Gibanje

– kinematika –

Sadržaj

- Uvod
- Opis gibanja
- Veličine za opis gibanja
- Brzina kao derivacija
- Put kao integral
- Akceleracija
- Zaključak

Uvod

- U svijetu je niz promjena – dan/noć, rast, vjetar, raspoloženje, ...
- Pitamo se kako opisivati, odnosno pratiti neku promjenu
- najjednostavniji primjer jest promjena položaja – tj. **gibanje**
- Znanja iz opisa gibanja možemo primjeniti i na druge slučajeve
- promjene u složenim sustavima možemo pratiti primjenom znanja o promjeni položaja materijalne točke
- znanja o gibanju materijalne točke dobar su nam putokaz razmišljanja o promjeni nekih drugih veličina

Opis gibanja 1/4

- Opis gibanja - prikazti ovisnosti puta *s* (položaja) o vremenu *t*
- **tablični prikaz**
- **grafički prikaz**
- **algebarski prikaz**

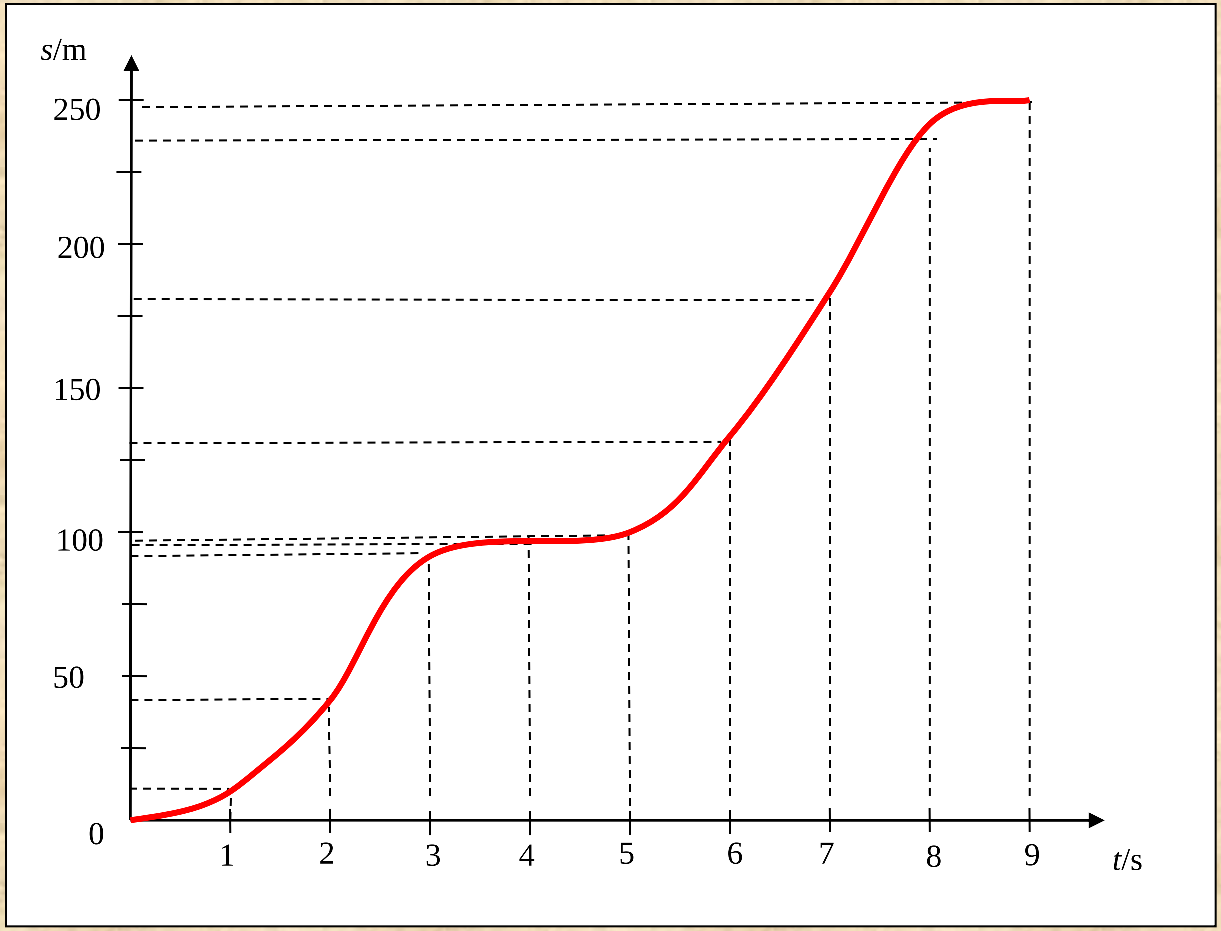
Opis gibanja 2/4

- Tablični prikaz –
  - zabilježiti mjerene podatke u tablicu

t/s	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s/m	0	12	40	90	95	96	130	180	235	240

Opis gibanja 3/4

- grafički prikaz –
  - prikazati podatke u *(s,t)* grafu



Opis gibanja 4/4

- algebarski prikaz –
  - matematički zapis ovisnosti puta o vremenu
  - prikazujemo put kao funkciju vremena
  - $s = f(t)$
  - npr. za slobodni pad

Veličine za opis gibanja 1/6

- uz osnovne veličine
  - vrijeme *t*,
  - put *s*,
  - položaj *x*,
- koristimo još dvije veličine:
  - brzina *v*,
  - akceleracija *a*

Veličine za opis gibanja 2/6

- Da bismo dobro definirali brzinu trebamo
  - infinitezimalne vrijednosti za
    - put
    - vrijeme
- Slično, za akceleraciju trebamo
  - infinitezimalne vrijednosti za
    - brzinu
    - vrijeme

Veličine za opis gibanja 3/6

- kod slobodnog pada u petoj sekundi tijelo je prošlo udaljenost 125 m – 80 m = 45 m
- znači li da na kraju pete sekunde tijelo ima brzinu 45 m/s?
- ne, jer se brzina mijenja
- 45 m/s je prosječna brzina tijekom pete sekunde a ne na samom kraju pete sekunde
- želimo znati točnu brzinu na kraju 5 s.

Veličine za opis gibanja 4/6

- udaljenost koju tijelo prijeđe između 5 s i 5.1 s je 130.05 m
- tijelo prijeđe 5.05 m u 0.1 s
- to je isto kao 50.5 m/s
- ali to još uvijek nije točna vrijednost brzine
- radi preciznosti uzet ćemo tisućinku sekunde više od pete sekunde tj. 5.001 s.
- sada u zadanoj tisućinki tijelo prijeđe put 0.050005 m
- time dobivamo brzinu 50.005 m/s

Veličine za opis gibanja 5/6

- to još uvijek nije točno rješenje
- ovim smo već razvili novi način razmišljanja
- izaberemo neko vrijeme, npr. t_0 (u našem slučaju to je bilo 5 s)
- udaljenost s je $5(t_0)*2$ ili u našem slučaju 125 m.
- za odrediti brzinu tražimo gdje je tijelo u trenutku t_0 + (nešto malo vremena), ili $t_0 + \tau$
- novi položaj je $5(t_0 + \tau)*2$

Veličine za opis gibanja 6/6

- ovu udaljenost zovemo s_0 + (nešto malo pomaka), ili $s_0 + x$
- Udaljenost koja je pređena je $x = 10\ t_0\ \tau + 5\tau$*2.
- brzina je $v = x/\tau = 10\ t_0 + 5\tau$
- Prava vrijednost brzine se dobije kada je τ zanemarivo malen, tako da je jednak nuli
- Time nam jednadžba postaje v(u vremenu t_0) = 10 t_0.
- Naše rješenje bi tada bilo v = 10 x 5 = 50 m/s.

Brzina kao derivacija 1/2

- ovaj se postupak često koristi u matematici, a oznake za τ i x su Δt i Δs, pri čemu Δt znači malo više od t, slično tako i za s.
- sada brzinu tražimo kao limes od $\Delta s/\Delta t$ kada Δt ide u nulu:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- prednost ovakvog zapisa je to što nam govori da se nešto mijenja i što se mijenja

Brzina kao derivacija 2/2

- iz ovoga izlazi nova jednadžba $\Delta s = v \, \Delta \, t$
- ona je točna ukoliko se brzina ne mijenja
- $\Delta \, t$ može biti dugačak inetrval
- zato bismo tu jednadžbu mogli koristiti samo za slučaj da $\Delta \, t \to 0$, te ga tada pišemo dt
- pripadajući put ćemo tada obilježavati sa ds
- tada bi za put imali jednadžbu $ds = vdt$
- time bi jednadžba za brzinu bila:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Put kao integral 1/2

- raspravimo suprotni problem
  - umjesto tablice puteva, imamo tablicu brzina u različitim vremenima, koja počinje od nule
- na primjer gibanje automobila
  - vozač vozi sporo, pa ubrzava, pa naglo zakoči ...
- koristimo isti princip kao i prije
  - uzimamo inifinitezimalne iznose puta i uz pomoć formule $ds = vdt$ računamo prijeđeni put
  - na taj način do kraja rute imamo određeni broj malih puteva a ukupni prijeđeni put će biti suma svih tih puteva:

$$s = \sum v \Delta t$$

Put kao integral 2/2

- to je suma brzina u i-tom vremenu pomnožena sa Δt:

$$s = \sum_i v(t_i)\Delta t$$

- odnosno:

$$s = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_i v(t_i)\Delta t$$

- slično kao kod diferenciranja možemo uzeti da je Δt jako malen te pisati dt umjesto Δt
- limes sume se tada označava sa $\int$ te se naziva integral:

$$s = \int v(t)dt$$

Akceleracija 1/2

- koliko se brzo mijenja brzina?
- deriviranjem smo izračunali brzinu slobodnog pada $v = 10t$
- sada želimo saznati koliko se brzina mijenja u sekundi
- dobiveni iznos ćemo nazvati **akceleracija**
- iz prethodnog možemo zaključiti da je akceleracija derivacija brzine dv/dt
- deriviramo li brzinu slobodnog pada $v = 10t$, dobit ćemo akceleraciju:

$$a = \frac{dv}{dt} = 10$$

Akceleracija 2/2

- ako tijelo kreće iz mirovanja i giba se konstantnom akceleracijom *g*, njegova brzina u bilo kojem trenutku je:

$$v = g\,t$$

- Put prijeđen u istom vremenu je:

$$s = \frac{1}{2} g t^2$$

- Akceleraciju možemo zapisivati kao:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2} = \&$$

Zaključak

- želimo li pratiti prave vrijednosti promjena neke veličine trebamo istraživati što se događa na infinitezimalnoj razini
- ukupni iznos promjene neke veličine tražimo postupcima diferenciranja (deriviranja) ili integriranja

Newtonovi zakoni dinamike

Sadržaj

- Uvod: Isaac Newton
- Newtonovi zakoni
- Drugi Newtonov zakon
- Primjeri korištenja drugog Newtonovog zakona

Isaac Newton (1643.-1727.)

- Engleski fizičar, astronom i filozof
- U svom djelu “Philosophiae Naturalis Principia Matematica” je objavio tri zakona dinamike i opći zakon gravitacije

Newtonovi prethodnici

- Svoje razumjevanje fizike uvelike zahvaljuje svojim predhodnicima koji postavili temelje razumijevanja svijeta
- To su: Kopernik, Brahe, Kepler, i među njima se posebno ističe Galileo Galilei

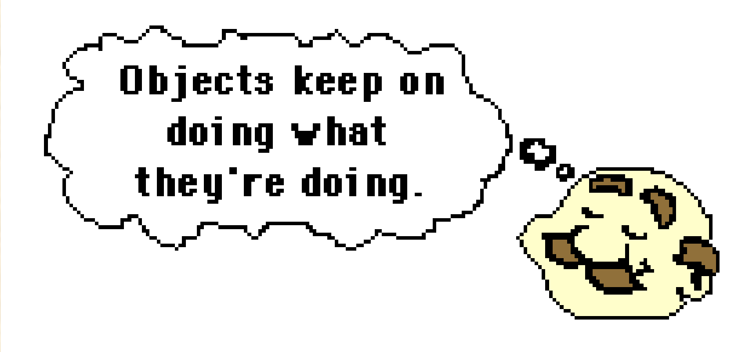
“ Ako sam bio sposoban vidjeti dalje od običnih ljudi, to je zato što sam stajao na leđima divova.”

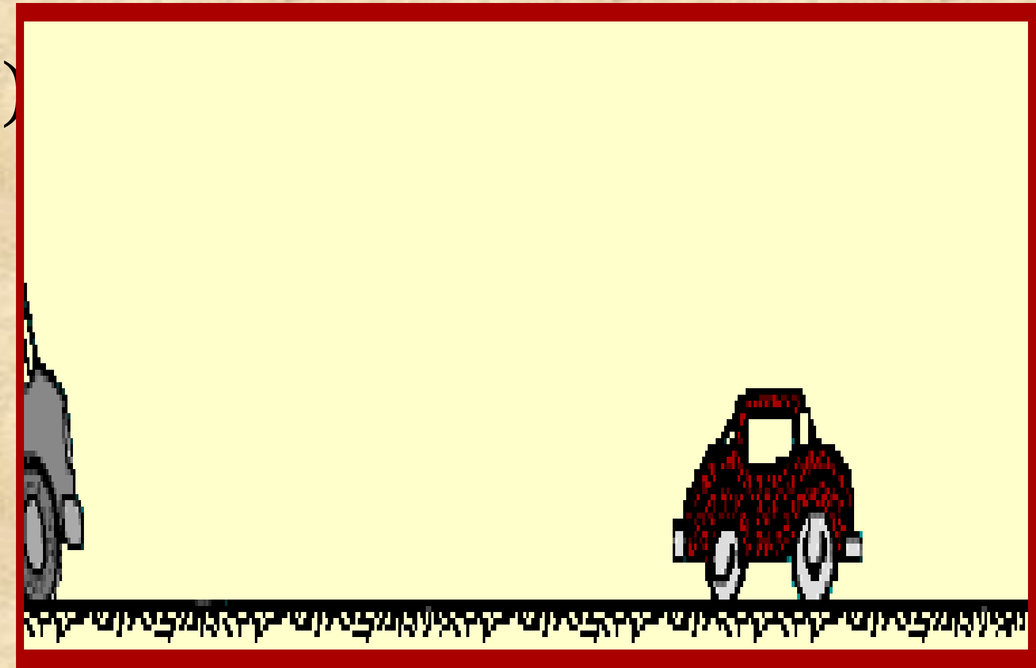
Isaac Newton

Prvi Newtonov zakon

Tijelo ostaje u stanju jednolikog gibanja ili mirovanja dok na njega ne djeluju sile tj. dok je prepušteno samo sebi.

(Galilejev princip inercije)





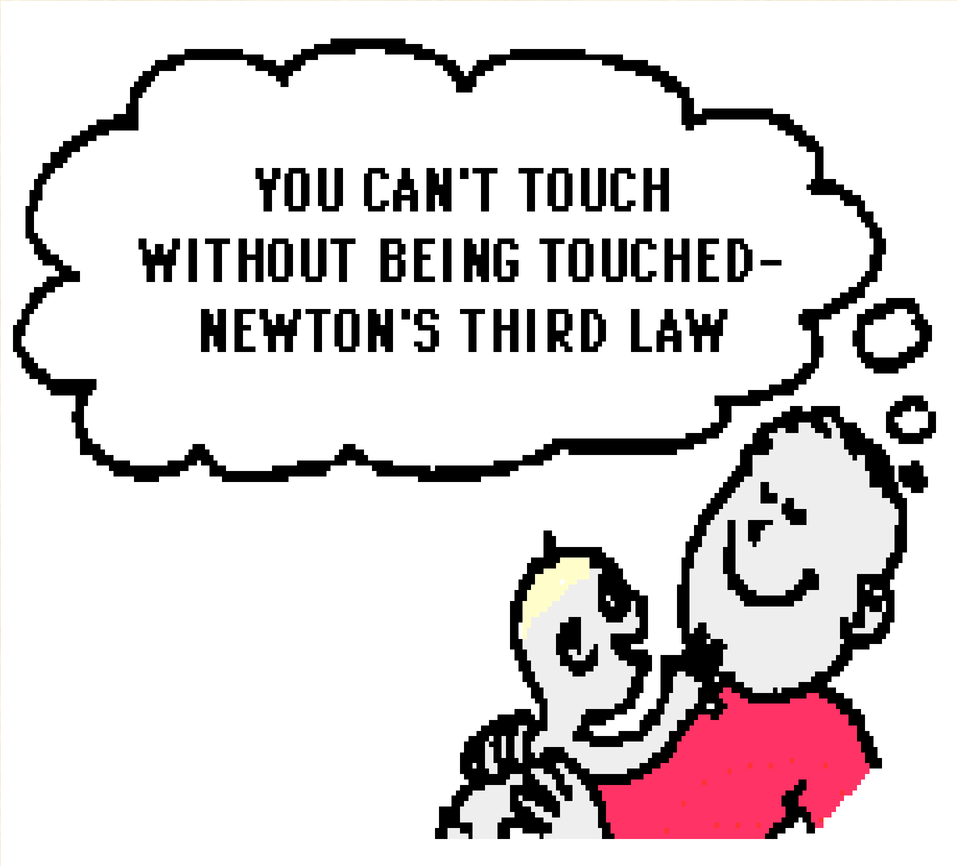
Drugi Newtonov zakon

Sila je proporcionalna vremenskoj derivaciji impulsa.

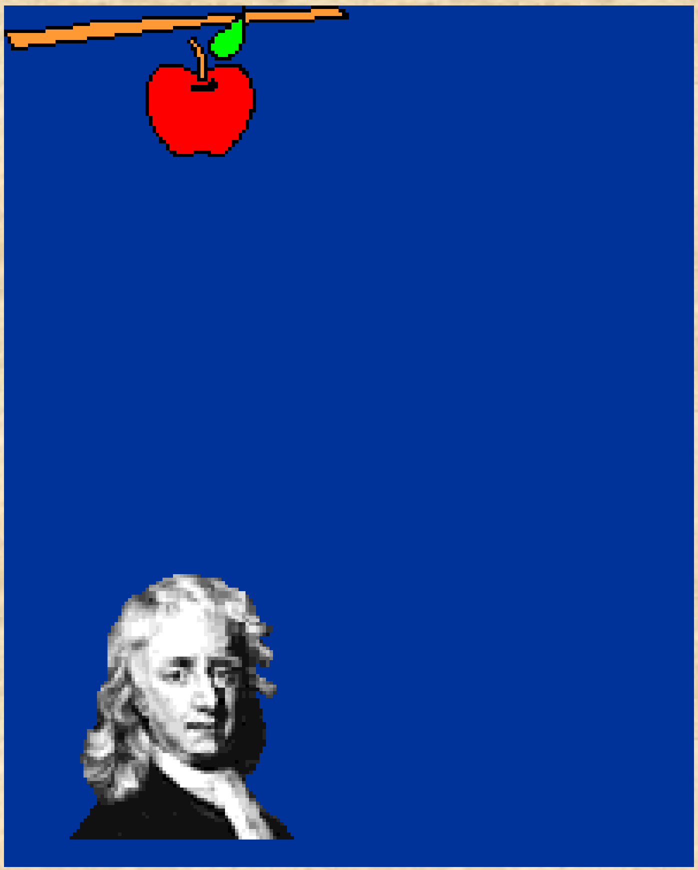
$$F = \frac{d}{dt}(mv)$$

Treći Newtonov zakon

Kada god dva tijela djeluju jedno na drugo, sila kojom prvo tijelo djeluje na drugo jednaka je i suprotna sili kojom drugo tijelo djeluje na prvo.



Opći zakon gravitacije



Između svaka dva tijela koja imaju masu, djeluje privlačna sila usmjerena duž spojnice tih tijela.

Sila je proporcionalna umnošku masa i obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti.

Kako bismo bolje razumjeli drugi Newtonov zakon započet ćemo sa aproksimacijama koje je uveo Newton:

1. Masa je konstantna
2. Vrijeme je apsolutno

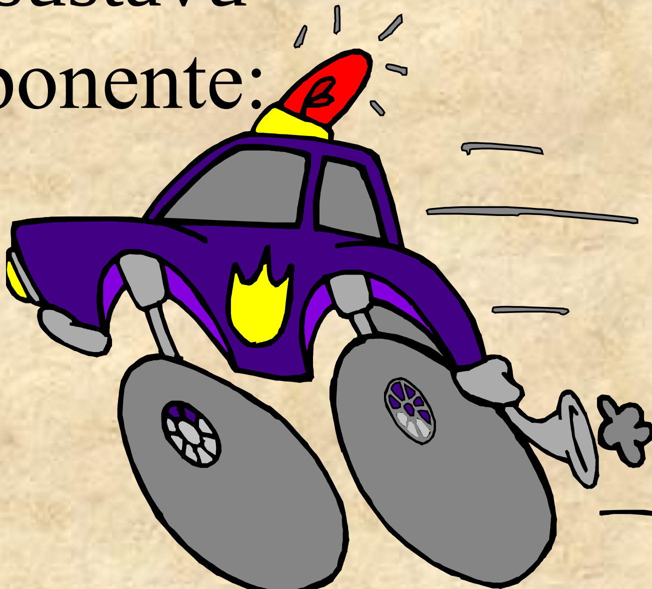
$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = ma$$

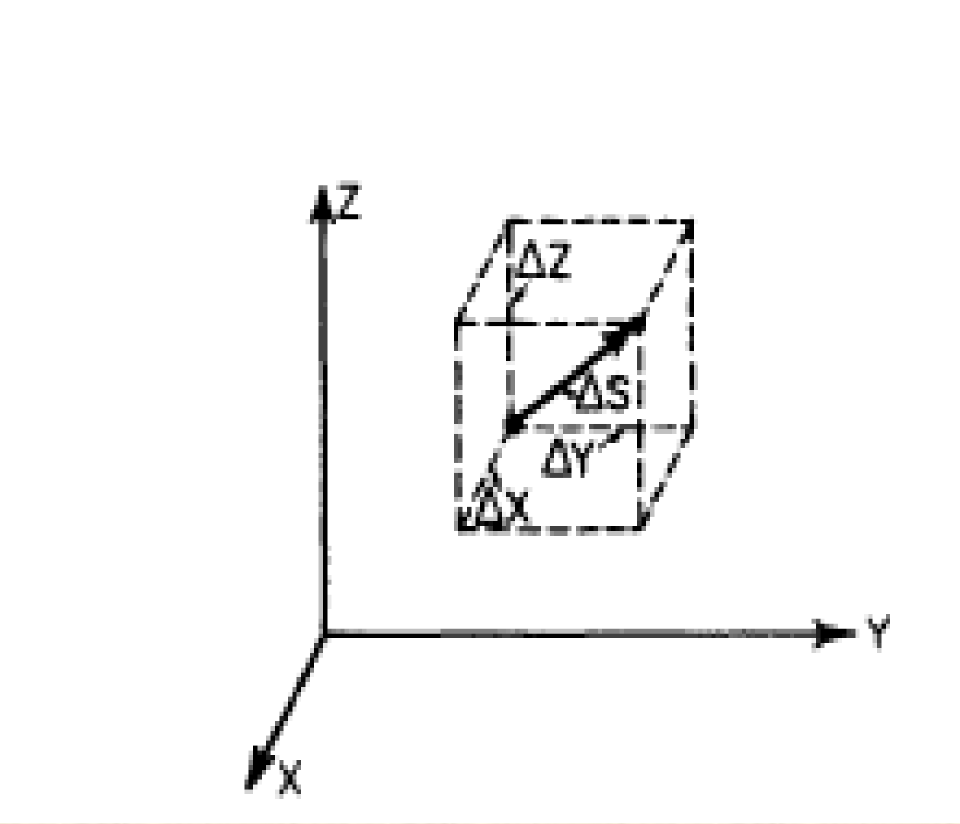
Brzina

Brzina je vektorska veličina što znači da ima iznos i smjer.

U Kartezijevom koordinatnom sustavu možemo ju rastaviti u 3 komponente:

-u –*x*,-*y* i –z smjeru





$$\Delta x = v_x \Delta t$$

$$\Delta y = v_y \Delta t$$

$$\Delta z = v_z \Delta t$$

Tri komponente brzine:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt}$$

Apsolutni iznos brzine:

$$\frac{ds}{dt} = |v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Sada možemo rastaviti drugi Newtonov zakon na tri komponente za *–x*,-*y* *i* *–z* smjer u kartezijevom koordinatnom sustavu:

$$F_x = m\frac{dv_x}{dt} = ma_x$$

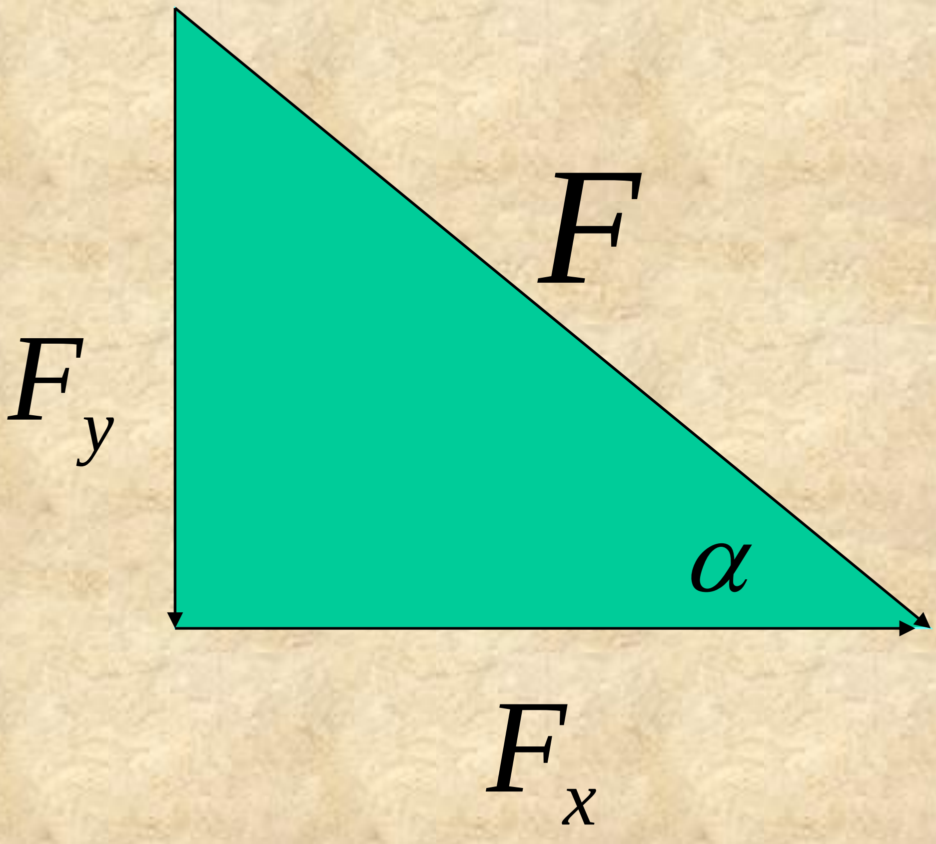
$$F_y = m\frac{dv_y}{dt} = ma_y$$

$$F_z = m\frac{dv_z}{dt} = ma_z$$

Rastav sila na komponente:

$$F_x = F\cos\alpha$$

$$F_y = F\sin\alpha$$



Primjer 1:Slobodni pad

Blizu zemljine površine na tijela djeluje vertikalna sila prema dolje proporcionalna masi tijela.

$$F = G\frac{mM}{R^2} = mg$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Konstantu *g* nazivamo gravitacijskom akceleracijom.

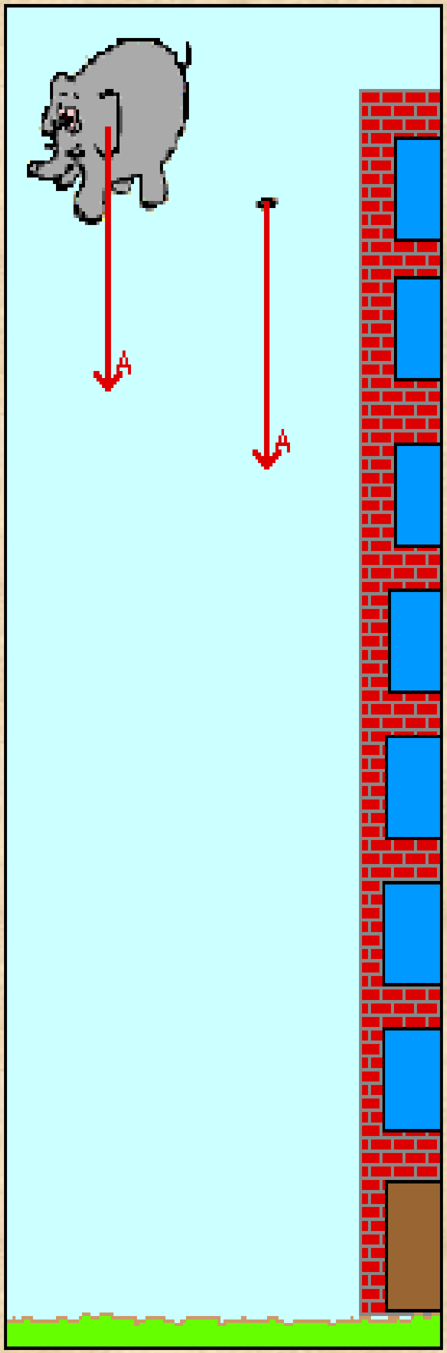
Drugi Newtonov zakon:

$$mg = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)$$

Dobivamo dvije jednadžbe gibanja:

$$v_x = v_0 + gt$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

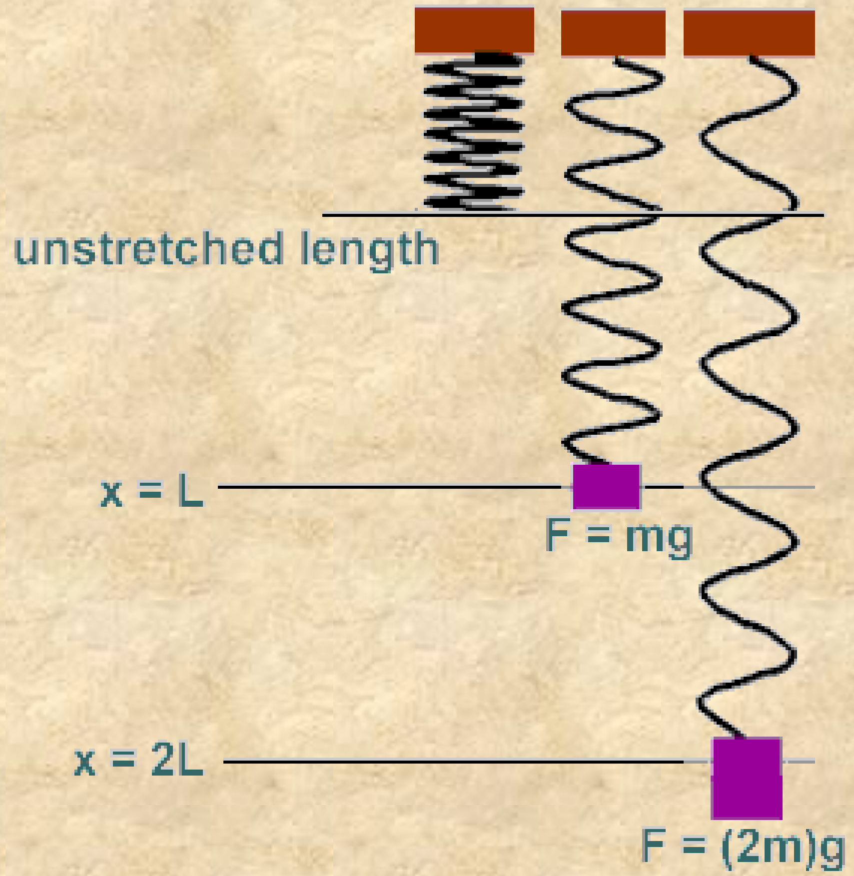


Primjer 2: Tijelo obješeno na elastičnu oprugu

U ovom primjeru ćemo zanemariti djelovanje gravitacijske sile

Elastična sila:

$$F=-kx$$



Primjenit ćemo drugi Newtonov zakon:

$$-kx = m\left(\frac{dv_x}{dt}\right)$$

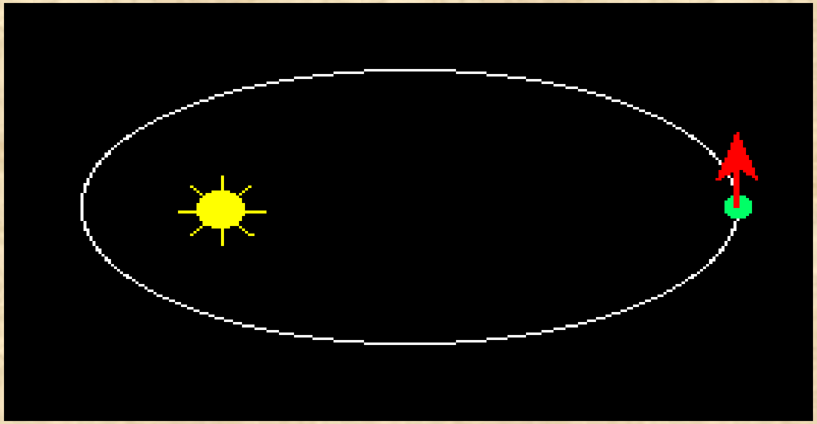
Dobivamo:

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{k}{m}x$$

Primjer 3: gibanje planeta

Planeti se oko Sunca gibaju po krivulji.

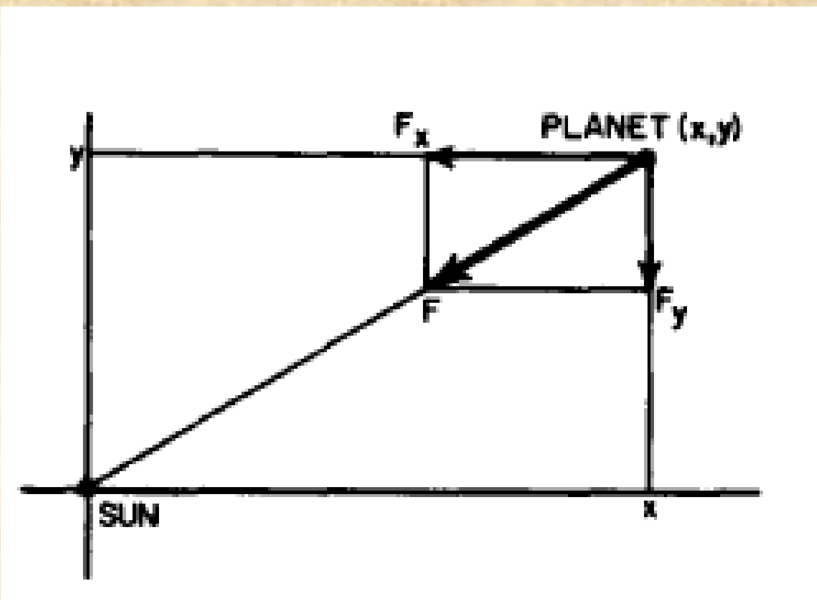
Uz pomoć Newtonovih zakona ćemo odrediti koje su to krivulje.



Paneti se gibaju u ravnini- imamo dvije komponente položaja –*x* i –*y*

Sila je usmjerena duž spojnice planeta i Sunca

$$\frac{F_x}{|F|} = -\frac{x}{r}$$



$$F_x = -|F|\frac{x}{r} = -\frac{GMmx}{r^3}$$

Primjenom drugog Newtonovog zakona dobivamo sljedeće jednadžbe:

$$m\left(\frac{dv_x}{dt}\right) = -\frac{GMmx}{r^3}$$

$$m\left(\frac{dv_y}{dt}\right) = -\frac{GMmy}{r^3}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Na isti način možemo izračunati gibanje više planeta.

Moramo znati položaje svih planeta.

Sila koja djeluje na planet, posljedica je svih tijela koja ga okružuju.

Jednadžbe gibanja su:

$$m_i \frac{dv_{ix}}{dt} = \sum_{j=1}^{N} -\frac{Gm_i m_j (x_i - x_j)}{r_{ij}^3}$$

$$m_i \frac{dv_{iy}}{dt} = \sum_{j=1}^{N} -\frac{Gm_i m_j (y_i - y_j)}{r_{ij}^3}$$

$$m_i \frac{dv_{iz}}{dt} = \sum_{j=1}^{N} -\frac{Gm_i m_j (z_i - z_j)}{r_{ij}^3}$$

Udaljenost između planeta *i* i *j*:

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}$$

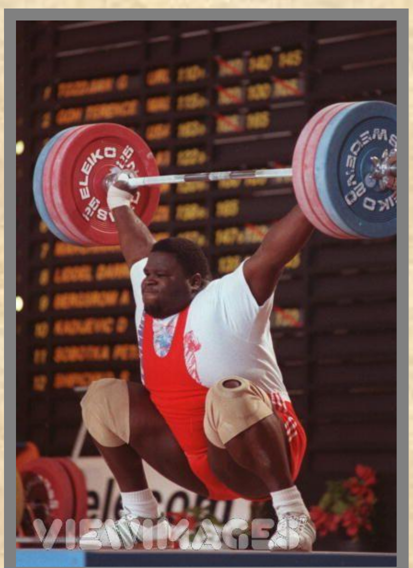
Karakteristike sile

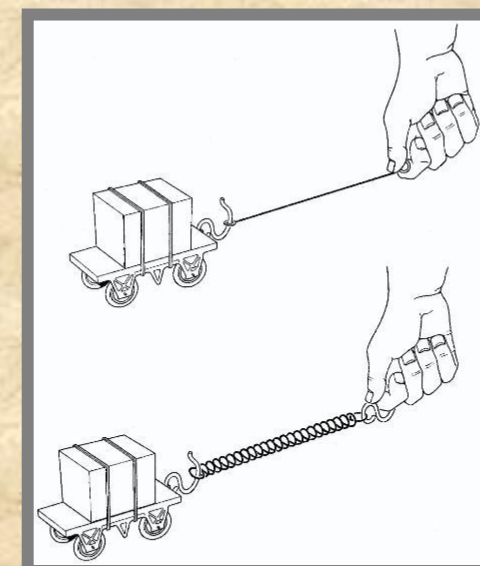
Sadržaj

- Uvod - Što je sila?
- Općenita svojstva sile
- Primjeri sila:
  - gravitacijska sila
  - električna sila
  - polje sile
  - trenje
  - prividne sile
  - fundamentalne sile
- Zaključak
- Literatura

Uvod - Što je sila?

- Newtonovi zakoni mehanike odnose se na pojam sile i njezino djelovanje na tijela
- sila je ključan pojam u svim granama fizike
- intuitivno shvaćamo što je sila (najčešće ju percipiramo kao guranje, povlaćenje, dizanje,…)



- <u>ne postoji</u> egzaktna fizikalna definicija sile

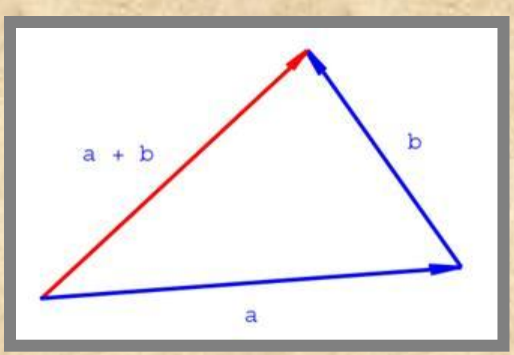
- matematički najpreciznije – drugi Newtonov zakon

$$\boxed{\vec{F} = m\frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a}}$$

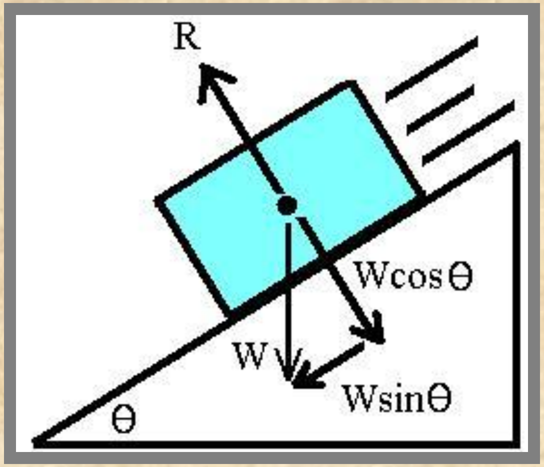
- nije valjana definicija jer:
  - ne govori <u>što</u> je to sila
  - neka svojstva nisu obuhvaćena

Općenita svojstva

- vremenska derivacija impulsa



- vektorska veličina:
  – iznos i smjer
  – princip superpozicije
  – rastav na komponente

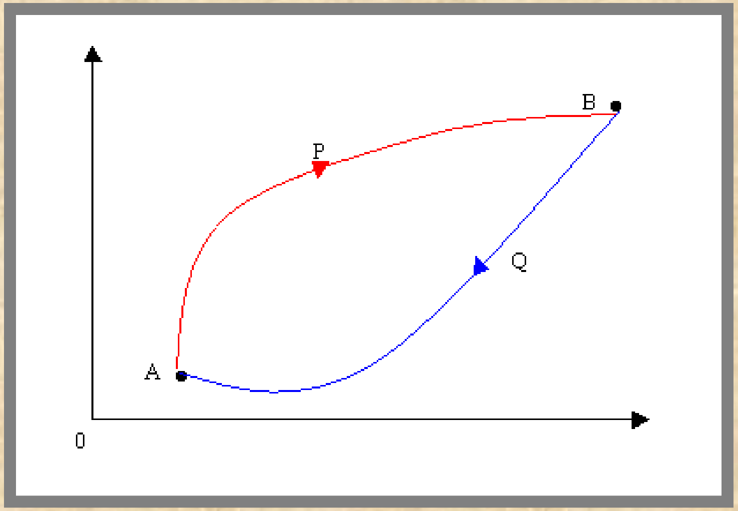


- materijalno porijeklo – mora postojati izvor sile

- sile međudjelovanja – vrijedi treći Newtonov zakon

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

- konzervativne sile
  - sila je gradijent skalarne funkcije : $\boxed{\vec{F} = -\vec{\nabla} U}$
  - rad sile ne ovisi o putanji tijela, već samo o krajnjim točkama



- nekonzervativne sile

- centralne sile
- tenzorske sile

Gravitacijska sila

- zakon univerzalne gravitacije:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

  - $G = 6.672 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$

- beskonačan doseg i uvijek je privlačna – najznačajnija sila na svemirskoj skali
- centralna (i konzervativna) sila

Električna sila

- Coulombov zakon:

$$\boxed{F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}}$$

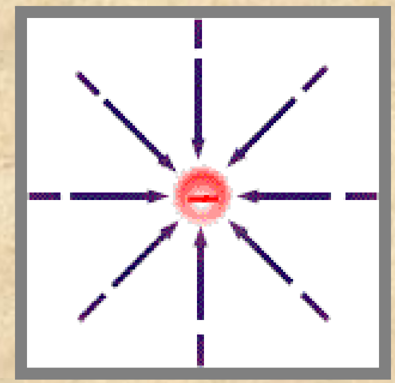
  - $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 8.99 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$ (u SI sustavu)

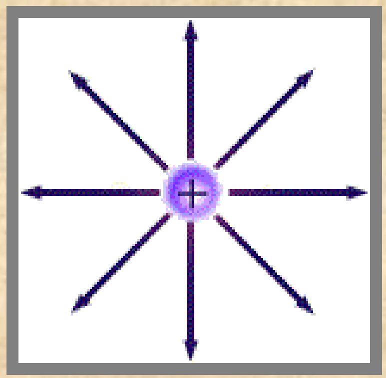
- privlačna u slučaju raznoimenih naboja
- odbojna u slučaju istoimenih naboja
- centralna (i konzervativna) sila
- najjednostavniji oblik sile između naboja – naboji u mirovanju

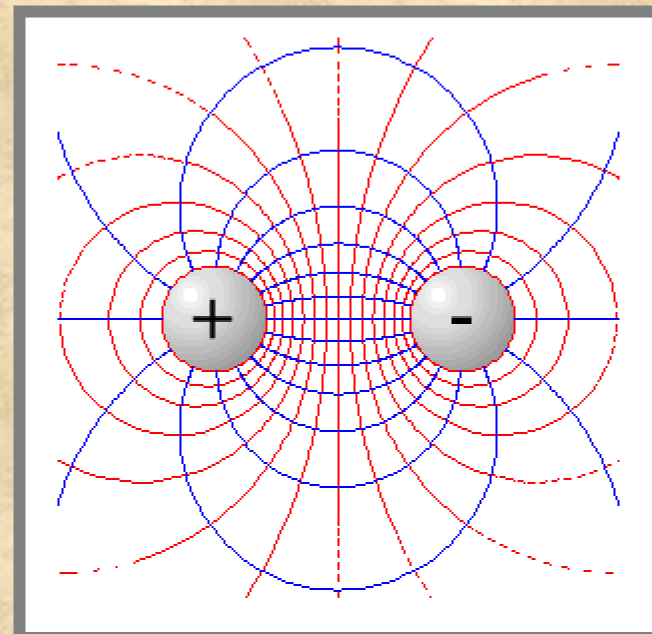
Polje sile

Primjer: elektrostatsko polje

- nabijeno tijelo u okolnom prostoru uzrokuje električno polje ***E***







- sila na naboj u el. polju iznosi:

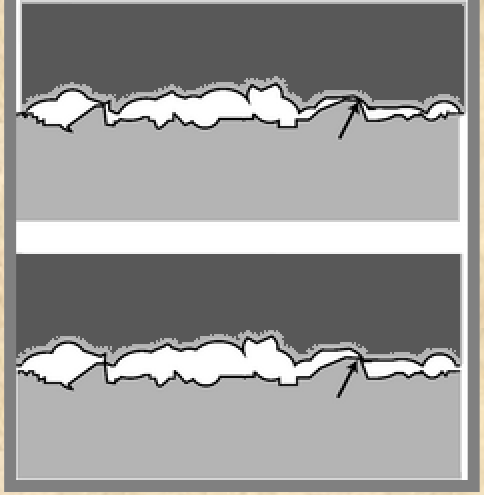
$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

- upotrebom koncepta polja izračunavanje sile podijeli se na dva dijela:
  - nastanak polja i njegova jakost – jednadžbe polja
  - gibanje drugih tijela u polju – jednadžbe gibanja

- korištenjem polja u mnogim je slučajevima znatno olakšan izračun sile (npr. slučaj naboja u gibanju)

- kod složenijih oblika interakcija pojam polja postaje sve realniji

Trenje



- tijelo se giba po površini drugog tijela
- na mikroskopskoj razini površine su pune
  nečistoća i nepravilnosti lokalnog karaktera
- dolazi do stvaranja i pucanja snažnih međumolekularnih veza, što uzrokuje vibracije unutar tijela – stvaranje topline
- sila trenja je proporcionalna normalnoj sili na površinu:

$$\boxed{F = \mu N}$$

- μ = koeficijent trenja (karakteristika površina u dodiru)

- smjer sile suprotan smjeru gibanja tijela

- preciznija mjerenja – zakon sile postaju sve kompliciraniji

Prividne sile

- promatranje istog događaja iz dva referentna sustava (jedan inercijalni i drugi koji se u odnosu na njega giba akceleracijom **a**)
- promatrač u akceleriranom sustavu mora promijeniti iznos sile koja djeluje u inercijalnom sustavu za –*m**a*** da bi događaj bio u skladu s Newtonovim zakonom
- ta nova sila zove se prividna ili pseudo sila - rezultat je neinercijalnosti sustava

Inercijalni sustav:

$$\boxed{m\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{F}}$$

Neinercijalni sustav:

$$\boxed{m\frac{d\vec{x'}}{dt} = \vec{F} - m\vec{a}}$$

Fundamentalne sile

- četiri vrste osnovnih interakcija – nekada jedna sila
- djeluju na subatomske čestice putem čestica izmjene

	Učinak	Doseg	Bozon
Jaka nuklearna sila	Povezuje subatomske čestice u jezgri	10^{-15} m	Gluon
Elektromagnetna sila	Djeluje na električki nabijene čestice	∞	Foton
Slaba nuklearna sila	Uzrokuje nestabilnosti u jezgri; interakcije neutrina	10^{-18} m	W^+, W^-, Z^0
Gravitacijska sila	Djeluje na čestice s masom	∞	Graviton?

Zaključak

- unatoč nepoznavanju potpune definicije sile, nemoguće je zamisliti današnju fiziku bez tog pojma
- postoji mnogo vrsta različitih sila, ali one imaju neka zajednička svojstva
- smatra se da postoje samo četiri osnovne sile, a sve ostale su samo njihove manifestacije na makroskopskoj skali

Literatura:

- R. P. Feynman: *Lectures on Physics, Volume I*, *Chapter 12: Characteristics of Force*, Addison-Wesley Publishing Company, Palo Alto, 1963.

- C. Kittel, W.D. Knight, M.A. Ruderman: *Mehanika* (udžbenik Sveučilišta u Berkeleyu), Tehnička knjiga, Zagreb, 1981.

- www.wikipedia.org

Hvala na pozornosti!