MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Treći ispitni rok - 27. kolovoza 2024.

ZADATAK 1

(20 bodova) Za sljedeće skupove odredite jesu li sustav izvodnica za $\mathbb{R}^n$, te ukoliko jesu, reducirajte ih do (neke) baze:

(a) $M = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n : x_1, \ldots, x_n \in \{-1, 1\}\}$,

(b) $L = \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1, \sum_{i=1}^n x_i = 0\}$.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Treći ispitni rok - 27. kolovoza 2024.

ZADATAK 2

a) (15 bodova) Neka su u $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ dani potprostori

$$\begin{aligned} K &= [\{\ p_1(t) = t^2 + 1,\ \ p_2(t) = t^2 + 2t + 2\ \}], \\ L &= [\{\ q_1(t) = t + 1,\quad q_2(t) = 3t^2 + 5t + 6\ \}]. \end{aligned}$$

Odredite po jednu bazu za $K + L$ i $K \cap L$.

b) (5 bodova) Odredi rang matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{2024} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 4 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

MATIČNI BROJ STUDENTA	IME I PREZIME	BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Treći ispitni rok - 27. kolovoza 2024.

ZADATAK 3

(20 bodova) U ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$ riješite sustav i odredite determinantu sustava:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 = \lambda + 1, \\ -x_1 - \lambda x_2 - (\lambda+1)x_4 = -\lambda - 2, \\ (-\lambda+1)x_2 + 2x_3 - \lambda x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + (\lambda+2)x_4 = \lambda + 2. \end{cases}$$

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Treći ispitni rok - 27. kolovoza 2024.

ZADATAK 4

(a) (7 bodova) Izračunajte inverz matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

(b) (6 bodova) Pokažite da je inverz regularne gornjotrokutaste matrice ponovno gornjotrokutasta matrica.

(c) (7 bodova) Pokažite da je adjunkta regularne gornjotrokutaste matrice ponovno gornjotrokutasta matrica.

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

LINEARNA ALGEBRA 1

Treći ispitni rok - 27. kolovoza 2024.

ZADATAK 5

(a) (10 bodova) Neka je V konačnodimenzionalni vektorski prostor te M i L njegovi potprostori. Pretpostavimo da nulvektor ima jedinstven zapis u obliku sume jednog elementa iz M i jednog iz L. Dokažite da tada svaki element iz $M + L$ ima jedinstven zapis u obliku sume jednog elementa iz M i jednog iz L.

(b) (10 bodova) Neka su $S_1, \ldots, S_n$ stupci matrice $A \in M_n$, te $i, j \in \{1, \ldots, n\}$. Nađite neko rješenje sustava $AX = S_i - S_j$.