ima višestruke interpretacije, ali je ipak vjerojatno najvažnija interpretacija duracije kao mjere rizičnosti obveznice. Pri tome na rizik obveznice gledamo kao na osjetljivost o promjenama kamatnih stopa. Također, formulom (5.10) smo opisali ovisnost postotne promjene cijene o promjeni kamatnih stopa:[16]

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D_{mod} \cdot \Delta y.$$

Ukoliko želimo procijeniti samo promjenu cijene onda je veza dana formulom

$$\Delta P \approx -D_{mod} \cdot \Delta y \cdot P. \tag{5.12}$$

Znajući da smo duraciju izračunali kao prvu derivaciju funkcije cijene obveznice (u ovisnosti o prinosu do dospijeća) te uzimajući u obzir da je funkcija cijene obveznice konveksna prirodno se nameće poboljšanje gornjih procijena dodajući drugu derivaciju funkcije cijene. Derivirajući još jednom obje strane u formuli (5.6) dobivamo

$$P''(y) = \frac{d^2P}{d^2y} = \frac{1 \cdot 2 \cdot K_1}{(1+y)^3} + \frac{2 \cdot 3 \cdot K_2}{(1+y)^4} + \cdots + \frac{n \cdot (n+1) \cdot K_n}{(1+y)^{n+2}}.$$

Dijeleći sve sa cijenom obveznice te zapisujući u kompaktnijoj formi dobivamo formulu za **koveksnost** obveznice:

$$C = \frac{d^2P}{d^2y} \cdot \frac{1}{P} = \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{(1+y)^2} \sum_{i=1}^{n} \frac{i \cdot (i+1) \cdot K_i}{(1+y)^i}. \tag{5.13}$$

Vidimo da je konveksnost obveznice, analogno modificiranoj duraciji, zapravo jednaka drugoj derivaciji funkcije cijene po prinosu do dospijeća normaliziranoj sa cijenom obveznice. Na taj način dobivamo relativne veličine koje su neovisne o stvarnoj cijeni obveznice, a ovise o relativnoj promjeni cijena. Ponekad se umjesto takvih normaliziranih veličina gledaju stvarne veličine, ovisne o cijeni obveznice, odnosno vrijednosti budućih novčanih tokova obveznice:

$$D_{nov} = -P'(y) \ \ (= D_{mod} \cdot P) \ \text{ i} \tag{5.14}$$

$$C_{nov} = P''(y) \ \ (= C \cdot P). \tag{5.15}$$

[16]Sjetimo se, govorimo samo o jednakoj promjeni kamatnih stopa za sve godine do dospijeća

Te dvije veličine ćemo nazivati novčanom duracijom i novčanom konveksnošću (na engleskom *dollar duration* i *dollar convexity*).

Da bismo jasnije istaknuli njihovu upotrebu sjetimo se Taylorovog teorema iz matematičke analize koji kaže da funkciju $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ koja ima prvih k, $k \in \mathbf{N}$, derivacija u nekoj točki a možemo prikazati pomoću Taylorovog polinoma[17], odnosno u tom slučaju postoji funkcija $h_k : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, takva da je $\lim_{x \to a} h_k = 0$ i da vrijedi

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + h_k(x)(x-a)^k.$$

Ukoliko se ograničimo na samo prva dva člana derivacije funkcije dobivamo formulu za aproksimacije funkcije polinomom drugog reda:

$$f(x) \approx f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 \tag{5.16}$$

Kao što smo već istaknuli cijena obveznice je, kao funkcija prinosa do dospijeća, dovoljno puta derivabilna za sve pozitivne prinose do dospijeća y pa uvrštavajući u formulu (5.16) funkciju $P(y)$ umjesto $f(x)$ te y_0 umjesto a dobivamo aproksimacijsku formulu

$$P(y) - P(y_0) \approx \frac{P'(y_0)}{1!}(y - y_0) + \frac{P''(y_0)}{2!}(y - y_0)^2.$$

Napokon, iskoristimo gornje oznake za novčanu duraciju i novčanu konveksnost $D_{nov} = -P'(y)$ i $C_{nov} = P''(y)$ (ponavljamo da se one razlikuju od modificirane duracije i konveksnosti samo za faktor $1/P$) da bi dobili formulu za aproksimaciju promjene cijene obveznice u nekom prinosu do dospijeća y_0 pomoću novčane duracije i novčane konveksnosti

$$P(y) - P(y_0) \approx -D_{nov} \cdot (y - y_0) + \frac{1}{2} \cdot C_{nov} \cdot (y - y_0)^2. \tag{5.17}$$

Analogne formule sa modificiranom duracijom i konveksnošću su dane sa

$$P(y) - P(y_0) \approx -D_{mod} \cdot P \cdot (y - y_0) + \frac{1}{2} \cdot C \cdot P \cdot (y - y_0)^2. \tag{5.18}$$

Koristeći još pokrate $\Delta P = P(y) - P(y_0)$ i $\Delta y = y - y_0$ dobivamo izraz

$$DeltaP \approx -D_{mod} \cdot P \cdot \Delta y + \frac{1}{2} \cdot C \cdot P \cdot \Delta y^2. \tag{5.19}$$

Na taj način možemo dobiti nešto bolje procjene promjene cijene obveznice u odnosu na promjene kamatnih stopa od one koju smo dobili u (5.10). Uočimo da će utjecaj konveksnosti na promjenu cijene uvijek biti pozitivan. Stoga je konveksnost pozitivno svojstvo obveznice. Pogledajmo najprije nekoliko primjera u kojima izračunavamo konveksnost.

Primjer 5.3.8 (**Računanje konveksnosti**). Pogledat ćemo desetogodišnju obveznicu s kuponom 6 iz primjera 5.3.2. Za početak pretpostavimo da je prinos do dospijeća 6%. Na sličan način kao u izračunu duracije računamo i konveksnost s time da u zadnjoj koloni sljedeće tablice diskontirane novčane tokove množimo sa $i \cdot (i+1)$ umjesto samo sa i te samu konveksnost odmah dijelimo sa $1/(1+y)^2$, gdje je y prinos do dospijeća. Konkretno, dobivamo da je konveksnost jednaka $69,7404$ (uz prinos do dospijeća od 6%)

---

[17]Ukoliko je funkcija f proizvoljno puta derivabilna u točki a onda se f može prikazati u obliku Taylorovog reda, ali u ovom slučaju nam to neće trebati.

Godine do dospijeća	Novčani tok	Sadašnja vrijednost novčanog toka	Doprinos konveksnosti (podjeljen cijenom)
1	6	5,6604	0,1132
2	6	5,3400	0,3204
3	6	5,0377	0,6045
4	6	4,7526	0,9505
5	6	4,4835	1,3451
6	6	4,2298	1,7765
7	6	3,9903	2,2346
8	6	3,7645	2,7104
9	6	3,5514	3,1963
10	106	59,1898	65,1088
		100	**69,7404**

Analognim računom dobijemo da je konveksnost iste obveznice u slučaju porasta prinosa do dospijeća na 7% jednaka $67,3656$, dok je u slučaju pada prinosa do dospijeća na 5% jednaka $72,1737$ (provjerite). Iz ovoga zaključujemo da se, uz isti kupon i dospijeće obveznice, konveksnost povećava ukoliko prinos do dospijeća pada, a smanjuje se ukoliko se prinos do dospijeća povećava (inverzan odnos konveksnosti i prinosa do dospijeća).

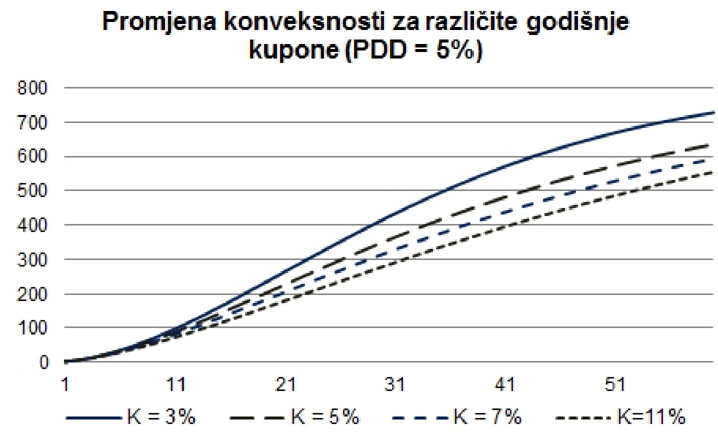
Prinos do dospijeća 6%

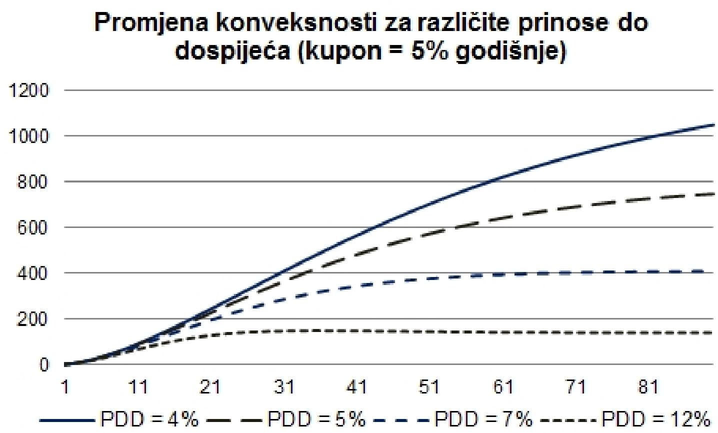
Godine do dospijeća	Novčani tok	Sadašnja vrijednost novčanog toka	Doprinos konveksnosti (podjeljen cijenom)
1	8	7,5472	0,1316
2	8	7,1200	0,3724
3	8	6,7170	0,7026
4	8	6,3367	1,1047
5	8	5,9781	1,5633
6	8	5,6397	2,0647
7	8	5,3205	2,5972
8	8	5,0193	3,1502
9	8	4,7352	3,7148
10	108	60,3066	57,8253
		114,7202	**65,1716**

Uzimimo sada obveznicu s desetogodišnjim dospijećem, ali pretpostavimo da je kupon obveznice jednak 8%, dok je prinos do dospijeća jednak 6%. U prethodnoj tablici je prikazan način izračuna konveksnosti, s istim objašnjenjem kao i na početku pimjera.

Ukoliko promijenimo kupon obveznice na 4% opet na isti način izračunamo da je konveksnost jednaka $75,8864$. Sada zaključujemo da se, uz isti prinos do dospijeća i vrijeme do dospijeća, konveksnost obveznice smanjuje kada se povećava kupon obveznice, a povećava kada se smanjuje kupon obveznice (inverzan odnos konveksnosti i kupona obveznice).

Malo cjelovitiji prikaz ovisnosti konveksnosti o promjeni kupona i prinosa do dospijeća je dan na sljedeća dva grafa.



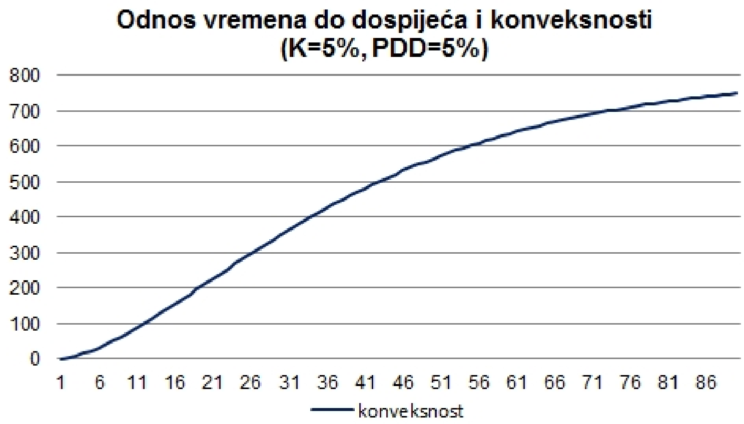


Kao i u slučaju izračuna modificirane duracije možemo uočiti da je većina obveznica izdana s rokovima dospijeća do 10 ili 20 godina. Stoga za **većinu** obveznica i izračun njihovih konveksnosti vrijede neke osnovne veze poput:

- veći kupon - manja konveksnost
- veći prinos do dospijeća - manja konveksnost
- duže dospijeće - veća konveksnost.

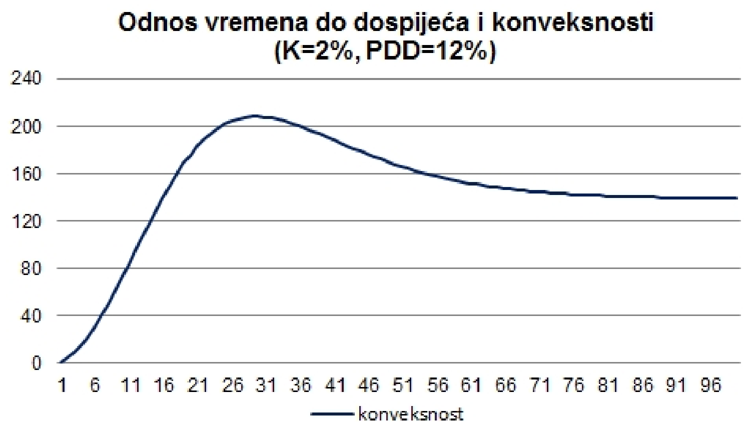
Kao i u slučaju izračuna modificirane duracije, odnos konveksnosti i vremene do dospijeća postaje malo kompleksniji kada se vrijeme do dospijeća značajno produžava. Po uzoru na primjer 5.3.3 u sljedećem primjeru prikazujemo promjenu konveksnosti za dugoročne obveznice.

Primjer 5.3.9 (**Odnos konveksnosti obveznice i vremena do dospijeća**). Da bismo lakše uspoređivali dobivene rezultate uzet ćemo, kao i u primjeru 5.3.3, obveznice s godišnjim kuponom od 5% te ćemo pretpostaviti da je prinos do dospijeća također 5% dok će nam glavnica obveznice biti jednaka 100. Odnos vremena do dospijeća i konveksnosti za takve obveznice dan je na sljedećem grafu.



Vidimo da se konveksnost povećava s vrmenom do dospijeća. Ipak, taj se odnos narušava, kao i u slučaju modificirane duracije, ukoliko se prinos do dospijeća i kupon obveznice značajno razlikuju. Da bismo to zorno prikazali uzmimo obveznice s godišnjim kuponom od 2% i pretpostavimo da je prinos do dospijeća jednak 12%. Tada će se konveksnost obveznica početi smanjivati s produžavanjem vremena do dospijeća. U osnovi je razlog vrlo sličan argumentaciji koju smo pružili (ili smo je barem dali naslutiti) u primjeru 5.3.3.

Na sljedećem grafu je prikazan odnos promjene konveksnosti s promjenom vremena do dospijeća za navedene obveznice, a vrijedi uočiti da je i ovaj puta ključno to što je prinos od dospijeća značajno veći od kupona obveznice pa je zbroj u formuli (5.13) dominiran zadnjim članom $n(n+1)Ga^{-n}$. U ekstremnom slučaju beskuponske obveznice iz formule (5.13) vidimo da, nakon kraćenja, ostaje samo član $n(n+1)$ pa se konveksnost u tom slučaju ponaša kao kvadratna funkcija.



Ovim ćemo primjerom završiti s proučavanjem odnosa konveksnosti obveznice i njenih kvantitativnih karakteristika, a nadamo se da je čitatelj kroz ova dva primjera stekao osnovni uvid u taj odnos.

5.4 Krivulje prinosa

Poglavlje 6

Vrednovanje dionica

Kao što smo vidjeli u drugom poglavlju dionice su relativno jednostavan financijski instrument, ali je analiza njihove vrijednosti vrlo složena. Očito je osnovna razlika u odnosu na obveznice ta što kod dionica nisu predvidivi budući novčani tokovi, odnosno novčani prihodi koje ostvaruju ulagači u dionice. Osnovni prihod koji ulagač u dionice može dobiti je dividenda koju isplaćuje pojedina dionica. Posredno se sličan utjecaj može postići i otkupom dionica od strane poduzeća čije su dionice, na primjer, uvrštene na neku burzu.
Sama analiza dionica se provodi na više načina ali je potrebno uočiti da analiza uključuje ne samo analizu financijskih izvještaja, već i strukturu dioničara, veličinu poduzeća, sektor u kojem posluje poduzeće, opće makroekonomkse uvjete, regulatorne uvjete u kojem posluje poduzeće i tako dalje. U ovom poglavlju ćemo nešto više reći o procjeni vrijednosti poduzeća financijskom analizom, odnosno analizom financijskih izvještaja. Osnovni financijski izvještaji koji su dostupni za poduzeća uvrštena na uređenim tržištima su Bilanca, Račun dobiti i gubitka, Izvještaj o novčanom toku i Izvještaj o promjenama kapitala. Veća poduzeća objavljuju i revidirane financijske izvještaje (potvrđene od strane revizorskih društava) koji su opsegom značajno veća od samih tabličnih prikaza osnovnih izvještaja. Takvi financijski izvještaji su vrijedni za analizu vrijednosti poduzeća jer sadrže mnoge dodatne informacije koje se ne mogu iščitati uvidom u brojeve navedene u osnovnim financijskim izvještajima.
Postoji više pristupa analizi vrijednosti poduzeća (valuaciji dionica) od kojih su najuobičajeniji relativno određivanje vrijednosti poduzeća (relativna valuacija) i određivanje vrijednosti poduzeća putem analize novčanih tokova (određivanje tzv. intrizične vrijednosti poduzeća). O oba pristupa ćemo nešto više reći u nastavku. Puno više o tim temama se može naći na www.damodaran.com.

6.1 Relativno određivanje vrijednosti dionica

Ideja relativnog određivanja vrijednosti dionica (nekog poduzeća) je u osnovi jednostavna: odaberimo dionice koje su slične dionici[1] za čije smo određivanje vrijednosti zainteresirani te onda korištenjem nekih zajedničkih "metrika" pokušamo odrediti kolika bi bi bila vrijenost dionice koju promatramo. Pod metrikama podrazumjevamo neke mjere koje su zajedničke i uobičajene nekom tipu dionica poput vrijednosti imovine, prihoda, dobiti, broja korisnika i tako dalje. Jasno je da je kod relativne valuacije dionica ključno za usporedbu odabrati dionice koje su vrlo slične jer tek tada ima smisla gledati neke standardizirane parametre za njihovu usporedbu. Relativna valuacija je posebno

[1] Očito se na takav način može određivati vrijednost i nekih drugih imovina, poput nekretnina, umjetnina, i sl.

atraktivna kada promatramo neke nelikvidne dionice ili dionice koje nisu praćene od velikog broja analitičara jer njome možemo relativno brzo steći uvid u potencijalnu vrijednost dionice koju promatramo (naravno, primjenjujući i odgovarajuće diskonte za npr. nelikvidnost[2]).
U praksi se relativna valuacija dionica obavlja usporedbom standardiziranih omjera prije spomenutih mjera u odnosu na pojedinačnu dionicu nekog poduzeća. Na taj način se dobivaju neki omjeri/multiplikatori koji su usporedivi za različite dionice (bez obzira na broj dionica i veličinu poduzeća). Bez ambicije da damo iole sveobuhvatniji pregled standardiziranih omjera koji se koriste kod analize dionica u nastavku dajemo nekoliko primjera takvih omjera.

Omjer cijene i knjigovodstvene vrijednosti (eng. Price/Book, oznaka P/B) Cijenu jedne dionice podijelimo s knjigovodstvenom vrijednošću poduzeća po jednoj dionici. Kao i kod većine ostalih omjera, to je isto kao da ukupnu tržišnu vrijednost dionice podijelimo s ukupnom knjigovodstvenom vrijednosšću poduzeća koje promatramo. Knjigovodstvena vrijednost poduzeća je bilančna stavka (kapital "u knjigama") koja se dobije tako da se od ukupne imovine oduzmu obaveze. Ukoliko je vrijednost imovine veća od obaveza, u osnovi je poduzeće koje promatramo insolventno (u (pred)stečajnoj je fazi). Osnova pretpostavka za korištenje ovog omjera je ispravan (tržišno opravdan) iznos svih obaveza i imovine. Današnji računovodstveni standardi sve više potiču/zahtjevaju poduzeća da što preciznije iskazuju vrijednost svojih obaveza, ali i imovine jer nije rijedak slučaj da je imovina u bilanci iskazana kao premala (neka produktivna imovina, poput hotela, može biti prikazana po manjim vrijednostima od tržišnih) ili prevelika (neki plasman banke može biti prikazana s većom vrijednosti od one koja će se na kraju naplatiti). Formalno gledajući, ukoliko je P/B manji od 1 to znači da možete kupiti dionice poduzeća po cijeni koja je manja od one prikazane u bilanci pa čak i od likvidacijske cijene. Kod poduzeća koji posluju u novim industrijama nije rijetkost ta je omjer P/B veći i od 4 ili 5 jer je imovina tih poduzeća nerijetko nematerijalna (i takva se prikazuje u bilanci, ali je lako moguće da je podcijenjena ili podložna prebrzim promjenama u okruženju poslovanja poduzeća da bi se ispravno procijenila).

Omjer cijene i neto dobiti (eng. Price/Earnings, oznaka P/E) Cijenu dionice podijelimo s neto dobiti po dionici (stavka u Računu dobiti i gubitka). Ovo je jedan od najpopularnijih financijskih omjera koji nam govori koliko godina će trebati poduzeću čije dionice promatramo da s postojećom razinom profitabilnosti (uočimo, ne dividende) kumulativno dostigne postojeću cijenu. Velik broj ljudi izvan financija se iznenadi kada shvati da se P/E dionica na burzama uglavnom kreću iznad vrijednosti od 10 godina, a nerijetko prelaze i 20 godina. Vrlo je instruktivno pogledati graf koji prikazuje Shiller PE Ratio - kretanje vrijednosti P/E za dionice iz američkog indeksa S&P 500. Na njemu se zorno može vidjeti kako se prosječni P/E za dionice značajno mijenja kroz vrijeme. Mogli bi reći da je to čak i najveća mana ovog indikatora, dok mu je velika prednost intuitivnost interpretacije. Rangirajući dionice prema ovom indikatoru često će se naći dosta dionica koje imaju mali P/E (pa bi bile podcijenjene) ili velik (pa bi bile precijenjene). No, treba biti izrazito oprezan s izvođenjem takvih zaključaka jer mogu postojati neki značajni razlozi zbog kojih se neka dionica trguje po manjem P/E od, njoj usporedive, druge dionice s većim P/E. Dodatno, ukoliko se nalazimo u razdoblju u kojem je prosječni P/E velik, malu će nam "utjehu" pružiti činjenica da neka promatrana dionica ima manji P/E od neke druge dionice jer obje mogu biti jednostavno precijenjene. Napokon, kod dionica koje posluju u cikličkim industrijama (brodarstvo, trajna dobra, rudarske dionice,...) P/E će se značajno mijenjati tokom njihovog poslovnog ciklusa pa nije jasno da je njegovo korištenje opravdano bez korištenja nekih

[2]Ovo je lakše reći nego dosljedno sprovesti u praksi.

drugih omjera ili barem normalizacije P/E za fazu ciklusa u kojem se nalazi poduzeće čije dionice promatramo.

Dobit prije oporezivanja, kamata i amortizacije (eng. Earnings before Interest, Taxes, Depreciation, and Amortization, oznaka EBITDA) Iako je neto dobit možda i najvažniji pojedinačni podatak koji na brzinu možemo izdvojiti kod poslovanja nekoga poduzeća, treba biti svjestan da on može "sakriti" puno drugih informacija. Na primjer, poduzeće može obračunavati velike iznose amortizacije (poput naših turističkih poduzeća) i u osnovi generirati veliki novčani tok koji se u neto dobiti ne mora vidjeti. Stoga se često pokušava vidjeti koliku "dobit" generira neko poduzećeće prije nego što je platilo poreze i kamate (EBIT), odnosno amortizaciju[3] (EBITDA). EBITDA se, dakle, izračunava tako da se neto dobiti pribroji trošak poreza na dobit, trošak kamata i godišnja amortizacija (sve stavke iz Računa dobiti i gubitka). Nakon toga se može promatrati P/EBIT ili P/EBITDA i opet se takvi omjeri mogu usporediti s ommjerima nekih drugih, usporedivih, dionica.

Omjer cijene i prodaje (eng. Price/Sales, oznaka P/S) Cijenu dionice podijelimo s prihodom koji ostvaruje poduzeće po dionici. U osnovi bi trebalo izdvojiti izvanredne prihode iz prihoda poduzeća da bi dobili usporedive podatke za različite dionice i u različitim vremenskim razdobljima. Ovaj indikator može biti stabilniji od P/E, pogotovo za poduzeća u cikličkim industrijama. Tako, na primjer, poduzeće može iskazati godišnju dobit, ali mu se P/S može samo malo povećati što nam može pomoći u sagledavanju dugoročnije pozicije poduzeća. Naravno, treba se uvjeriti da su mogući problemi s profitabilnosšću poduzeća čije dionice promatramo zaista privremenog karaktera.

Osim navedenih pokazatelja mogu se promatrati i mnogi drugi poput: cijena/prihod po zaposleniku, cijena/prihod po korisniku, cijena/proizvodnja u tonama i tako dalje. Kod nekih novijih industrija nerijetko se gleda i cijena/broj korisnika s idejom da će se u budućnosti od velikog broja korisnika moći i uprihoditi neki prihod[4] iako to trenutno nije situacija.
Zaključujemo ovo potpoglavlje s jednom načelnom napomenom. U osnovi je uvjerenje koje se krije iza korištenja navedenih omjera to da su financijska tržišta dovoljno efikasna i da ona u osnovi najbolje određuju cijene financiskih instrumenata, pa tako i dionica. Stoga se identifikacijom "jeftinih" i "skupih" dionica prema takvim omjerima zapravo stavljamo u poziciju da smatramo da će se uskoro (da li nekom objavom rezultata ili prepoznavanjem uočene nepravilnosti kod neke dionice od strane drugih tržišnih sudionika) neka uočena nepravilnost ispraviti. Jasno, mogu postojati neki drugi razlozi (npr. zastarjelost tehnologije ili proizvoda nekog poduzeća) zbog kojih promatrano poduzeće ima niže omjere od usporedivih i treba uložiti dosta napora da se investitor uvjeri da to nije istina.

6.2 Analiza dionica diskontiranjem novčanih tokova

Ovakva vrsta analize je zasnovana na procjeni budućih novčanih tokova od dionice (ili poduzeća, kao što ćemo vidjeti u nastavku) te njihovom diskontiranju na sadašnju vrijednost kako bi se procjenila vrijednost dionice. Na taj način primjenjujemo opće financijske principe procjene na dionice. Problem s ovom analizom je nesigurnost u procjeni budućih novčanih tokova, ali i određivanje primjerene diskontne stope. Načelni cilj

[3]Ideja je da su i porezi i kamate posljedica trenutne pozicije poduzeća, ali da se promjenom nekih odnosa, na primjer preuzimanjem, ta pozicija može promijeniti pa se želi vidjeti mogućnost generiranja novčanog toka nekog poduzeća.

[4]Kao što su to napravili Google ili Facebook

analize dionica diskontiranjem budućih novčanih tokova je određivanje "stvarne" (intrizične) vrijednosti dionice. Naravno, mogli bi reći da je to samo teorijski koncept, ali provođenje analize dionica se u osnovi naslanja na pretpostavku o postojanju neke prave vrijednosti dionica koju treba formirati na osnovi analize (budućeg) poslovanja. Dodatno, takva analiza ima smisla ukoliko se pretpostavi da tržišta dionica nisu potpuno efikasna. S druge strane, provođenje analize pojedine dionice od strane više tržišnih sudionika svakako čini tržišta efikasnijima.

Najjednostavnij model za procjenu vrijednosti dionica zasnovan je na diskontiranju budućih prihoda koje će ulagači primiti ulažući u neku dionicu, a to su prihodi od dividendi. Dakle, ako sa D_i, $i = 1, 2, \ldots$, označimo dividendu koju isplaćuje (jedna) dionica u godini i od danas, onda je jasno da je vrijednost P (jedne) dionice u ovom slučaju dana formulom

$$P = \frac{D_1}{(1+k)^1} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \cdots ,$$

gdje je k zahtjevana stopa povrata na dionicu ili trošak kapitala (za dionicu/poduzeće koju promatramo). Jasno je da je vrlo teško procijeniti dividende u budućnosti, a ostaje i pitanje određivanja zahtjevane stope povrata k. Možemo si malo pomoći ukoliko se sjetimo da je prosječna premija na rizik ulaganja u dionice (razlika u povratima na dionice i na kratkoročne državne obveznice) oko $5 - 6\%$.[5] Ta stopa, uvećana za neku bezrizičnu stopu, nam označava donji rub procjene zahtjevane stope povrata. Često se prosječnoj premiji na rizik ulaganja u dionice pridodaje i prinos na dugoročne obveznice poduzeća koje promatramo.[6] Drugi je način da se izračuna ili procjeni tržišna beta dionice koju promatramo[7] i onda pomnožiti zahtjevanu stopu povrata s tom betom. U svakom slučaju, zahtjevana stopa povrata na dionice nije mala, a svakako raste s rizičnošću financijske pozicije ili poslovnog modela poduzeća koje promatramo, ali i države iz koje dolazi poduzeće. Mala napomena: jasno je kako bi se modificirala gore navedena formula ukoliko se prva dividenda ne isplaćuje točno za godinu dana, druga za dvije i tako dalje - na isti način na koji smo modificirali formule za izračun cijene obveznica u istoj takvoj situaciji.

Često se gleda pojednostavljeni model diskontiranja dividendi, tzv. Gordonov model rasta. U okviru tog modela se pretpostavi da je poznata dividenda u sadašnjosti, oznaka D_0, te da će ona rasti u budućnosti po stopi rasta g, pri čemu je uobičajeno pretpostaviti da je $g < k$. Dakle, u okviru tog modela je dividenda D_1 koja će se isplatiti za godinu dana jednaka

$$D_1 = D_0(1+g),$$

a na isti način (rekurzivno) se izračunaju dividende i za ostale godine. Vrlo jednostavnim računom se iz prije navedene formule za određivanje vrijednosti dionica diskontiranjem dividendi vidi da se u ovom slučaju vrijednost dionice računa kao

$$P = \frac{D_1}{k-g}.$$

Postoje i neke druge verzije modela diskontiranja dividendi. Na primjer, poduzeća koja su u rastućoj fazi često ne isplaćuju dividendu ili isplaćuju vrlo malu dividendu.

[5] Do rizika na ulaganje u dionice u pojedidnim zemljama može se doći i na druge načine, na primjer korištenjem CDS-a pojedine države. Damodaran objavljuje tablicu u kojoj daje osvježene procjene risk premije za velik broj zemalja među kojima je i Hrvatska.

[6] Ako poduzeće ima izdane obveznice. Alternativno se mogu uzeti obveznice nekog usporedivog poduzeća.

[7] To je ona beta iz CAPM-a.

Stoga nije primjereno koristiti gore opisani model već se buduće (procijenjene) dividende opisuju s dvije stope rasta (s očitom namjerom da se u budućnosti modeliraju veće dividende). Na taj način se dobije dvokoračni (ili trokoračni) model diskontiranja dividendi.

Iako model diskontiranja dividendi može izgledati vrlo prirodan (dividende su ono što investitor dobiva od novčanih tokova prilikom ulaganja u dionice), on ima veliku manu. Naime, gotovo u pravilu poduzeća isplaćuju manje dividende od onih koje bi mogle kada se uzme u obzir novčani tok koji je dostupan za isplatu dividende. Stoga se prilikom analize vrijednosti dionica teži tome da se što bolje procjeni slobodni novčani tok koje poduzeće može isplatiti dioničarima u obliku dividende. U tom kontekstu se često gleda tako zvani slobodni novčani tok dioničarima (Free Cash Flow to Equity, skraćeno: FCFE). On se izračunava na sljedeći način:

$$\begin{aligned} \text{FCFE} = \ & \text{Neto dobit} \\ & \text{-(Kapitalni troškovi - Amortizacija)} \\ & \text{- Promjene u negotovinskom obrtnom kapitalu} \\ & \text{-(Otplate glavnice duga - novo zaduženje).} \end{aligned}$$

Promjene u negotovinskom obrtnom kapitalu se računaju tako da se zbroje potraživanja (tipično od kupaca) i zalihe te se od njih oduzmu obveze (tipično prema dobavljačima). U osnovi je to isto kao da se od kratkoročne imovine oduzmu kratkoročne obveze, ali i gotovina (cash na računu). Uočimo, ako poduzeće nema izraženih kapitalnih troškova, niti velikih zaduženja ili povrata dugova u osnovi je FCFE jednak neto dobiti uvećanoj za amortizaciju (ukoliko zanemarimo potrebe za obrtnim kapitalom, što u realnoj analizi ne možemo napraviti, ali je moguće da je poduzeće koje promatramo u stabilnoj poslovnoj situaciji pa same promjene u negotovinskom obrtnom kapitalu nisu velike).[8]

Imajući na umu FCFE bi metodologija za izračun vrijednosti poduzeća bila sljedeća: procijenimo slobodni novčani tok dioničarima u sljedećih 5 godina.[9] Tako dobijemo procijenjene novčane tokove $FCF_1, \dots FCF_5$. Zatim izračunamo terminalnu vrijednost TV poduzeća na kraju razdoblja procjene. Dosta je načina na koji to možemo napraviti, ali je jedan relativno jednostavan da koristimo neki od standardiziranih omjera o kojima smo govorili u prošlom potpoglavlju. Zatim odredimo diskontnu stopu k pa zaključimo da je vrijednost poduzeća dana formulom

$$P = \frac{FCF_1}{(1+k)} + \cdots + \frac{FCF_5}{(1+k)^5} + \frac{TV}{(1+k)^5}.$$

Primjer 6.2.1. Pogledajmo na jednom jednostavnom primjeru kako bi se izračunala zahtjevana stopa povrata na kapital pri čemu ćemo upotrijebiti WACC (eng. Weighted Average Cost of Capital). Često se tako izračunata kamatna stopa koristi za diskontiranje novčanih tokova koje dobivamo procjenom slobodnog toka novca.[10]. Pretpostavimo da gledamo poduzeće ABC čije su dionice izlistane na burzi i ima jednu petogodišnju obveznicu čiji je prinos do dospijeća 4%. Neka je tržišna vrijednost te obveznice milijarda eura, dok je tržišna kapitalizacija poduzeća ABC 2 milijarde eura (dakle, broj dionica puta cijena jedne dionice je 2 milijarde eura). Načelno se WACC računa kao

$$WACC = w_D k_D + w_K k_K,$$

[8]Potrebe za obrtnim kapitalom mogu biti vrlo velike. Tipično su one izražene kod trgovaca, ali i drugih poduzeća koje imaju značajne kupnje, na primjer sirovina, koje zatim prerađene moraju prodati svojim kupcima. To je posebno izraženo u fazi rasta poduzeća.

[9]Načelno u sljedećih 4 - 6 godina; u osnovi je razdoblje koje gledamo jednako procijenjenoj duljini trajanja jednog ekonomskog ciklusa rasta i pada.

[10]Doduše, u pravilu se WACC koristi za diskontiranje slobodnog toka novca poduzeću, ne dioničarima; ne engleskom Free Cash Flow to Firm (FCFF). Na ovom mjestu nećemo ulaziti u definiciju.

gdje je w_D udio tržišne vrijednosti duga, a w_K udio tržišne vrijednosti kapitala. U navedenom primjeru je $w_D = 1/3$, $w_K = 2/3$ te $k_D = 4\%$. Stopa k_K se ponekad računa tako da se premija na ulaganje u dionice (recimo da je to 6%) pomnoži s tržišnom betom dionice koju promatramo. Neka je tržišna beta za dionicu ABC jednaka 1.2, a bezrizična kamatna stopa na tržištu na kojem se trguje dionicom ABC neka je jednaka 1%. Tada je

$$k_K = 1\% + 1.2 \cdot 6\% = 8.2\%.$$

Zaključno, ispada da je

$$WACC = 1/3 \cdot 4\% + 2/3 \cdot 8.2 = 6.8\%.$$

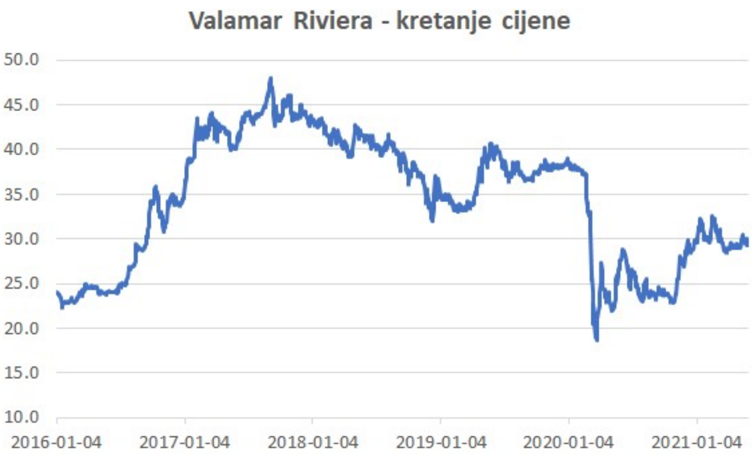
Uočimo da se umjesto jedne bete iz CAPM-a može koristiti više beta iz APT-a ili nekog drugog višefaktorskog modela. Naravno, to izračun čini složenijim, a iako su diskontni faktori važni u valuaciji, ipak nije jasno da neka veća preciznost u izračunu beta može procjenu učiniti značajno boljom. □

Zanimljivo je promotriti situaciju s procjenom novčanih tokova i odabirom diskontne stope iz jednog drugog kuta. Recimo da gledamo neku dionicu (ili dionički indeks) te da smo dosta sigurni u procjenu budućih novčanih tokova.[11] Ukoliko smatramo da tržište ispravno vrednuje dionice poduzeća (sastavnica indeksa) onda zapravo možemo iz formule za određivanje vrijednosti poduzeća izračunati diskontnu stopu kojom treba diskontirati buduće novčane tokove da bi se dobila današnja cijena. Kada oduzmemo bezrizičnu kamatnu stopu dolazimo do premije rizičnosti. Takva premija rizičnosti se naziva implicitna premija rizičnosti (izračunata iz cijena na tržištu). Zanimljivo je da neki izračuni (opet pogledajte na Damodaranovoj stranici) ukazuju na to da je ta implicitna premija rizičnosti u SAD-u oko 4.5%.
U nastavku dajemo jedan jednostavan primjer valuacije dionice.

Primjer 6.2.2. Pogledajmo na jednom jednostavnom primjeru kako bi računali neke od pokazatelja koje smo naveli ranije u tekstu. Uzet ćemo za primjer dionicu Valamar Riviere. Riječ je o najvećoj hrvatskoj turističkoj dionici (dakle, poduzeću čije su dionice uvrštene na Zagrebačkoj burzi). Kratko bi u brojevima opisali Valamar Rivieru, kako i sami navode u godišnjem izvještaju, kao turističko poduzeće koje u vlasništvu ima 36 hotela i 15 kampova s potencijalnim kapacitetom od 58.000 gostiju na dan. Većina kapaciteta Valamara se nalazi u Istri, ali nezanemarive kapacitete imaju i na Krku, Rabu te u Dubrovniku.
Na Zagrebačkoj burzi je uvršteno $126,027,542$ dionica Valamara te je tržišna kapitalizacija krajem svibnja 2021. iznosila oko 3.7 milijardi kuna (broj dionica pomnožen s cijenom dionice). Na Slici 6.1 je prikazano kretanje cijene dionice Valamara u zadnjih pet godina.
S obzirom da je Valamar dobar reprezentant trendova u hrvatskom turizmu, k tome i uspješan, vidimo da se cijena dionice kretala uglavnom u skladu s kretanjima u hrvatskom turizmu: rast do 2018. i 2019. godine te oštar pad u 2020. godini. Naravno, taj pad je uzrokovan značajnim smanjenjem turističkog prometa uslijed ograničenih mogućnosti kretanja nakon globalnog širenja SARS-CoV-2 virusa. Na slikama 6.2 i 6.3 su prikazani Bilanca i Račun dobiti i gubitka za Valamar Rivieru u godinama 2018., 2019. i 2020.

Iz oba izvještaja su izostavljene pojedine stavke radi preglednosti. Za početak uočimo da je knjigovodstvena vrijednost Valamara na kraju 2020. godine iznosila $2,863,857,326$ pa je knjigovodstvena vrijednost po dionici iznosila 22.72 kune. Ako uzmemo cijenu dionice od 28.3 od 28. svibnja ispada da je P/B Valamara oko 1.25 (podijelimo cijenu dionice

[11] To je čak moguće s većom sigurnošću napraviti na razini nekog indeksa, odnosno agregatne ekonomije.



Slika 6.1: Kretanje cijene dionice Valamar Riviere u zadnjih 5 godina.

s knjigovodstvenom vrijednosti po dionici; naravno, isti broj dobijemo kada podijelimo tržišnu kapitalizaciju dionice s knjigovodstvenom vrijednosti). Možemo uočiti da je knjgovodstvena vrijednost relativno stabilna kroz vrijeme. U osnovi se smanjuje kada poduzeće ostvari gubitak.

Pogledajmo situaciju s prihodima (u Računu dobiti i gubitka). Vidimo da su prihodi u 2020. značajno pali u odnosu na prihode iz rekordne 2019. godine (smanjenje od 69%). Ukoliko podijelimo prihode s brojem dionica dobivamo prihode po dionici od 5.1 kuna po dionici u 2020., odnosno od 17 kuna po dionici u 2019. (gledamo ukupne prihode; ponekada je razumno gledati samo prihode od osnovne djelatnosti te isključiti izvanredne prihode).Stoga dobivamo P/S za 2020. od 5.55 (u odnosu na prihode iz 2019. bi P/S bio 1.67). Viidmo da je u 2020. P/S značajno porastao i nije jasno da li možemo išta zaključiti iz tog indikatora. Slično, nema niti smisla računati P/E jer je dobit u 2020. negativna. Stoga se može zaključiti da bi analiza usporedbom standardiziranih omjera bila neprikladna u ovoj situaciji, pogotovo prema nekim dugoročnim omjerima za samu dionicu Valamara. Načelno bi mogli pokušati odrediti vrijednost dionice Valamara relativno u odnosu na neku drugu dionicu, ali je problem što je ona najlikvidnija domaća dionica u turizmu, a na međunarodnim tržištima ima vrlo mali broj usporedivih dionica (često se poduzeća iz turističke branše bave samo upravljanjem bez značajne vlastite turističke imovine).

Uzevši u obzir navedeno primjerenije je probati odrediti valuaciju dionice Valamara diskontiranjem budućih (procijenjenih) novčanih tokova. U tu svrhu pogledajmo najprije EBITDA-u Valamara za 2019. i 2020. godinu. Neto dobiti u te dvije godine (Earnings) su bile HRK $305,851,680$ i HRK $-358,805,791$. Uobičajeno bi na te iznose dodali iznos plaćenog poreza, ali ćemo ga ovdje trebati oduzeti. Naime, vidi se da je u obje godine iskazan negativan iznos poreza na dobit i to stoga što je Valamar koristio državne poticaje za ulaganje, a u naravi porezne olakšice koje je iskoristio da bi si smanjio poreznu osnovicu. Stoga dobivamo da su iznosi neto dobiti i plaćenih poreza u te dvije godine iznosili HRK $232,471,771$ i HRK $-501,048,580$. Kada na te iznose dodamo rashode po osnovi kamata te amortizaciju dobivamo EBITDA-e za 2020. u iznosu od HRK $58,458,072$ te za 2019. HRK $642,478,457$. Po dionici su, dakle, ostvarene EBITDA-e iznosile 0.46 u 2019. i 6.05 u 2020. Ispalo bi da je P/EBITDA krajem svibnja 2021. iznosila 61.01. Ukoliko bismo gledali P/EBITDA s podacima za 2019. (to nema smisla, osim za usporedbu) dobili bismo omjer 4.68, što nije prezahtjevno. Iako je jako teško dati opći recept procjene očekivane P/EBITDA-e mogli bismo taj omjer smjestiti u in-

AKTIVA		2018	2019	2020
A) POTRAŽIVANJA ZA UPISANI A NEUPLAĆENI KAPITAL	001	0	0	0
B) DUGOTRAJNA IMOVINA (AOP 003+010+020+031+036)	002	5,310,859,197	5,856,396,314	6,087,157,859
I. NEMATERIJALNA IMOVINA (AOP 004 do 009)	003	53,726,810	56,189,081	46,400,186
II. MATERIJALNA IMOVINA (AOP 011 do 019)	010	5,111,237,027	5,558,203,413	5,662,917,241
1. Zemljište	011	973,018,037	977,452,631	976,429,207
2. Građevinski objekti	012	3,331,975,756	3,587,267,668	3,560,463,801
3. Postrojenja i oprema	013	443,971,567	516,603,969	488,743,200
4. Alati, pogonski inventar i transportna imovina	014	132,923,120	145,663,553	116,542,756
5. Biološka imovina	015	0	0	0
6. Predujmovi za materijalnu imovinu	016	12,350,960	2,947,521	988,061
7. Materijalna imovina u pripremi	017	160,356,644	247,269,828	443,016,063
8. Ostala materijalna imovina	018	47,000,469	74,548,777	72,791,725
9. Ulaganje u nekretnine	019	9,640,474	6,449,466	3,942,428
III. DUGOTRAJNA FINANCIJSKA IMOVINA (AOP 021 do 030)	020	20,189,324	48,171,781	46,430,294
IV. POTRAŽIVANJA (AOP 032 do 035)	031	0	0	0
V. ODGOĐENA POREZNA IMOVINA	036	125,706,036	193,832,039	331,410,138
C) KRATKOTRAJNA IMOVINA (AOP 038+046+053+063)	037	332,777,170	618,567,076	737,066,269
I. ZALIHE (AOP 039 do 045)	038	25,447,350	25,825,011	30,335,208
II. POTRAŽIVANJA (AOP 047 do 052)	046	45,046,838	41,771,516	40,184,920
1. Potraživanja od poduzetnika unutar grupe	047	0	383	0
2. Potraživanja od društava povezanih sudjelujućim interesom	048	1,380,025	2,382,857	1,598,603
3. Potraživanja od kupaca	049	33,928,832	18,474,596	23,776,150
4. Potraživanja od zaposlenika i članova poduzetnika	050	1,428,327	936,299	297,549
5. Potraživanja od države i drugih institucija	051	7,223,405	18,377,083	10,162,443
6. Ostala potraživanja	052	1,086,249	1,600,298	4,350,175
III. KRATKOTRAJNA FINANCIJSKA IMOVINA (AOP 054 do 062)	053	440,629	827,911	613,241
IV. NOVAC U BANCI I BLAGAJNI	063	261,842,353	550,142,638	665,932,900
D) PLACENI TROSKOVI BUDUCEG RAZDOBLJA I OBRACUNATI PRIHODI	064	25,309,119	20,339,193	55,358,952
E) UKUPNO AKTIVA (AOP 001+002+037+064)	065	5,668,945,486	6,495,302,583	6,879,583,080
F) IZVANBILANČNI ZAPISI	066	58,014,172	54,355,927	54,261,380
PASIVA				
A) KAPITAL I REZERVE (AOP 068 do 070+076+077+081+084+087)	067	2,758,532,748	3,219,069,759	2,863,857,326
I. TEMELJNI (UPISANI) KAPITAL	068	1,672,021,210	1,672,021,210	1,672,021,210
II. KAPITALNE REZERVE	069	5,304,283	5,223,432	5,223,432
III. REZERVE IZ DOBITI (AOP 071+072-073+074+075)	070	94,297,196	95,998,078	98,511,512
1. Zakonske rezerve	071	83,601,061	83,601,061	83,601,061
2. Rezerve za vlastite dionice	072	96,815,284	136,815,284	136,815,284
3. Vlastite dionice i udjeli (odbitna stavka)	073	-86,119,149	-124,418,267	-124,418,267
4. Statutarne rezerve	074	0	0	0
5. Ostale rezerve	075	0	0	2,513,434
IV. REVALORIZACIJSKE REZERVE	076	0	0	0
V. REZERVE FER VRIJEDNOSTI (AOP 078 do 080)	077	905,282	61,474	872
VI. ZADRŽANA DOBIT ILI PRENESENI GUBITAK (AOP 082-083)	081	348,674,430	430,206,412	715,882,878
1. Zadržana dobit	082	348,674,430	430,206,412	715,882,878
2. Preneseni gubitak	083	0	0	0
VII. DOBIT ILI GUBITAK POSLOVNE GODINE (AOP 085-086)	084	235,337,282	284,535,940	-329,593,506
1. Dobit poslovne godine	085	235,337,282	284,535,940	0
2. Gubitak poslovne godine	086	0	0	329,593,506
VIII. MANJINSKI (NEKONTROLIRAJUĆI) INTERES	087	401,993,065	731,023,213	701,810,928
B) REZERVIRANJA (AOP 089 do 094)	088	127,787,632	125,529,523	141,118,430
1. Rezerviranja za mirovine, otpremnine i slične obveze	089	10,114,484	13,875,517	26,089,854
3. Rezerviranja za započete sudske sporove	091	67,197,172	51,607,209	57,420,166
6. Druga rezerviranja	094	50,475,976	60,046,797	57,608,410
C) DUGOROČNE OBVEZE (AOP 096 do 106)	095	2,281,608,369	2,546,866,358	2,867,349,347
5. Obveze za zajmove, depozite i slično	100	8,943,000	2,652,000	0
6. Obveze prema bankama i drugim financijskim institucijama	101	2,198,942,318	2,443,662,677	2,770,275,555
10. Ostale dugoročne obveze	105	5,161,574	37,505,640	38,781,433
11. Odgođena porezna obveza	106	68,561,477	63,046,041	58,292,359
D) KRATKOROČNE OBVEZE (AOP 108 do 121)	107	424,603,584	526,341,998	934,437,190
5. Obveze za zajmove, depozite i slično	112	103,000	2,755,000	5,304,000
6. Obveze prema bankama i drugim financijskim institucijama	113	227,143,740	285,262,246	733,061,607
7. Obveze za predujmove	114	38,933,044	38,363,694	69,608,737
8. Obveze prema dobavljačima	115	112,880,125	145,722,270	61,808,783
9. Obveze po vrijednosnim papirima	116	0	0	6,625,196
10. Obveze prema zaposlenicima	117	28,375,076	29,133,042	19,186,775
11. Obveze za poreze, doprinose i sličana davanja	118	11,768,990	12,309,349	6,130,006
12. Obveze s osnove udjela u rezultatu	119	250,516	389,276	389,276
14. Ostale kratkoročne obveze	121	5,138,816	12,383,396	32,322,810
E) ODGOĐENO PLACANJE TROSKOVA I PRIHOD BUDUCEGA RAZDOBLJA	122	76,413,153	77,494,945	72,820,787
F) UKUPNO – PASIVA (AOP 067+088+095+107+122)	123	5,668,945,486	6,495,302,583	6,879,583,080
G) IZVANBILANČNI ZAPISI	124	58,014,172	54,355,927	54,261,380

Slika 6.2: Valamar Riviera - Bilanca 2018., 2019., 2020.

RAČUN DOBITI I GUBITKA		2018	2019	2020
I. POSLOVNI PRIHODI (AOP 126 do 130)	125	1,982,740,515	2,207,678,790	675,610,635
2. Prihodi od prodaje (izvan grupe)	127	1,961,413,631	2,139,319,744	642,478,457
3. Prihodi na temelju upotrebe vlastitih proizvoda, robe i usluga	128	361,270	510,082	460,699
5. Ostali poslovni prihodi (izvan grupe)	130	20,965,614	67,848,964	32,671,479
II. POSLOVNI RASHODI (AOP 132+133+137+141+142+143+146+153)	131	1,700,488,117	1,913,825,576	1,070,375,000
2. Materijalni troškovi (AOP 134 do 136)	133	551,752,686	609,249,061	254,642,998
a) Troškovi sirovina i materijala	134	328,353,776	364,623,025	136,855,464
b) Troškovi prodane robe	135	3,380,801	4,812,122	4,306,456
c) Ostali vanjski troškovi	136	220,018,109	239,813,914	113,481,078
3. Troškovi osoblja (AOP 138 do 140)	137	541,614,164	583,409,043	189,951,093
a) Neto plaće i nadnice	138	331,594,306	363,407,404	122,043,480
b) Troškovi poreza i doprinosa iz plaća	139	135,326,315	144,444,646	46,270,696
c) Doprinosi na plaće	140	74,693,543	75,556,993	21,636,917
4. Amortizacija	141	410,521,539	474,514,405	496,444,044
5. Ostali troškovi	142	174,094,246	197,392,249	89,097,655
6. Vrijednosna usklađenja (AOP 144+145)	143	385,273	587,773	1,509,899
7. Rezerviranja (AOP 147 do 152)	146	7,126,272	8,827,807	28,714,012
a) Rezerviranja za mirovine, otpremnine i slične obveze	147	4,409,973	4,890,058	19,091,188
c) Rezerviranja za započete sudske sporove	149	2,688,556	3,937,749	9,622,824
8. Ostali poslovni rashodi	153	14,993,937	39,845,238	10,015,299
III. FINANCIJSKI PRIHODI (AOP 155 do 164)	154	33,377,026	10,673,119	21,291,138
7. Ostali prihodi s osnove kamata	161	528,885	654,052	674,539
8. Tečajne razlike i ostali financijski prihodi	162	28,871,782	4,215,065	889,846
10. Ostali financijski prihodi	164	3,976,359	5,804,002	19,726,753
IV. FINANCIJSKI RASHODI (AOP 166 do 172)	165	57,419,749	72,530,819	125,931,773
3. Rashodi s osnove kamata i slični rashodi	168	48,461,612	55,020,340	63,062,608
4. Tečajne razlike i drugi rashodi	169	168,459	4,868,851	41,917,880
5. Nerealizirani gubici (rashodi) od financijske imovine	170	3,686,904	10,651,214	17,843,787
7. Ostali financijski rashodi	172	5,102,774	1,988,724	3,107,498
V. UDIO U DOBITI OD DRUŠTAVA POVEZANIH SUDJELUJUĆIM INTERESOM	173	0	476,257	0
VI. UDIO U DOBITI OD ZAJEDNIČKIH POTHVATA	174	0	0	0
VII. UDIO U GUBITKU OD DRUŠTAVA POVEZANIH SUDJELUJUĆIM INTERESOM	175	0	0	1,643,580
VIII. UDIO U GUBITKU OD ZAJEDNIČKIH POTHVATA	176	128,172	0	0
IX. UKUPNI PRIHODI (AOP 125+154+173 + 174)	177	2,016,117,541	2,218,828,166	696,901,773
X. UKUPNI RASHODI (AOP 131+165+175 + 176)	178	1,758,036,038	1,986,356,395	1,197,950,353
XI. DOBIT ILI GUBITAK PRIJE OPOREZIVANJA (AOP 177-178)	179	258,081,503	232,471,771	-501,048,580
1. Dobit prije oporezivanja (AOP 177-178)	180	258,081,503	232,471,771	0
2. Gubitak prije oporezivanja (AOP 178-177)	181	0	0	-501,048,580
XII. POREZ NA DOBIT	182	18,893,996	-73,379,909	-142,242,789
XIII. DOBIT ILI GUBITAK RAZDOBLJA (AOP 179-182)	183	239,187,507	305,851,680	-358,805,791
1. Dobit razdoblja (AOP 179-182)	184	239,187,507	305,851,680	0
2. Gubitak razdoblja (AOP 182-179)	185	0	0	-358,805,791

Slika 6.3: Valamar Riviera - Račun dobiti i gubitka 2018., 2019., 2020.

terval između 6 i 8 (vrlo gruba procjena bez uzimanja u obzir industrije u kojoj posluje poduzeće čije dionice promatramo, kao i faze razvoja u kojoj se nalazi poduzeće).

Gore navedeni izračuni EBITDA-e su nam orjentir za procjenu budućih EBITDA vrijednosti, odnosno procjene novčanih tokova. Ideja korištenja EBITDA-e za aproksimaciju novčanih tokova zasniva se na tome da se kroz neto dobit i amortizaciju dobije procjena osnovnog novčanog toka koje stvara poduzeće, a odbijanjem plaćenih poreza i kamata se apstrahira porezna i financijska pozicija u kojoj se nalazi poduzeće koje promatramo. Kod poduzeća s velikim dugom, što Valamar vremenom postaje, imalo bi smisla ne raditi apstrahizaciju financijske pozicije poduzeća jer veliki dug u konačnici može odvesti poduzeća u stečaj ili likvidaciju. Ipak, u nastavku primjera ćemo zasnovati našu analizu dionice Valamara na procjeni budućih novčanih tokova EBITDA-om. Djelomično opravdanje za to se može naći i u pretpostavci da će se u sljedećim godinama prihodi i profitabilnost Valamara značajno oporaviti pa će se poduzeće vratiti u situaciju generiranja značajno pozitivnog novčanog toka. Uočimo, u 2019. je EBITDA iznosila oko 762 miliona kuna (novčani tok od poslovnih aktivnosti je u istoj godini iznosio 785 miliona kuna, prema Izvještaju o novčanom tijeku).

Prije nego što napravimo projekcije poslovanja Valamara u sljedećih 5 godina pogledajmo kratko neke indikatore zaduženosti. Kako bi se procjenila kratkoročna likvidonosna pozicija nekog poduzeća često se gleda odnos kratkotrajne imovine i kartkoročnih obaveza. Tej se omjer smanjio s 1.18 na 0.79 iz 2019. u 2020. Omjer manji od 1 indicira potrebu za dodatnim zaduživanjem (ili se očekuje značajan pozitivan novčani tok u sljedećoj godini). Nadalje, uočimo da su ukupne dugoročne i kratokoročne obaveze porasle s oko 2.7 milijardi kuna u 2018. na oko 3.8 milijardi kuna na kraju 2020. godine. što je značajan porast. Omjer duga i kapitala je porastao s 0.98 u 2018. godini na 1.33 u 2020. godini. Dodatno, omjer neto duga i EBITDA-e se povećao (prema financijskom izvještaju samog poduzeća) s 2.9 u 2019. (podnošljivo) na 22.5 u 2020. (neodrživo). Svi nam ovi indikatori govore da se financijska i likvidonosna pozicija Valamara značajno pogoršala u 2020. godini. U tom svijetlu je ključno procijeniti što će se događati s poslovanjem poduzeća u sljedećim godinama i to sa stajališta dioničara, ali i kreditora Valamara.

U tablici 6.4 dajemo pregled projekcija poslovanja za Valamar u sljedećih 5 godina. Pretpostavljen je značajan porast prihoda Valamara, u skladu s očekivanjem oporavka turističke djelatnosti u sljedećim godinama (pretpostavljene stope rasta su 50% u 2021., 70% u 2022. i 20% u 2023., a nakon toga po 8%). Rashodi uglavnom rastu u skladu s prihodima s time da je pretpostavljeno povećanje troška kamata u sljedećim godinama, kao i stagnacija ulaganja, a time i amortizacije. Pretpostavjeno je da će poduzeće u 2021. iskoristiti preostali dio porezne olakšice kako bi smanjilo iznos neto gubitka. U zadnjem retku je dana projekcija EBITDA-e po godinama. Projekciju Bilance nismo radili jer bismo trebali dodatnih pretpostavki, a ideja ovog primjera je da pokažemo kako se može provesti valuacija jednog poduzeća. U pravoj analizi bismo dosta detaljnije trebali procijeniti prihode po tipu smještaja (prometi u kampovima su manje pali od prometa u hotelima u 2020., na primjer), ali i po geografskom smještaju. Dodatno, trebali bi dosta detaljnije procjeniti potrebe za zaduženjem i pretpostaviti kamatne rashode po godinama detaljnije. No, i ovakve projekcije će nam dati određeni orjentir za potencijalnu vrijednost dionice Valamara.

Kao što smo već napomenuli, projekcije EBITDA-e ćemo koristiti za aproksimaciju novčanih tokova dioničarima u sljedećim godinama. Stoga ćemo njih diskontirati na sadašnju vrijednost, a dodatno ćemo izračunati i Terminalnu vrijednost. Terminalnu vrijednost ćemo izračunati tako da EBITDA-u iz zadnje godine pomnožimo sa 6 (velika aproksimacija, ali komentirali smo da bi to mogao biti donji rub procjene u nekakvim "uobičajenim" okolnostima). Ostaje nam za odrediti diskontnu stopu. Nju ćemo odrediti

RAČUN DOBITI I GUBITKA		2021	2022	2023	2024	2025
I. POSLOVNI PRIHODI (AOP 126 do 130)	125	1,004,317,686	1,686,920,065	2,024,584,078	2,193,862,805	2,371,723,829
2. Prihodi od prodaje (izvan grupe)	127	963,717,686	1,638,320,065	1,965,984,078	2,123,262,805	2,293,123,829
3. Prihodi na temelju upotrebe vlastitih proizvoda, robe i usluga	128	600,000	600,000	600,000	600,000	600,000
5. Ostali poslovni prihodi (izvan grupe)	130	40,000,000	48,000,000	58,000,000	70,000,000	78,000,000
II. POSLOVNI RASHODI (AOP 132+133+137+141+142+143+146+153)	131	1,346,065,220	1,644,597,830	1,915,000,000	2,027,000,000	2,149,000,001
2. Materijalni troškovi (AOP 134 do 136)	133	324,500,000	464,500,000	554,500,000	604,500,000	644,500,000
a) Troškovi sirovina i materijala	134	185,000,000	280,000,000	340,000,000	370,000,000	390,000,000
b) Troškovi prodane robe	135	4,500,000	4,500,000	4,500,000	4,500,000	4,500,000
c) Ostali vanjski troškovi	136	135,000,000	180,000,000	210,000,000	230,000,000	250,000,000
3. Troškovi osoblja (AOP 138 do 140)	137	288,065,220	426,597,830	547,000,000	595,000,000	637,000,000
a) Neto plaće i nadnice	138	183,065,220	274,597,830	350,000,000	380,000,000	405,000,000
b) Troškovi poreza i doprinosa iz plaća	139	70,000,000	102,000,000	132,000,000	143,000,000	155,000,000
c) Doprinosi na plaće	140	35,000,000	50,000,000	65,000,000	72,000,000	77,000,000
4. Amortizacija	141	490,000,000	490,000,000	500,000,000	500,000,000	520,000,000
5. Ostali troškovi	142	100,000,000	130,000,000	170,000,000	185,000,000	195,000,000
6. Vrijednosna usklađenja (AOP 144+145)	143	1,000,000	1,000,000	1,000,000	1,000,000	1,000,001
7. Rezerviranja (AOP 147 do 152)	146	22,000,000	10,000,000	7,500,000	7,500,000	7,500,000
a) Rezerviranja za mirovine, otpremnine i slične obveze	147	12,000,000	5,000,000	5,000,000	5,000,000	5,000,000
c) Rezerviranja za započete sudske sporove	149	10,000,000	5,000,000	2,500,000	2,500,000	2,500,000
8. Ostali poslovni rashodi	153	15,000,000	20,000,000	25,000,000	30,000,000	35,000,000
III. FINANCIJSKI PRIHODI (AOP 155 do 164)	154	8,500,000	8,500,000	13,000,000	9,000,000	12,000,000
7. Ostali prihodi s osnove kamata	161	500,000	500,000	1,000,000	2,000,000	3,000,000
8. Tečajne razlike i ostali financijski prihodi	162	1,000,000	1,000,000	2,000,000	3,000,000	3,000,000
10. Ostali financijski prihodi	164	7,000,000	7,000,000	10,000,000	4,000,000	6,000,000
IV. FINANCIJSKI RASHODI (AOP 166 do 172)	165	97,000,000	94,000,000	97,000,000	95,000,000	97,000,000
3. Rashodi s osnove kamata i slični rashodi	168	72,000,000	82,000,000	85,000,000	88,000,000	90,000,000
4. Tečajne razlike i drugi rashodi	169	12,000,000	5,000,000	5,000,000	2,000,000	3,000,000
5. Nerealizirani gubici (rashodi) od financijske imovine	170	11,000,000	5,000,000	5,000,000	3,000,000	2,000,000
7. Ostali financijski rashodi	172	2,000,000	2,000,000	2,000,000	2,000,000	2,000,000
IX. UKUPNI PRIHODI (AOP 125+154+173 + 174)	177	1,004,317,686	1,686,920,065	2,024,584,078	2,193,862,805	2,371,723,829
X. UKUPNI RASHODI (AOP 131+165+175 + 176)	178	1,346,065,220	1,644,597,830	1,915,000,000	2,027,000,000	2,149,000,001
XI. DOBIT ILI GUBITAK PRIJE OPOREZIVANJA (AOP 177-178)	179	-341,747,535	42,322,235	109,584,078	166,862,805	222,723,828
1. Dobit prije oporezivanja (AOP 177-178)	180		42,322,235	109,584,078	166,862,805	222,723,828
2. Gubitak prije oporezivanja (AOP 178-177)	181	-341,747,535	0	0		
XII. POREZ NA DOBIT	182	-80,000,000	0	0		25,772,834
XIII. DOBIT ILI GUBITAK RAZDOBLJA (AOP 179-182)	183	-261,747,535	0	0		
1. Dobit razdoblja (AOP 179-182)	184		42,322,235	109,584,078	166,862,805	196,950,994
2. Gubitak razdoblja (AOP 182-179)	185	-261,747,535	0	0		
EBITDA		**220,252,466**	**614,322,235**	**694,584,078**	**754,862,805**	**832,723,828**

Slika 6.4: Valamar Riviera - Projekcija računa dobiti i gubitka 2021. - 2025.

Procjena vrijednosti poduzeća	2021	2022	2023	2024	2025
Procjena slobodnih novčanih tokova po godinama (HRK)	**220,252,466**	**614,322,235**	**694,584,078**	**754,862,805**	**832,723,828**
Terminalna vrijednost (STN 2025 x 6)					**4,996,342,968**
Diskontne stope	10.5	10.5	10.5	10.5	10.5
Sadašnja vrijednost novčanih tokova	**209,526,829**	**528,874,731**	**541,151,827**	**532,230,861**	**3,719,364,837**
Zbroj diskontiranih novčanih tokova (vrijednost poduzeća - HRK)	**5,531,149,085**				
Cijena po dionici	**43.89**				

Slika 6.5: Valamar Riviera - Projekcija računa dobiti i gubitka 2021. - 2025.

tako da na 1% (cijena duga RH) dodamo 5,5% (dugoročna rizičnost dionica) te 4% zbog rizičnosti samog poduzeća. Na taj način dobivamo diskontnu stopu od 10.5%. U tablici na slici 6.5 dajemo izračun vrijednosti Valmara, uz navedene pretpostavke. Dodatno, pretpostavljamo da prvi novčani tok dolazi za pola godine, sljedeći za godinu i pol i tako dalje.

Kao što vidimo, dobivamo procijenjenu vrijednost poduzeća od 43.89 kuna po dionici. Uočimo da je ta razina cijene već bila dosegnuta u 2018. godini. S obzirom na mnoge učinjene aproksimacije možemo ispitati koliko je dobivena cijena osjetljiva na promjene nekih od najvažnijih pretpostavki (i inače je to uputno napraviti). Na primjer, ukoliko diskontnu stopu povećamo na 12.5 procijenjena vrijednost dionice Valamara pada na 41.03 kune po dionici dok se u slučaju primjene diskontne stope od 8.5% penje na 47.03 kune po dionici. Vidimo da promjena diskontne stope utječe na procjenu vrijednosti dionice, ali ne toliko koliko bi se možda na prvu pomislilo.

Kada se pogledaju procijenjeni novčani tokovi na Slici 6.5 vidimo da je najznačajniji onaj koji proizlazi iz procjene Terminalne vrijednosti. Ukoliko umjesto faktora 6 uzmemo faktor 4 (za množenje slobodnog novčanog toka iz 2025.) procjena vrijednosti dionice pada na 35.46 kuna po dionici, dok se primjenom faktora 8 penje na 52.32 kune po dionici (sve uz diskontnu stopu od 10.5%). Nemamo opći recept za određivanje Terminalne vrijednosti, ali ponekada se isplati pogledati koje su uobičajene metodologije drugih analitičara koji prate istu indistriju (i razlozi za korištenje takvih metodologija). Kao jedna od mogućnosti (konzervativna) je i korištenje knjigovodstvene vrijednosti, odnosno njeno množenje s nekim faktorom. U skladu s pretpostavkama o neto dobiti sa Slike 6.4 te knjigovodstvene vrijednosti dionice s kraja 2020. proizlazi da će procijenjena knjigovodstvena vrijednost na kraju 2025. godine biti HRK $3,117,829,904$. Kada taj broj ubacimo u model sa Slike 6.5 dobivamo procijenjenu vrijednost dionice od 34.38 kuna po dionici. U svakom od navedenih slučajeva je procijenjena vrijednost dionice Valamara viša od sadašnje tržišne cijene od 28.3 kune po dionici pa bi zaključili da bi kupnja dionice Valamara po toj cijeni trebala biti isplativa. Naravno, pri tome pretpostavljamo da će zaista doći do oporavka turističkog sektora, ali i da u skorije vrijeme neće biti neke globalne krize koja bi utjecala negativno na opisanu procjenu. S pozitivne strane gledano, moguće je da niska razina kamatnih stopa potraje duže od očekivanoga pa bi multipli koje smo primjenjivali mogli biti i veći, ali i da bi se diskontna stopa mogla smanjivati u budućnosti.

Literatura

[AEL] Brent W. Ambrose, Piet M. A. Eichholtz, Thies Lindenthal, *House Prices and Fundamentals: 355 Years of Evidence*, 2011., dostupno na http://www.personal.psu.edu/bwa10 ili http://ssrn.com/abstract=1439735

[Cra] Crane, D. B., R. C. Merton, K. A. Froot, Z. Bodie, S. P. Mason, E. R. Sirri, A. F. Perold and P. Tufano *The Global Financial System: A Functional Perspective*, Harvard Business School Press, Boston, 1995.

[Die] Diebold F.X., Hickman A., Inoue A., Schuermann T. *Converting 1-Day Volatility to h-Day Volatility: Scaling by Root-h is worse than you think*, Wharton Financial Institutions Center, Working Paper 97-34, 1998

[Dimson & dr.] Elroy Dimson, Paul R. Marsh, Michael Staunton *Triumph of the Optimists: 101 Years of Global Investment Returns, 1st ed.*, Princeton University Press, Princeton NJ, 2002.

[Eich] Piet M. A. Eichholtz, *A Long Run House Price Index: The Herengracht Index, 1628-1973, Real Estate Economics, V25 2:175-192*, 1997.

[Elton & dr.] Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, William N. Goetzmann *Modern portfolio theory and investment analysis, 8th ed.*, John Wiley & Sons Inc., NJ, 2010.

[Fab & dr.] Frank J. Fabozzi, Harry M. Markowitz, editors *The theory and practice of investment management, 2nd ed.*, John Wiley & Sons Inc., 2011.

[Ilmanen] Antti Ilmanen *Expected Returns, 1st ed.*, John Wiley & Sons Inc., 2011.

[Leko] Vlado Leko, *Financijske institucije i tržišta I*, Ekonomski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2012.

[Mer] Merton, Robert, *An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 7, 1972

[Mar] Harry M. Markowitz, *Portfolio Selection - Efficient Diversification of Investments*, Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, John Wiley & Sons, New York, 1959

[P] Stanley R. Pliska, *A stochastic calculus model of continuous trading: optimal portfolios, Math. Operations research 11, 371-382*, 1986

[R&B] Frank K. Reilly, Keith C. Brown, *Investment Analiysis and Portfolio Management, Tenth Edition*, South-Western, Cengage Learning, 2011

[SandP] 2010 Annual Global Corporate Default Study And Rating Transitions, analiza dostupna na www.standardandpoors.com

[Roy] Roy, A.D. *Saafety first and the holding of assets*, Econometrica 20, 431-449, 1952

[Ruppert] David Ruppert, *Statistics and Data Analysis for Financial Engineering*, Springer Science + Business Media LLc, NY, 2011

[Sar] Nikola Sarapa, *Teorija vjerojatnosti*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.

[Sharpe] William F. Sharpe, *A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*, The Journal of Finance, Vol. 19, No. 3 (Sep., 1964), pp. 425-442

[Sch] Walter Schachermayer, *Optimal Investment in Incomplete Financial Markets*u *Mathematical Finance, Bachelier Congress 2000*, Editors: Helyette Geman, Dilip Madan, Stanley R. Pliska, Ton Vorst, Springer-Verlag, 2002