

MATEMATIKA 2

2. KOLOKVIJ, 31. 01. 2024. prvi (teorijski) dio kolokvija

Prvi dio kolokvija sastoji se od 5 zadataka, a svaki može donijeti najviše 2 boda. Rješenja napišite unutar ostavljenih praznina (u tekstu ili nakon teksta zadatka). Dozvoljena je tablica derivacija i integrala. Kalkulatori i druga pomagala nisu dozvoljeni. Potpišite se na svaki list papira koji predate.

1. Neka je $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, $x_0 \in (a, b)$. Definirajte pojam derivacije od f u točki x_0 .
2. Iskažite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije f u točki x_0 uz pretpostavku da je funkcija diferencijabilna.
3. Napišite Newton-Leibnizovu formulu.
4. Nađite opće rješenje Bernoullijeve diferencijalne jednačbe $y' - 5y = e^{-2x}y^2$.
5. Navedite primjer funkcije koja je diferencijabilna i ima kritičnu (stacionarnu) točku u kojoj se ne postiže lokalni ekstrem, tj. napišite domenu $[a, b]$ i funkciju $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ takvu da postoji $x_0 \in [a, b]$ takav da $f'(x_0) = 0$, ali funkcija f nema lokalni ekstrem u x_0 .

drugi (računski) dio kolokvija

Drugi dio kolokvija sastoji se od 4 zadatka,
a svaki može donijeti najviše 10 bodova.

1. Nađite drugu derivaciju sljedećih funkcija:

a) $f(x) = (\arcsin x)^2$,

b) $f(x) = \ln(\sqrt[3]{1+x^2})$

2. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{4x - 12}{x^2 - 4x + 4}.$$

3. Izračunajte sljedeće integrale

a) $\int x^2 e^x dx$,

b) $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$.

4. Žica duljine L prerezana je na dva dijela. Prvi dio, duljine x , savije se u oblik kružnice. Ostatak žice savije se u kvadrat. Za koju vrijednost x je suma površine kruga i kvadrata minimalna?