

1. Zadan je linearni operator  $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $A(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, 0, 2x_1 + 2x_2)$ .  
Odredite:

- (i) jezgru i sliku operatora  $A$ ,
- (ii) rang i defekt operatora  $A$ ,
- (iii) je li  $A$  injekcija ili surjekcija,
- (iv) matični zapis operatora  $A$  u paru kanonskih baza.

2. Zadane su dvije baze za  $\mathbb{R}^3$ :  $e' = \{(1, 2, -1), (0, 1, 0), (2, 1, -1)\}$  i  $e'' = \{(0, 0, 1), (2, 1, 0), (1, 1, 3)\}$ . Odredite matricu prijelaza iz baze  $e'$  u bazu  $e''$ ,  $I(e'', e')$ .

Uputa: napravite u dva koraka prijelaz  $e' \rightarrow e \rightarrow e''$ , gdje je  $e$  kanonska baza za  $\mathbb{R}^3$ .

3. U kanonskoj bazi za  $\mathbb{R}^3$  linearni operator  $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ima matični zapis

$$A(e) = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 \\ -6 & 7 & 0 \\ 8 & -8 & 1 \end{bmatrix} = M.$$

- (i) Odredite svojstvene vrijednosti operatora  $A$ .
- (ii) Odredite neku bazu  $e'$  za  $\mathbb{R}^3$  u kojoj se  $A$  dijagonalizira.
- (iii) Izračunajte  $M^{2024}$ .
- (iv) Odredite je li  $A$  injekcija koristeći (i).