

Kompleksna analiza

Prva domaća zadaća

Zadatak 1. *Odredite, ukoliko postoje, sve derivabilne funkcije $f = u + iv : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ kojima je imaginarni dio dan sa*

$$v(x, y) = e^x y \cos(y) + x e^x \sin(y) + 2xy + y$$

i za koje vrijedi $f(0) = 1$.

Zadatak 2. *Pokažite da ne postoji holomorfna funkcija $f = u + iv : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ takva da je*

$$v(x, y) = \sin(x) \cos(y).$$

Zadatak 3. *Odredite sve $z \in \mathbb{C}$ tako da vrijedi jednakost*

$$\cos^2(z) - \sin^2(z) + \frac{\sinh(2iz)}{i} = 1.$$

Zadatak 4. *Ako je $\Gamma = \{z \in \mathbb{C} : |z - 1| = 4\}$ pozitivno orijentirana krivulja, odredite integral*

$$\int_{\Gamma} \frac{\sin(z)}{4 - z^2} dz.$$

Zadatak 5. *Razvijte u Taylorov red oko točke $1 - i$ funkciju*

$$f(z) = z^2 + \frac{z}{z^2 - 2i}.$$

Odredite radijus konvergencije dobivenog reda.