

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 1. (5 bodova) Neka je f cijela funkcija takva da je $\lim_{|z| \rightarrow \infty} f''(z) = 0$. Dokažite da je f polinom stupnja najviše 1. (Uputa: Koristite Liouvilleov teorem.)

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 2. (5 bodova) Odredite sve holomorfne funkcije $f = u + iv: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ čiji je realni dio zadan formulom

$$u(x, y) = 2(xe^x \cos y - ye^x \sin y).$$

Dobivene funkcije zapišite u varijabli z .

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 3. (5 bodova) Riješite u skupu \mathbb{C} jednadžbu

$$\cos(2z) = \cos^2 z + 2i \cos z.$$

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 4. (5 bodova) Odredite vrijednost integrala

$$\int_{\Gamma} \frac{e^{\pi iz}}{(z^3 - 1)(z - 1)} dz$$

ako je Γ pozitivno orijentirana kružnica

- (a) oko $z_0 = 1$ radijusa 1
- (b) oko $z_0 = -1 + i$ radijusa $\sqrt{2}$.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 5. (5 bodova) Koristeći razvoj eksponencijalne funkcije, razvijte u Taylorov red oko točke 0 funkciju

$$f(z) = \sin(z^2 + 1).$$

Odredite područje konvergencije dobivenog reda.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 1. (5 bodova) Neka je f cijela funkcija takva da je $\lim_{|z| \rightarrow \infty} f'''(z) = 0$. Dokažite da je f polinom stupnja najviše 2. (Uputa: Koristite Liouvilleov teorem.)

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 2. (5 bodova) Odredite sve holomorfne funkcije $f = u + iv: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ čiji je realni dio zadan formulom

$$u(x, y) = 3(xe^x \cos y - ye^x \sin y).$$

Dobivene funkcije zapišite u varijabli z .

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 3. (5 bodova) Riješite u skupu \mathbb{C} jednadžbu

$$\cos(2z) = \cos^2 z - 2i \cos z.$$

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 4. (5 bodova) Odredite vrijednost integrala

$$\int_{\Gamma} \frac{e^{-\pi iz}}{(z^3 - 1)(z - 1)} dz$$

ako je Γ pozitivno orijentirana kružnica

- (a) oko $z_0 = 1$ radijusa 1
- (b) oko $z_0 = -1 - i$ radijusa $\sqrt{2}$.

KOMPLEKSNA ANALIZA

Prvi kolokvij (nastavnički smjer) – 29. travnja 2022.

Zadatak 5. (5 bodova) Koristeći razvoj eksponencijalne funkcije, razvijte u Taylorov red oko točke 0 funkciju

$$f(z) = \cos(z^2 + 1).$$

Odredite područje konvergencije dobivenog reda.