MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Četvrti ispitni rok - 10. rujna 2024.

ZADATAK 1

(20 bodova) Za sljedeće skupove odredite jesu li sustav izvodnica za $M_2(\mathbb{R})$. Ukoliko jesu reducirajte ih do (neke) baze, a ako nisu, odredite jedan direktni komplement pripadne linearne ljuske:

(a) $M = \left\{ A \in M_2(\mathbb{R}) : A - A^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$,

(b) $L = \{A \in M_2(\mathbb{R}) : A^2 = 0\}$.

MATIČNI BROJ STUDENTA

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Četvrti ispitni rok - 10. rujna 2024.

ZADATAK 2

(20 bodova)

(a) Odredite sve $\lambda \in \mathbb{R}$ za koje je prostor rješenja homogenog sustava $AX = 0$ dimenzije 2, gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & 7 & 1 \\ 8 & -6 & -1 & -5 & 9 \\ 7 & -3 & 7 & 17 & \lambda \end{bmatrix}.$$

(b) Pretpostavimo da je $B \in M_n(\mathbb{R})$ takva da vrijedi $B^{2024} = I$. Odredite sva rješenja sustava $BX = 0$.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Četvrti ispitni rok - 10. rujna 2024.

ZADATAK 3

a) (16 bodova) Izračunajte determinantu

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & \cdots & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 4 & \cdots & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 4 & 4 & \cdots & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 4 & \cdots & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

b) (4 bodova) Odredite inverz matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Četvrti ispitni rok - 10. rujna 2024.

ZADATAK 4

a) (16 bodova) Riješite sustav

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + \lambda x_4 = 1 \\ x_2 + \lambda x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 + \lambda x_4 = 1 \end{cases}$$

b) (4 boda) Neka su p, q, r linearno nezavisni polinomi u $\mathcal{P}$, te neka su $M = [\{p, q\}]$, $L = [\{r, p + 2q + 3r\}]$ potprostori od $\mathcal{P}$. Odredite jednu bazu za $M + L$ i $M \cap L$.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Četvrti ispitni rok - 10. rujna 2024.

ZADATAK 5

a) (5 bodova) Neka je $(f) = \{f_1, \ldots, f_n\}$ baza za vektorski prostor V. Pokažite da svaki vektor iz V ima jedinstven prikaz u bazi (f).

b) (5 bodova) Neka je $A \in M_n(F)$ matrica koja u svakom retku i stupcu ima jedan koeficijent 1, a ostali koeficijenti su 0. Odredite $|\det A|$.

c) (10 bodova) Neka su $A, B \in M_n(F)$. Pretpostavimo da prvih r stupaca matrice B razapinje prostor koji sadrži ostale stupce matrice B. Dokažite da tada i prvih r stupaca matrice AB razapinje prostor koji sadrži ostale stupce matrice AB.