UPRAVLJANJE FINANCIJSKOM IMOVINOM

PREDAVANJE 9

2.2. UPRAVLJANJE PORTFELJEM

POVRAT NA INVESTICIJU (1)

- **Povrat ulaganja** (za vrijeme držanja) je stopa promjene vrijednosti investicije, tj. postotak zarade u odnosu na inicijalno ulaganje
  - Povrat = (konačna vrijednost investicije / početna vrijednost investicije) - 1
- Budući da je važno u kojem vremenu se ostvari taj povrat (zbog vremenske vrijednosti novca nije isto da li smo istu zaradu ostvarili kroz 1 ili 5 godina), zbog ujednačenosti usporedbe različitih investicija povrat se svodi na godišnju vrijednost, tj. definira se **anualizirani povrat** za investiciju ostvarenu u vremenskom razdoblju **t** kao
  - $AP = \left(\frac{konačna\ vrijednost\ investicije}{početna\ vrijednost\ investicije}\right)^{\frac{1}{t}} - 1$
- Ako za neku investiciju imamo podatke o više godišnjih povrata, tada za prosječni anualizirani povrat **nije primjereno koristiti aritmetičku sredinu,** nego je potrebno koristiti geometrijsku sredinu godišnjih "faktora promjene":
  - $Prosječni\ povrat = \left((1 + AP_1)(1 + AP_2) \cdots (1 + AP_n)\right)^{\frac{1}{n}} - 1$

POVRAT NA INVESTICIJU (2)

- Prethodno definiran prosječni povrat naziva se i **vremenski ponderiran povrat** budući da računa prosječnu stopu povrata "samo kroz vrijeme"
- Za neku investiciju moguće je da imamo dodatne uplate kroz godine -> u tom slučaju vremenski ponderiran povrat neće biti točan povrat koji smo ostvarili na ulaganje, nego je potrebno promatrati **vrijednosno ponderiran povrat** (money-weighted return)
  - Ako su P_0, …, P_{n-1} uplate kroz prvih n-1 godina, a P_n vrijednost investicije na kraju razdoblja od n godina, tada je navedeni povrat jedinstvena stopa **r** koja, ako se primijeni na svaku uplatu, daje vrijednost investicije na kraju
  - Vrijednost od r dobije se iz: $P_n = \sum_{i=0}^{n-1} P_i (1+r)^{n-i}$
- Investicijski fondovi najčešće objavljuju samo podatke o vremenski ponderiranom povratu i on je reprezentativan za mjerenje uspješnosti portfolio manager-a (=prosječni rezultat bez efekta uplata / isplata)
- S druge strane, vrijednosno ponderiran povrat je relevantan za investitora s obzirom da je on točna mjera "njegove zarade"

RIZIČNOST POVRATA (1)

- Za pojedinu investiciju budući povrat nije poznat nego se on može promatrati kao **slučajna varijabla**
- Za povrat onda možemo promatrati **očekivani povrat** i njegovu **standardnu devijaciju** kao mjeru rizika, tj. **volatilnosti**
- Očekivani povrat i standardna devijacija za neku imovinu mogu se procijeniti na temelju povijesnih podataka o kretanju cijene
  - Gledaju se najčešće **dnevni**, tjedni ili mjesečni povrati (=realizacije slučajne varijable povrata)
  - Umjesto "običnih" povrata često se uzimaju **log-povrati** koji imaju prednost da se zbrajanjem log-povrata od kraćih razdoblja dobiju log-povrati za duža razdoblja i da su simetrični za jednake iznose porasta i pada; inače su za male vrijednosti povrata jako slični
    - Vrijednost u n razdoblja S_0, S_1, …, S_n
    - "Obični" anualizirani povrati: $AP_i = S_i / S_{i-1} - 1$
    - Log-povrati: $LP_i = \ln(S_i / S_{i-1})$
    - $\sum_{i=1}^{n} LP_i = \ln(S_n/S_0)$, što ne vrijedi i za "obične" povrate

RIZIČNOST POVRATA (2)

- Očekivani povrat i standardna devijacija dobiveni na dnevnoj, tjednoj ili mjesečnoj razini se najčešće skaliraju na godišnju razinu, te se u tom slučaju koristi sljedeće pravilo:
  - Ako je n broj takvih perioda u godini (za dnevne podatke uzimamo najčešće n=250 kao broj radnih dana u godini, za tjedne n=52, za mjesečne n=12), onda se očekivanje množi s n, dok se standardna devijacija množi s korijenom iz n (=pretpostavka da su dnevni / tjedni / mjesečni povrati nezavisni)
- Ponekad se kao dodatna mjera za usporedbe investicija koristi i koeficijent varijacije (=omjer očekivanog povrata i standardne devijacije)
- Za više različitih imovina možemo računati njihovu kovarijancu i korelaciju na temelju njihovih povijesnih podataka o kretanju cijene

ODNOS POVRATA I RIZIKA (1)

- Investitori su općenito neskloni riziku, te za veću razinu rizika očekuju i veću (očekivanu) razinu povrata
- Tablica dolje prikazuje prosječne povrate u razdoblju 1900.-2000. i usporedbu rizika i povrata za različite instrumente

	Realni povrati			
Država	Dionice	Obveznice	Zapisi	Inflacija
Australija	7.5	1.1	0.4	4.1
Belgija	2.5	−0.4	−0.5	5.5
Danska	4.6	2.5	2.8	4,1
Francuska	3.8	−1.0	−3.3	7,9
Irska	4.8	1.5	1.3	4.5
Italija	2.7	−2.2	−4.1	9.1
Japan	4.5	−1.6	−2.0	7.6
JAR	6.8	1.4	0.8	4.8
Kanada	6.4	1.8	1.7	3.1
Nizozemska	5.8	1.1	0.7	3.0
Njemačka	3.6	−2.2	−0.6	5.1
SAD	6.7	1.6	0.9	3.2
Svijet	5.8	1.2	0.9*	3.2*
Španjolska	3.6	1.2	0.4	6.1
Švedska	7.6	2.4	2.0	3.7
Švicarska	5.0	2.8	1.1	2.2
U.K.	5.8	1.3	1.0	4.1

ODNOS POVRATA I RIZIKA (2)

- Instrumenti koji imaju veće prinose nose i veću razinu rizika ostvarenih prinosa
- Najmanje rizični instrumenti, ali i s najnižom razinom prinosa su trezorski zapisi, potom obveznice (od boljeg prema lošijem rejtingu), nakon toga nekretnine, a instrumenti s najvišom razinom rizika ali i prinosa su dionice
- Zbog toga se generalno preporučuje ulaganje u **rizičnije** instrumente na **dugi rok** u kojem će se ostvariti veći prinosi a moguće oscilacije u prinosima "poništiti" i približiti dugoročnim vrijednostima (primjer DAX indeks na slici dolje)
- U slučaju ulaganja na kratki rok primjerenije je ulagati u manje rizične instrumente (investitorima koji nisu skloni riziku)

UPRAVLJANJE PORTFELJEM (1)

- Osnove teorije upravljanja portfeljem / izbora portfelja postavio je Harry Markowitz i objavio 1959., a ta teorija se i danas naziva Modernom teorijom portfelja
- Pretpostavke i oznake:
  - $R_1, \ldots, R_n$ slučajne varijable koje opisuju povrate na n različitih imovina (npr. dionica, indeks, nekretnina...)
  - S $w_1, \ldots, w_n$ označimo udjele u svakoj od tih n imovina (suma udjela je 1)
  - σ_i je standardna devijacija i-te imovine, a ρ_{ij} je korelacija između i-te i j-te imovine
  - R_{port} je povrat na portfelj u kojem su udjeli u pojedinu imovinu zadani s w_i
- Vrijede sljedeća svojstva:
  - $E\left(R_{port}\right) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$
  - $\sigma_{port} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} {w_i}^2 {\sigma_i}^2 + 2\sum_{i<j} w_i w_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j}$

UPRAVLJANJE PORTFELJEM (2)

- Budući da su korelacije između imovina manje od 1, zaključujemo da vrijedi:
  - $\sigma_{port} < \sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_i$
- Možemo uočiti da se raspoređivanjem investicije u više različitih imovina dobivaju sljedeće efekti:
  - Očekivani povrat se "uprosječuje" između imovina
  - Standardna devijacija (rizik) se smanjuje u odnosu na "uprosječenu" vrijednost rizika pojedine imovine
  - To smanjenje standardne devijacije portfelja "kombiniranjem" različite imovine naziva se **diversifikacija**
- Primjer: 2 dionice A i B imaju iste očekivane povrate od 8% i standardne devijacije od 14%
  - ulaganjem jednakih udjela u obje dionice dobije se sljedeća tablica standardnih devijacija portfelja u ovisnosti o korelaciji dionica

Korelacija	-1	-0.5	0	0.5	1
Očekivani povrat portfelja	8%	8%	8%	8%	8%
Standardna devijacija portfelja	0,00%	7,00%	9,90%	12,12%	14,00%

UPRAVLJANJE PORTFELJEM (3)

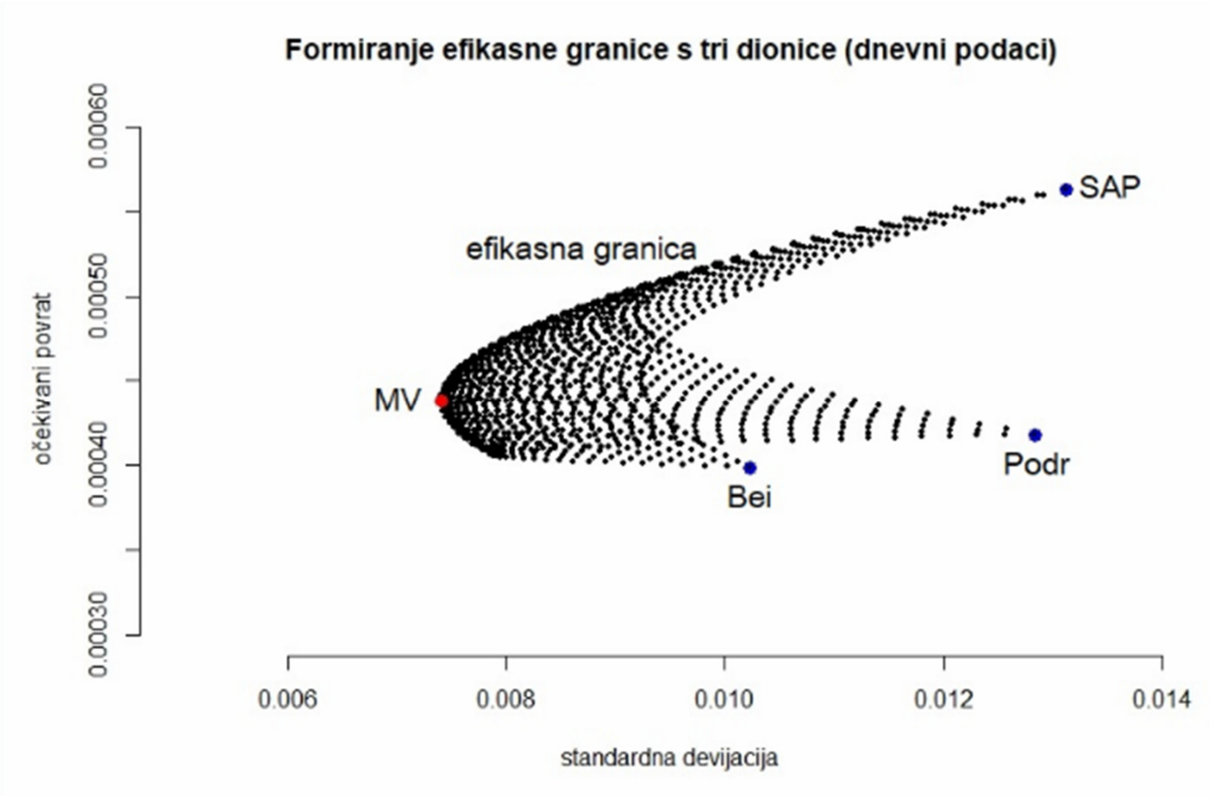
- Dodavanjem nove imovine u portfelj povrat se uprosječuje, a standardna devijacija poboljšava u odnosu na uprosječenu, tako da je "neto" efekt pozitivan
- Prema tome, kod upravljanja portfeljem nije više toliki fokus na povratu pojedine imovine i traženju "superiorne" investicije koliko na razmatranju **korelacija između različitih vrsta imovine** -> dodavanjem slabo korelirane imovine se rizik portfelja može značajnije smanjiti što može biti vrlo poželjno makar dovelo i do smanjenja očekivanog povrata portfelja
- U okviru Markowitzeve teorije portfelja pretpostavlja se da su **investitori neskloni riziku** (risk-averse), tj. da će između 2 investicije s istim povratom izabrati onu koja je manje rizična
- U skladu s tim se **efikasan portfelj** definira kao portfelj takav da:
  - Za zadanu razinu rizika ne postoji drugi portfelj koji ima veći očekivani povrat od njega
  - Za zadanu razinu očekivanog povrata ne postoji drugi portfelj koji ima manji rizik od njega

UPRAVLJANJE PORTFELJEM (4)

- **Cilj** je **pronaći efikasan portfelj** za svakog investitora
  - Generalno, različiti investitori će imati različite efikasne portfelje budući da imaju različitu toleranciju na rizik
  - Za svakog investitora i njegovu toleranciju na rizik možemo naći efikasan portfelj koji ima najveći očekivani povrat od svih portfelja te razine rizika
- Svi takvi portfelji nalaze se na tzv. **efikasnoj granici** koja se prikazuje na **grafu odnosa rizika (standardne devijacije) i očekivanog povrata**
- Efikasna granica pronalazi se metodama linearnog programiranja rješavanjem optimizacijskog problema – tzv. Mean-Variance Optimization
- Ako promatramo sve kombinacije udjela imovina, može se naći **portfelj minimalne varijance (Minimal Variance portfolio)**
- Efikasnu granicu onda čine svi portfelji koji se nalaze „na rubu" na grafu rizika i očekivanog povrata i koji imaju povrat veći od portfelja minimalne varijance (jedan od takvih portfelja je i imovina s najvećim očekivanim povratom)

UPRAVLJANJE PORTFELJEM (5)

- Primjer efikasne granice za 3 dionice



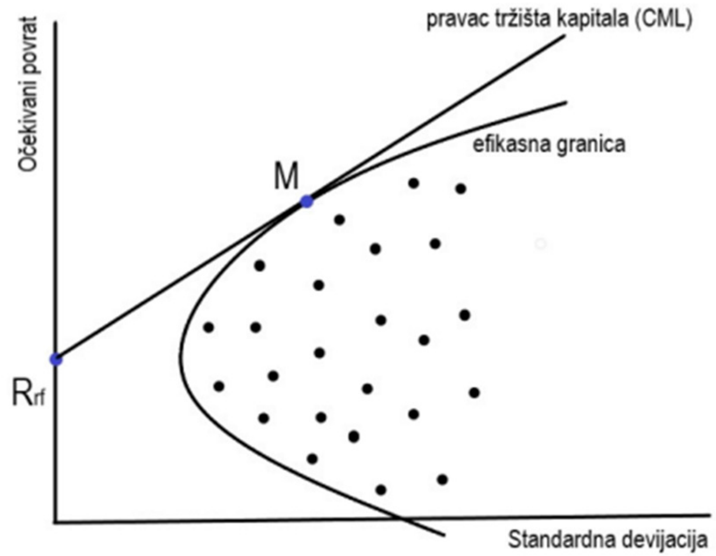
CAPM (1)

CAPITAL ASSET PRICING MODEL

- Jednoparametarski model za modeliranje cijene / povrata na investiciju
- William Sharpe jedan od najzaslužnijih za njega
- Dodatna pretpostavka da postoji **bezrizična (risk-free) imovina** koja je kao slučajna varijabla konstantna gotovo sigurno -> ima standardnu devijaciju 0
  - Takva imovina onda ima kovarijancu 0 s bilo kojom drugom imovinom
- Ako konstruiramo portfelj od investicije I (odnosno generalno nekog rizičnog portfelja) i bezrizične imovine, gdje je udio bezrizične imovine w_{rf} , onda je očekivanje i standardna devijacija takvog portfelja dano s:
  - $E\left(R_{port}\right) = w_{rf}R_{rf} + (1 - w_{rf})E(R_i) = R_{rf} + (1 - w_{rf})\left(E(R_i) - R_{rf}\right)$
  - $\sigma_{port} = \left(1 - w_{rf}\right)\sigma_i$
- Iz toga vidimo da je odnos takvog portfelja u odnosu na investiciju I, odnosno proizvoljni rizični portfelj, **linearan** na grafu odnosa rizika i očekivanog povrata:
  - $E\left(R_{port}\right) = R_{rf} + \frac{E(R_i) - R_{rf}}{\sigma_i}\sigma_{port}$

CAPM (2)

- S **M** se može označiti portfelj koji se dobije kao točka dodira tangente iz bezrizičnog portelja na efikasnu granicu -> naziva se **tržišni portfelj**
- Pravac koji prolazi kroz bezrizičnu imovinu i točku M (tržišni portfelj) naziva se **pravac tržišta kapitala**
- Svaki investitor bi trebao izabrati neku kombinaciju bezrizične imovine i tržišnog portfelja jer mu to daje najbolju razinu očekivanog povrata za određenu mjeru rizika



CAPM (3)

- Tržišni portfelj bi prema tome trebao sadržavati **svaku rizičnu imovinu** dostupnu na tržištu, i to u udjelu njene tržišne kapitalizacije, dok bi svaki investitor trebao birati baš tržišni portfelj (odnosno uložiti u svaku rizičnu imovinu u onom udjelu u kojem se ona nalazi u tržišnom portfelju)
- U praksi, kao najbolja aproksimacija za povrat na tržišni portfelj uzima se povrat na neki veliki dionički indeks (npr. S&P 500)
- Nedostatak ovakve teorije (i posljedično njenih zaključaka) je pretpostavka da svi investitori imaju ista očekivanja i percepciju rizika povrata svake imovine, što općenito nije slučaj, zbog čega investitori niti ne drže isti rizični portfelj

MODEL POVRATA NA IMOVINU

- U okviru CAPM-a postavlja se modela povrata imovine na tržištima te se uzima najjednostavniji -> jednoparametarski linearni model u kojem je taj jedan parametar upravo povrat na tržišni portfelj R_M
  - $R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \epsilon_i$
  - α_i i β_i su konstante, dok je ϵ_i slučajna greška nekorelirana s R_M (koja ima očekivanja 0)

CAPM (4)

- Zbog nekoreliranosti između R_M i ε_i, dobije se:
  - $Var(R_i) = \beta_i^2 \sigma_M^2 + Var(\varepsilon_i)$
- Navedena formula govori da se rizik pojedine imovine može razdvojiti na **sistemski rizik** vezan uz tržišni portfelj i **idiosinkratski rizik** vezan uz tu imovinu
- Beta koja se pojavljuje u modelu predstavlja ovisnost o tržišnom portfelju i može biti i veća i manja od 1
- Navedeni model je jednostavan i ne opisuje jako dobro stvarna kretanja prinosa (=jedna varijabla nije dovoljna da bi se opisala sva kretanja i uhvatili svi rizici vezani uz promjenu prinosa), te se u praksi češće koriste više-faktorski modeli
- Neovisno o tome, model je važan za postavljanje osnovnih koncepata / intuicije upravljanja portfeljem, a to je da se **diverzifikacijom eliminira idiosinkratski rizik**, ali **sistemski rizik ostaje u portfelju**