

Ime i prezime: _____

Smjer (zaokružite): bio bio & kem zook geo

MATEMATIKA 1

1.KOLOKVIJ, 22.11.2023. prvi (teorijski) dio kolokvija

Prvi dio kolokvija sastoji se od 5 zadataka, a svaki može donijeti najviše 2 boda.

Rješenja napišite unutar ostavljenih praznina (u tekstu ili nakon teksta zadatka).

Kalkulatori i druga pomagala nisu dozvoljeni. Potpišite se na svaki list papira koji predate.

1. Dopunite odgovarajućim znakom ($=$, \subsetneq , \supsetneq , \in , \notin):

• $\sqrt{2}$ _____ \mathbb{R}

• $\mathbb{R} \setminus \langle 0, 1 \rangle$ _____ $\langle -\infty, 0 \rangle \cup [1, +\infty \rangle$

2. Je li funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana sa $f(x) = x^2$ injekcija? Odgovor obrazložite.

3. Napišite prirodne domene funkcija kosinus i tangens.

4. Dopunite sljedećim riječima: *konvergentan, ograničen, jedinstven*.

• Konvergentan niz ima _____ limes.

• Svaki _____ niz je _____.

5. Navedite primjer funkcije koja ima limes u točki u kojoj nije definirana. Napišite koja je to točka i koliko iznosi limes te funkcije u toj točki.

drugi (računski) dio kolokvija

Drugi dio kolokvija sastoji se od 4 zadatka,
a svaki može donijeti najviše 10 bodova.

1. Skupovi A, B, C podskupovi su univerzalnog skupa S . Poznati su sljedeći podaci:

- $|S| = 36$,
- $|A \cap B \cap C| = 3$,
- $|(A \cup B \cup C)^c| = 8$,
- $|A \cap B| = 5$,
- $|A \cap C| = 7$,
- $|C| = 20$,
- $|B \setminus A| = 11$,
- $|B \setminus C| = 5$.

Koristeći Vennove dijagrame izračunajte broj elemenata u skupu A .

2. (a) Ispitajte je li funkcija

$$f(x) = \frac{-x^3 + x}{3x^2 + 2}$$

parna/neparna.

(b) Odredite prirodnu domenu funkcije

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}.$$

Je li ta funkcija injekcija?

3. (a) Izračunajte limes:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 + 5)^3 (3\sqrt{n} + 1)^2}{n^7 + 6(n-1)^5}.$$

(b) Niz $(a_n)_n$ zadan je rekurzivno kao $a_1 = 3$ te $a_{n+1} = 2a_n - 1$ za sve $n \in \mathbb{N}$. Matematičkom indukcijom dokažite da je opći član niza zadan formulom $a_n = 2^n + 1$ za sve $n \in \mathbb{N}$.

4. Izračunajte limese:

(a)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{2x^2 - 6x - 8},$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} 3x \cdot \sin 2x).$$