Krešimir Kumerički:

Bilješke s predavanja

Fizika elementarnih čestica II

ak. godina 2016/2017.

Simetrije u kvantnoj mehanici i teoriji polja

Simetrije su transformacije

$$\psi \to \psi' = U\psi$$

koje nemaju opazivih posljedica.

$\Rightarrow$ U je uglavnom linearan i unitaran (Wignerov teorem)

Skup svih operatora simetrije $\{U_1, U_2, \ldots\}$ tvori grupu.

Kad je simetrija kontinuirana operatore transformacije parametriziramo $U(\vartheta)$, $\vartheta \in \mathbb{R}$ i često je dovoljno promatrati samo infinitezimalne transformacije:

$$U(\varepsilon) = 1 - i\,\underbrace{\varepsilon}_{\text{parametar} \ll 1}\,\underbrace{G}_{\text{operator „generator"}}$$

Konačne transformacije dobivamo kompozicijom infinitezimalnih

$$U(\vartheta = \lim_{\substack{N\to\infty \\ \varepsilon\to 0 \\ \vartheta \to \text{const}}} N\varepsilon) = \lim \left(1 - i\frac{\vartheta}{N}G\right)^N = e^{-i\vartheta G}$$

$$1 = U^\dagger U = (1 + i\varepsilon G^\dagger)(1 - i\varepsilon G) = 1 + i\varepsilon(G^\dagger - G) + O(\varepsilon^2) \Rightarrow G = G^\dagger$$

tj. G je hermitski, opservabla i očuvan $[U,H]=0$, $[U,G]=0$

Ako transformacije ovise o više parametara imamo više generatora. Npr. rotacije

$$U(\vec{\vartheta}) = e^{-i\vec{\vartheta}\cdot\vec{L}}$$

Skoro sve posljedice simetrije slijede iz komutacijskih relacija („algebre") generatora. Npr.

$$[L_i, L_j] = i\,\varepsilon_{ijk} L_k$$

Simetrije je lakše promatrati kroz Lagranžijan nego kroz jednadžbe gibanja. (Lagranžijan je Lorentz-invarijantni skalar.)

Euler-Lagrangeove jednadžbe kvantne teorije polja

$$\boxed{\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0} \qquad \left\{ \text{cf. } \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \right.$$

Npr.

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi$$

(Konjugirani „impuls" od ψ je $\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0 \psi)} = i\bar{\psi}\gamma^0 = i\psi^\dagger$ pa ψ i $\psi^\dagger$ (ili $\bar{\psi}$) smatramo nezavisnim varijablama. E-L jednadžba za $\bar{\psi}$ onda odmah daje

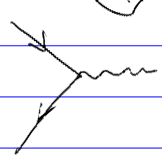
$$\underbrace{\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi})}}_{=0} - \underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}}}_{(i\not{\partial}-m)\psi} = 0 \quad \rightarrow \text{Diracova jednadžba gibanja}$$

Lagranžijan omogućuje i izravno očitavanje Feynmanovih pravila:

*) vrh se dobije od članova u $i\mathcal{L}$ „skidanjem" polja. Npr.:

$$i\mathcal{L}_{QED} = i\bar{\psi}(i\not{\partial} - \underbrace{g}_{Qe}\not{A} - m)\psi = -ieQ\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu \psi$$

$$\Downarrow$$

 $= -ieQ\gamma^\mu$

*) propagator je i puta inverz kinetičkog operatora

$$\mathcal{L}_{QED\,kin.} = \bar{\psi}(\underbrace{i\not{\partial}}_{\not{p}} - m)\psi \Longrightarrow i\frac{1}{\not{p}-m}\cdot\frac{\not{p}+m}{\not{p}+m} = i\frac{\not{p}+m}{p^2-m^2}$$

Izospin

Heisenberg: nuklearne sile ne razlikuju proton i neutron
(sve razlike potječu od različitog naboja)

Ideja: $|p\rangle$ i $|n\rangle$ su dva stanja iste čestice,
tzv. nukleona $|N\rangle$ u istom smislu u kojem su
$|e\uparrow\rangle$ i $|e\downarrow\rangle$ dva spinska stanja istog elektrona.

Za spin-$\frac{1}{2}$ sustav znamo da je operator spina $\vec{S} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$,

općenito stanje je lin. komb. baze

$$|\uparrow\rangle = |s=\tfrac{1}{2}, s_3=\tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad ; \quad |\downarrow\rangle = |s=\tfrac{1}{2}, s_3=-\tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},$$

a općenita rotacija u tom 2D prostoru

$$U(\vec{\vartheta}) = e^{-i\vec{\vartheta}\cdot\frac{\vec{\sigma}}{2}} = \cos\frac{\vartheta}{2} - i\,\hat{\vartheta}\cdot\vec{\sigma}\,\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$U(\vec{\vartheta}) \in SU(2)$$

specijalna (det $U=1$) unitarna ($U^\dagger U = 1$) grupa 2x2 matrica

Analogno, operator izospina za nukleon je $\vec{T} = \frac{1}{2}\vec{\tau}$

gdje je baza

$$|p\rangle = |T=\tfrac{1}{2}, T_3=\tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad ; \quad |n\rangle = |T=\tfrac{1}{2}, T_3=-\tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

Za razliku od spina u prirodi se ne realiziraju superpozicije
poput $\frac{1}{\sqrt{2}}(|p\rangle + |n\rangle)$ (cf. superselection rules), ali svejedno
pretpostavljamo simetriju na sve rotacije

$$U(\vec{\alpha}) = e^{-i\vec{\alpha}\cdot\vec{T}} \qquad \vec{\alpha} \in \mathbb{R}^3 \text{ – kut u apstraktnom izospinskom prostoru}$$

$|p\rangle = |uud\rangle$; $|n\rangle = |udd\rangle$; izospinska simetrija nukleona je zapravo posljedica izospinske simetrije kvarkova

$$|u\rangle = |\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad |d\rangle = |\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

SU(2) „okusa" (flavour) okusi kvarka: u, d, s, ...

Jaka sila se teško tretira računom smetnje i identifikacija simetrije nam je od velike pomoći.
Izospinska simetrija povezuje amplitude različitih procesa (vidi vježbe) te omogućuje klasifikaciju hadrona

Hadroni – čestice koje međudjeluju jakom silom

barioni	mezoni	egzotični hadroni
$\lvert qqq\rangle$	$\lvert q\bar{q}\rangle$	$\lvert qqqq\bar{q}\rangle$ (pentakvark), glueballs, ...

Izospin hadrona se slaže od izospina kvarkova koristeći pravila zbrajanja poznata iz teorije momenta impulsa

Stanje dva kvarka (ne postoji kao posebna čestica u prirodi)

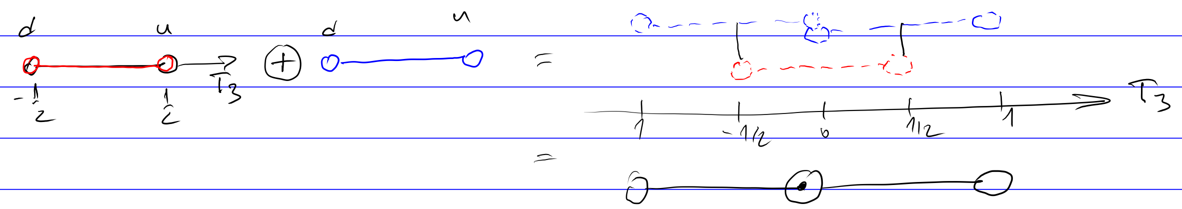
$$|q\rangle \otimes |q\rangle = |T=\tfrac{1}{2}\rangle \otimes |T=\tfrac{1}{2}\rangle = |T=1\rangle \oplus |T=0\rangle$$

$$\underset{\text{(dublet)}}{2} \otimes \underset{\text{(dublet)}}{2} = \underset{\text{(triplet)}}{3} \oplus \underset{\text{(singlet)}}{1}$$

$$\boxed{\begin{matrix} u \\ d \end{matrix} \otimes \begin{matrix} u \\ d \end{matrix}} = \boxed{\begin{matrix} uu \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(ud+du) \\ dd \end{matrix} \oplus \frac{1}{\sqrt{2}}(ud-du)}$$

SIMETRIČNO NA 1↔2 | ANTISIM.

Zahvaljujući običnom zbrajanju T_3 postoji i grafička metoda (koja će biti zanimljivija kasnije kod SU(3) okusne simetrije.



Barioni : qqq

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 2 \otimes (3 \oplus 1) = 4 \oplus 2 \oplus 2$$

– nije simetrično
– tu su p i n

$T = \frac{3}{2}$

potpuno simetrično na 1 → 2 → 3 → 1

	T_3	ime
$\vert uuu\rangle$	$\frac{3}{2}$	Δ^{++}
$(\ldots)$	$\frac{1}{2}$	Δ^{+}
$(\ldots)$	$-\frac{1}{2}$	Δ^{0}
$\vert ddd\rangle$	$-\frac{3}{2}$	Δ^{-}

Eksperiment: Δ čestice imaju spin $J = \frac{3}{2}$.

Očekuje se da su kvarkovi u osnovnom orbitalnom stanju $(L=0)$.
$J = L + S \Rightarrow S = \frac{3}{2}$ tj. spinski dio je $|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$

$$\psi_{\Delta^{++}} = \underbrace{\eta_{prostor}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)}_{\text{osnovno stanje}} \cdot \chi_{spin}(s_1, s_2, s_3)$$

osnovno stanje
(Δ su najlakši barionski kvartet)
→ simetrično na zamjene čestice

$|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$
(isto simetrično)

No $\Delta^{++} = |uuu\rangle$ → tri identične čestice pa stanje mora biti antisimetrično na zamjenu bilo koje dvije!

Rješenje problema: uvođenje novog kvantnog broja za kvarkove: BOJA

Svaki kvark dolazi u tri moguća bojna stanja $|r\rangle, |g\rangle, |b\rangle$

$$\psi_{\Delta^{++}} = \eta_{prostor} \cdot \chi_{spin} \cdot \underbrace{\xi_{boja}(c_1, c_2, c_3)}_{\text{antisimetrično}}$$

; sve je O.K.

Totalnu antisimetriju tražimo od bariona i kad kvarkovi nisu identični:

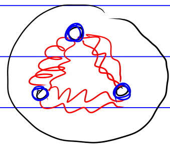
$$\psi_{qqq} = \phi_{okus} \cdot \eta_{prostor} \cdot \chi_{spin} \cdot \xi_{boja}$$

SU(3) okusna simetrija

Izospinska simetrija je prilično dobra (u skladu s eksperimentom do na par posto) jer fundamentalna jaka sila (vidjet ćemo u sljedećem poglavlju) zaista ne ovisi o okusu kvarka. Ono što narušuje simetriju su različiti

1) naboji: $Q_u = \frac{2}{3}$ $\quad Q_d = -\frac{1}{3}$, ali $\alpha \ll \alpha_{strong}$

2) mase $m_u \sim 2\,\text{MeV}$ $\quad m_d \sim 5\,\text{MeV}$, ali energija privlačenja im je $\sim 300\,\text{MeV}$



p

$\longrightarrow \quad m_p \sim 1\,\text{GeV}$

Treći najlakši kvark: $\boxed{s}$ („strani", strange)

$m_s \sim 100\,\text{MeV}$

Izospin se može proširiti na simetriju transformacija 3D prostora razapetog s

$$u = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|q\rangle = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \longrightarrow |q'\rangle = U|q\rangle \qquad U = e^{-i\alpha_a T_a} \in SU(3)$$

Posljedice ove simetrije nisu kvantitativno tako dobre. Greške su $O\left(\frac{m_s}{300\,\text{GeV}}\right) \sim 20-30\,\%$ ali

1. negdje je i takva greška prihvatljiva
2. važna je za klasifikaciju čestica
3. povijesno važna (otkriće kvarkova)

(A poznavanje SU(3) grupe će biti od koristi za SU(3) bojnu simetriju u sljedećem poglavlju.)

Općenita det=1 unitarna N×N matrica ima N^2-1 realnih parametara tj. SU(N) grupa ima N^2-1 generatora (N×N hermitskih matrica traga nula)

$$\left(\det e^{-i\alpha_a T_a} = e^{-i\alpha_a \mathrm{Tr}\, T_a} = 1 \Rightarrow \mathrm{Tr}\, T_a = 0 \right)$$

SU(2) : $2^2-1=3$ Paulijeve matrice $T_i = \frac{1}{2}\sigma_i$; Jedna dijagonalna: σ_3

stanje: $|T_3\rangle$

sv. vrijednost operatora T_3 za to stanje

SU(3) : $3^2-1=8$ Gell-Mannovih matrica

– $T_a = \frac{1}{2}\lambda_a \quad a=1,\dots,8$ $\qquad \lambda_{1,2,3} = \left(\begin{array}{c|c} \sigma_{1,2,3} & \begin{matrix}0\\0\end{matrix} \\ \hline 0\ 0 & 0 \end{array}\right), \dots$

SU(2) izospina ⊂ SU(3) okusa

– dvije dijagonalne: $\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 0 \end{pmatrix}$; $\lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{pmatrix}$

stanje: $|T_3, Y = \frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8\rangle$

izospin — hipernaboj

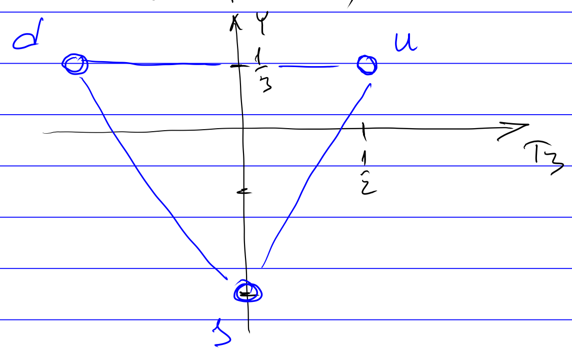
	T_3	Y	Q	B	$S=Y-B$
u	1/2	1/3	2/3	1/3	0
d	−1/2	1/3	−1/3	1/3	0
s	0	−2/3	−1/3	1/3	−1

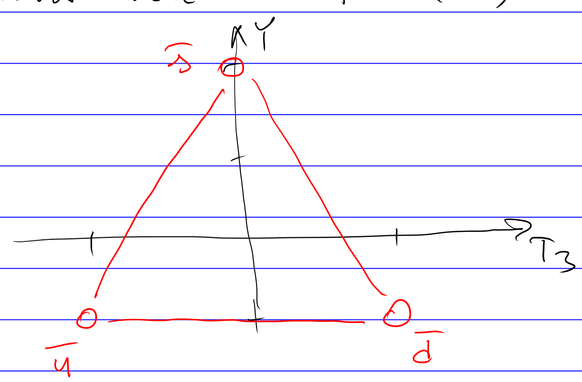
B - barionski broj
*) 1/3 za sve kvarkove
*) 1 za sve barione
*) 0 za sve ostalo
apsolutno očuvan eksperimentalno

(Približno) očuvanje hipernaboja je bilo otkriveno putem očuvanja stranosti S : čestice s $S \neq 0$ su se sporije raspadale i stvarale su se samo u parovima

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \qquad \text{(Gell-Mann i Nishijima)}$$

Kvarkovski triplet (3) Antikvarkovski antitriplet ($\bar{3}$)

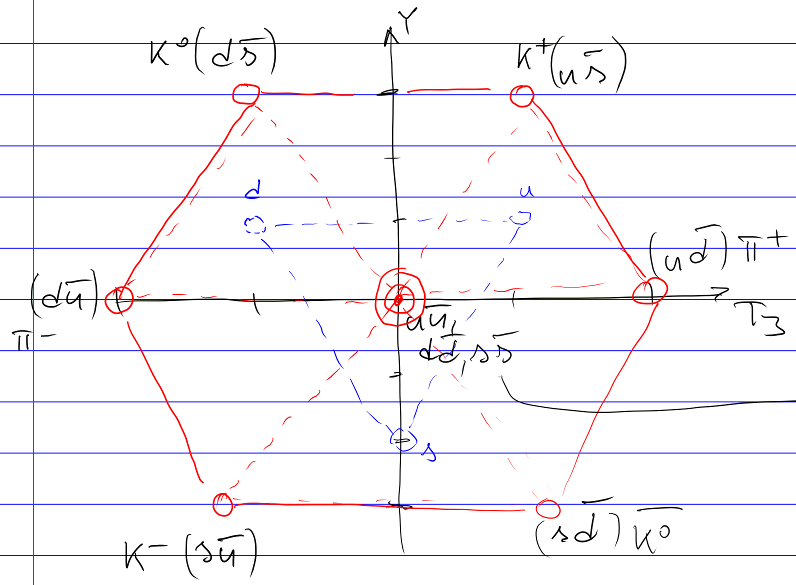




„Zbrajanje i množenje" multipleta u SU(3) se izvodi raznim metodama:

– operatori dizanja i spuštanja (Thomson)
– tenzorske metode } izborni kolegiji i skripte
– Youngovi tabloi

Mezoni: $|q\bar{q}\rangle$ $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$



Jedna lin. komb.:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\left(u\bar{u}+d\bar{d}+s\bar{s}\right) \equiv \eta'$$

je SU(3) singlet, a druge dvije pripadaju oktetu: π^0 i η

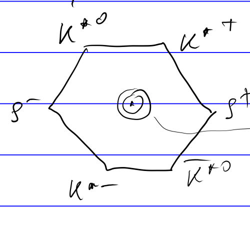
$J=0$ $(L=0,\ S=0)$

Paritet mezona je $-(-1)^L \rightarrow$ pseudoskalarni oktet i singlet

↑ je čestica i antičestica općenito imaju suprotni paritet

$$\begin{cases} P\,u(\vec{p},s) = \gamma_0 u(-\vec{p},s) = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot(-\vec{p})}{E+m}\chi \end{pmatrix} = u(\vec{p},s) \\ P\,v(\vec{p},s) = -v(\vec{p},s) \end{cases}$$

$J=1$: $(L=0,\ S=1)$, $P=-1$ $\rightarrow$ vektorski nonet

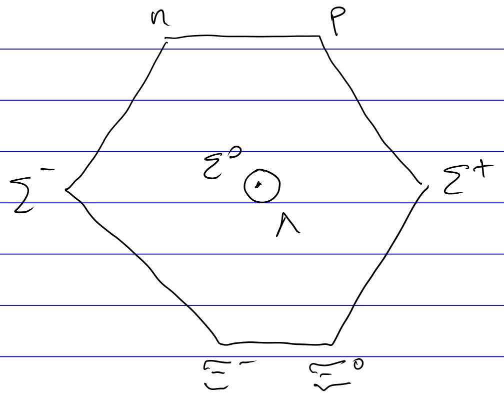


$\rightarrow \rho^0, \omega, \phi = s\bar{s}$ ↗ miješanje 8 i 1 stanja

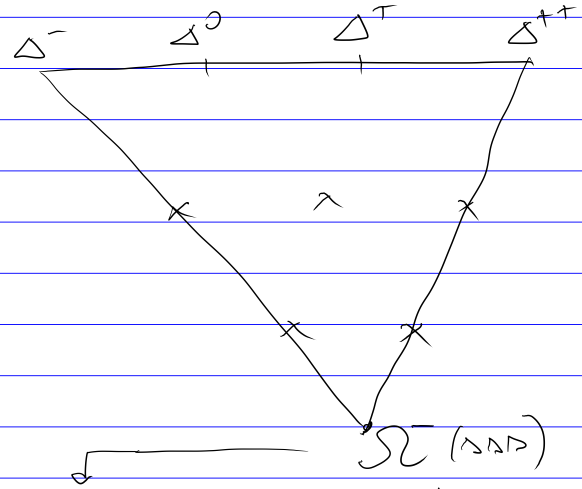
Barioni : (qqq)

$$3 \times 3 \times 3 = 10 + 8 + 8 + 1$$

Barionski oktet $J^P = \frac{1}{2}^+$



Barionski dekuplet $J^P = \frac{3}{2}^+$



– Gell-Mannovo predviđanje ove čestice je etabliralo kvarkovski model
– Isto kao Δ^{++} treba boju da bi valna funkcija bila antisimetrična

Baždarno načelo

U QM $\psi(x)$ i $e^{-i\alpha}\psi(x)$ opisuju isto stanje.

$$e^{-i\alpha} \in U(1)$$

Transformacija je globalna: ista promjena faze za svaki x.

Baždarno načelo traži simetriju i na lokalnu transformaciju.

$$\psi(x) \to e^{-i\alpha(x)}\psi(x)$$

(To je slično idejama teorije relativnosti.)

Formule iz Thompsona se dobiju zamjenom
$\alpha(x) \to -q\chi(x)$

Da li je Diracova teorija baždarno simetrična?

$$\bar\psi(x) \to \bar\psi(x)\, e^{+i\alpha(x)}$$

$$\mathcal{L} = \bar\psi(i\partial\!\!\!/ - m)\psi \to \bar\psi e^{+i\alpha(x)}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)e^{-i\alpha(x)}\psi(x)$$

$$= \bar\psi \cancel{e^{+i\alpha(x)}}\, \cancel{e^{-i\alpha(x)}}\left[i\gamma^\mu\partial_\mu\psi(x) + \gamma^\mu(\partial_\mu\alpha(x))\psi(x) - m\psi(x)\right]$$

$$= \bar\psi(i\partial\!\!\!/ - m)\psi + \bar\psi(\partial\!\!\!/\alpha(x))\psi \neq \mathcal{L}$$

Diracova teorija za slobodan čestica nije baždarno simetrična.

No, dodamo li interakciju s em poljem

$$\mathcal{L} = \bar\psi(i\partial\!\!\!/ - q A\!\!\!/ - m)\psi$$

poštuje baždarnu simetriju ako tražimo da se $A^\mu(x)$ transformira kao

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{1}{q}\partial_\mu\alpha(x)$$

što je upravo baždarna transformacija za koju znamo iz KED da ne mijenja $\vec{E}$ i $\vec{B}$. Provjeravamo:

$$\mathcal{L}_{QED} \to \bar\psi(i\partial\!\!\!/ - m)\psi + \cancel{\bar\psi(\partial\!\!\!/\alpha)\psi} - q\bar\psi A\!\!\!/\psi - \cancel{q\bar\psi\frac{1}{q}(\partial\!\!\!/\alpha)\psi} = \mathcal{L}_{QED}$$

✓

Dakle, zahtjev baždarne simetrije nas tjera da uvedemo „kompenzirajuće" polje $A_\mu(x)$ – tzv. baždarno polje, gdje su oblik interakcijskog člana i transformacija A_μ potpuno fiksirani zahtjevom simetrije.

Kovarijantna derivacija $D_\mu \psi \equiv (\partial_\mu + igA_\mu)\psi$ je takva derivacija da se $(D_\mu\psi)$ transformira isto kao ψ.

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu + igA_\mu)\psi \rightarrow (\partial_\mu + igA_\mu + i(\partial_\mu\alpha))\, e^{-i\alpha}\psi$$

$$= \left(\cancel{-i(\partial_\mu\alpha)} + \partial_\mu + igA_\mu + \cancel{i(\partial_\mu\alpha)}\right)\psi = D_\mu\psi$$

i imamo kompaktni zapis

$$\mathcal{L} = \bar\psi(i\not{D} - m)\psi$$

jednadžba gibanja: $(i\not{D} - m)\psi = 0$

Zahtjev se dalje proširuje na dijelove Lagranžijana koji ne uključuju $\psi(x)$:

Tenzor em polja $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ je baždarno invarijantan

$$F_{\mu\nu} \rightarrow \partial_\mu\left(A_\nu + \frac{1}{g}\partial_\nu\alpha\right) - \partial_\nu\left(A_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha\right) = F_{\mu\nu} + \frac{1}{g}\underbrace{(\partial_\mu\partial_\nu\alpha - \partial_\nu\partial_\mu\alpha)}_{=0} \checkmark$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{QED} = \bar\psi(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}$$

najjednostavniji baždarno invarijantni skalar izgrađen od A_μ

Euler–Lagrangeova jednadžba

*) za $\bar\psi$: $\boxed{(i\not{D} - m)\psi = 0}$ (Dirac)

*) za A_ν: $\partial_\mu \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial A_\nu} = \partial_\mu \frac{\partial}{\partial(\partial_\mu A_\nu)}\left(-\frac{1}{4}\right)\underbrace{(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)}_{4F^{\mu\nu}}$

$i\partial_\mu = i\partial_\mu - gA_\mu$

$$-\big(\underbrace{-g\bar\psi\gamma^\nu\psi}_{j^\nu}\big) = 0$$

j^ν – em struja

$\Rightarrow \boxed{\partial_\mu F^{\mu\nu} = j^\nu}$ (Maxwell)

Sva kemija i biologija i veći dio fizike slijedi iz baždarnog načela!

Slaba i jaka sila također slijede iz baždarnog načela uz nešto složenije transformacije.

Kvantna kromodinamika (QCD)

Kvarkovi imaju i kvantni broj boje: 3D: r, g, b

Baždarne transformacije odgovorne za jaku silu je

$$q_L = \begin{pmatrix} q_r \\ q_g \\ q_b \end{pmatrix} \longrightarrow \underbrace{e^{-i\alpha_a(x)T_a}}_{\in SU(3)} \begin{pmatrix} q_r \\ q_g \\ q_b \end{pmatrix}$$

T_a : 3x3 matrice, generatori $su(3)$: Nema fizikalne veze s SU(3) okusa, ali matematika je ista.

$$T_a = \frac{1}{2}\lambda_a \qquad \lambda_a - \text{Gell-Mannove matrice}$$

$$a = 1, 2, \ldots, 8$$

$$[T_a, T_b] = i \underbrace{f_{abc}}_{} T_c \quad \text{strukturne konstante grupe } SU(3)$$

Da bi kompenzirali 8 $\alpha_a(x)$ transformacije treba nam 8 baždarnih polja: $G_\mu^a(x)$ – gluoni

$$\boxed{\mathcal{L}_{QCD} = \sum_{f=u,d,\ldots,t} \bar{q}_{f,A}\left(i\not{\partial}\,\delta_{AB} - g_s T^a_{AB} \not{G}^a(x) - m_f\right) q_{f,B} - \frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{\mu\nu}_a}$$

$$A = 1,2,3 \text{ ili } r,g,b$$
$$a = 1,2,\ldots,8$$

Dvije (povezane) komplikacije obzirom na QED slučaj:

1. Osim situacije da ∂_μ ne komutira s $e^{-i\alpha_a(x)T_a}$ (već viđeno u QED) imamo:

$$\bar{q}(-g_s T^a \not{G}^a) q \to \bar{q}\, e^{i\alpha_a(x)T_a} (-g_s T^b \not{G}^b)\, e^{-i\alpha_c(x)T_c} q$$

ne komutiraju

pa je potrebna kompenzirajuća transformacija gluona složenija:

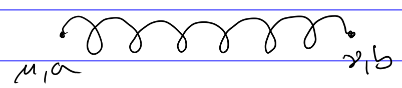
$$G_\mu^a \to G_\mu^a + \frac{1}{g_s}\partial_\mu \alpha^a + f^{abc}\alpha^b G_\mu^c$$

2. Gluonski tenzor je $F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu - g_s f^{abc} G^b_\mu G^c_\nu$

zahvaljujući kvadratnom članu

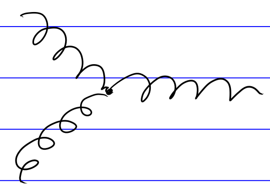
$\mathcal{L} = \dots - \frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F_a^{\mu\nu}$ sadrži,

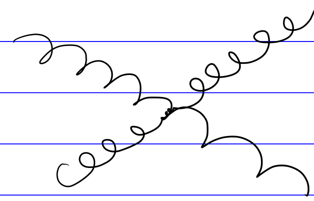
pored članova $\propto G^2$, odgovornih za gluonski propagator:



$$= -i \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \delta_{ab}$$

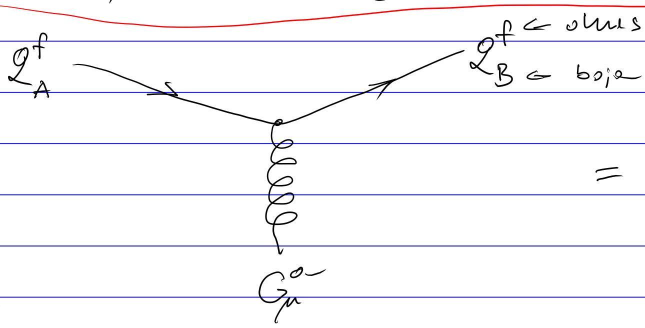
i članove samomeđudjelovanja gluona $\propto G^3, G^4$





(za Feynmanova pravila vidi literaturu)

Konačno, iz $i\mathcal{L}_{QCD}$ očitamo kvarkovsko-gluonski vrh



$$= -i g_s T^a_{BA} \gamma^\mu$$

Za razliku od fotona koji nemaju naboj, gluoni imaju boju.

$G^a_\mu \Longleftrightarrow A\bar{B}$ 8 gluona imaju boje $\underbrace{r\bar{r}, r\bar{g}, r\bar{b}, g\bar{r}, \dots}$

svih 9 kombinacija osim bezbojne: $(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

$3 \times 3 = 8 + 1$ (kao i okusi kvarkova u mezonima)

Zatočenje kvarkova i gluona

- nisu nikad primijećeni izvan hadrona

Hipoteza zatočenja: U QCD-ju su sva izolirana kvantna stanja bojno neutralna.
(Ili: Svi hadroni su $\underbrace{\text{bojni singleti}}_{\text{matematički precizan iskaz „neutralnosti"}}$)

Posljedica hipoteze: mogući hadroni su:

$q\bar{q}$: $3\times\bar{3} = 8+1$ (imamo i SU(3) okusa, ovo je SU(3) boje!)

↳ $\psi_{boja}(q\bar{q}) = \frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$

$\cancel{qq}$: $3\times 3 = 6+\bar{3}$ ne može!

qqq: $3\times 3\times 3 = 10+8+8+1$ $\quad \psi_{boja}(qqq) = \frac{1}{\sqrt{6}}(rgb - rbg + gbr - grb + brg - bgr)$

↳ antisimetrično na zamjenu čestice

GG: $8\times 8 = 27+10+\overline{10}+8+8+1$, a mogući su i egzotična stanja $qq\bar{q}\bar{q}$, $qqqq\bar{q}$, ...

Hipoteza još nije strogo dokazana. (\$1M za dokaz „masenog procjepa u Yang-Mills teoriji")

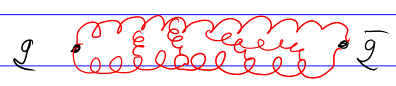
gluoni bez kvarkova (jednostavnije od QCD)

↓ jer slobodni gluon bi mogao imati proizvoljno malu energiju

*) Numeričke simulacije (QCD „na rešetci" čija su čvorišta točke diskretnog prostor-vremena)

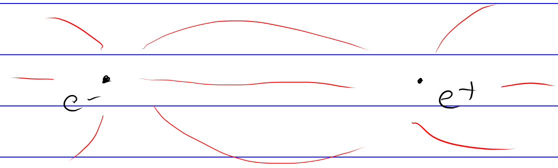
↳ sugeriraju da je hipoteza točna

*) Intuitivno „objašnjenje"



(samo-privlačenje gluona sažima silnice u „cijev")

vs. QED:

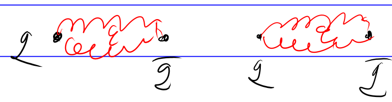


$V(r) = -\frac{\alpha}{r}$

$V(r) \sim \varkappa r$

↑ 1 GeV/fm (→ sila od 10^5 N)

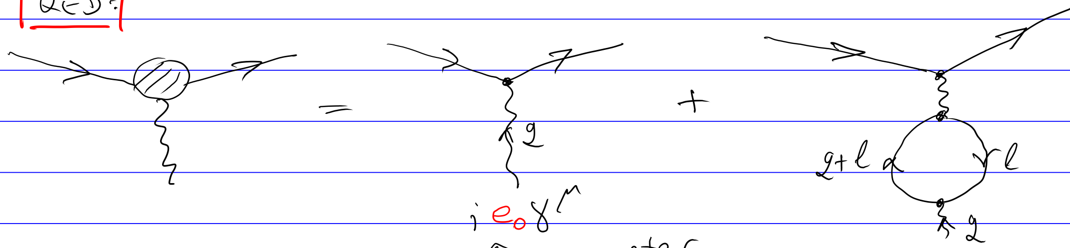
pa pri razdvajanju kvarkova brzo postaje energetski povoljnije stvoriti par $q\bar{q}$:



Klizanje konstante vezanja (QED i QCD) i asimptotska sloboda (QCD)

„Jakost" međudjelovanja fermiona i baždarnog bozona.

$\boxed{\text{QED:}}$



\+ daljnje korekcije

$ie_0\gamma^\mu$ ← parametar QED lagranžijana

$$\sim e^3\int d^4l\,\frac{1}{(\not l-m)(\not l+\not q-m)}$$

1. ovisi o q^μ
2. beskonačno je (integral divergira)

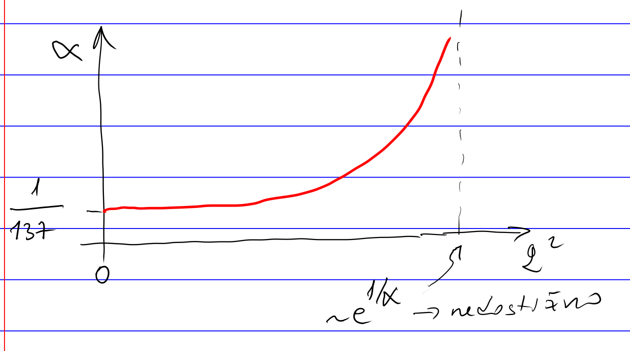
Tretman beskonačnosti vodi na tzv. „renormalizaciju" naboja $e_0 \to e$ gdje renormalizirani naboj, što i „klizi" $e(q^2)$ tj. ovisi o impulsu.

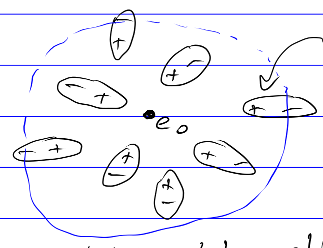
Račun u najnižem redu (jedne petlje):

$$\boxed{\alpha(q^2)=\frac{\alpha(\mu^2)}{1-\beta_0\frac{\alpha(\mu^2)}{4\pi}\ln\frac{q^2}{\mu^2}}}$$

$\alpha(\mu^2)$ – iznos na referentnom impulsu (μ^2) – iz eksperimenta

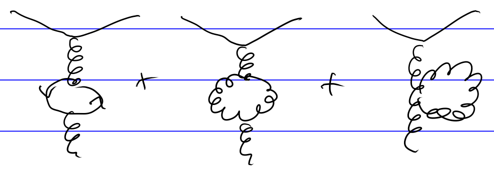
QED: $\beta_0=\frac{4}{3}$





na daljoj udaljenosti ($r^2\sim\frac{1}{q^2}$) e_0 je „zasjenjen" virtualnim e^-e^+ parovima pa izgleda slabiji

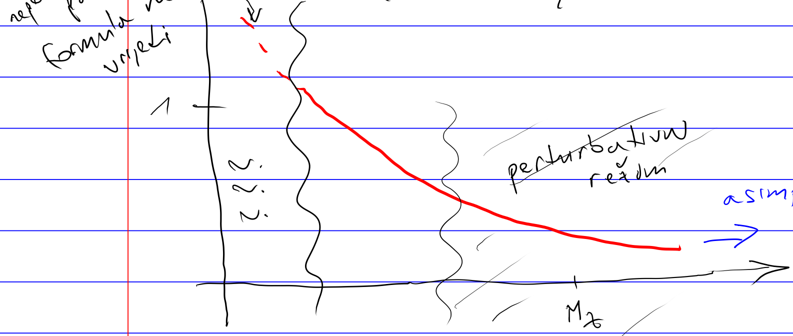
$\boxed{\text{QCD}}$



$$\Rightarrow\quad \boxed{\beta_0=\frac{2}{3}N_f-\frac{11}{3}N_c<0}$$

$N_c = 3$ (broj boja)

broj „aktivnih" kvarkova N_f — $N_f\le 6$



asimptotska sloboda: $\alpha_s(\infty)=0$

$\alpha(M_Z)=0.118$

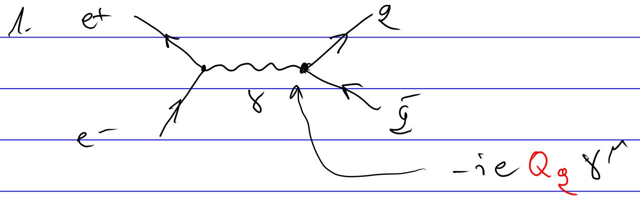
Anihilacija e^+e^- u hadrone

Znamo od ranije da u ultrarelativističkoj granici $(\beta \approx 1)$

$$\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$$

Odavde lako odredimo i udarni presjek za tvorbu para kvarkova. Potrebne su samo dvije modifikacije:

1.



$$Q_q = \begin{cases} 2/3 & \text{za } q = u, c, t \\ -1/3 & \text{za } q = d, s, b \end{cases}$$

2. Svaki kvark dolazi u 3 boje

$\Downarrow$

$$\sigma(e^+e^- \to q\bar{q}) = \frac{4\pi\alpha}{3s} Q_q^2 \times 3$$

U eksperimentu je pogodno mjeriti omjer

$$R_\mu = \frac{\sigma(e^+e^- \to q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = 3 \underbrace{\sum_{u,d,s,\ldots} Q_q^2}_{\text{suma po svim kvarkovima za koje imamo dovoljno energije } \sqrt{s} \text{ za stvoriti ih}}$$

tzv. „aktivni" kvarkovi

R_μ ima smisla gledati za $\sqrt{s} \sim$ nekoliko GeV da imamo šanse biti u perturbativnom režimu. Dakle u, d i s su uvijek aktivni.

$m_c \sim 1.2$ GeV, najlakše $J^P = 1^-$ $c\bar{c}$ stanje: J/ψ mezon 3,1 GeV

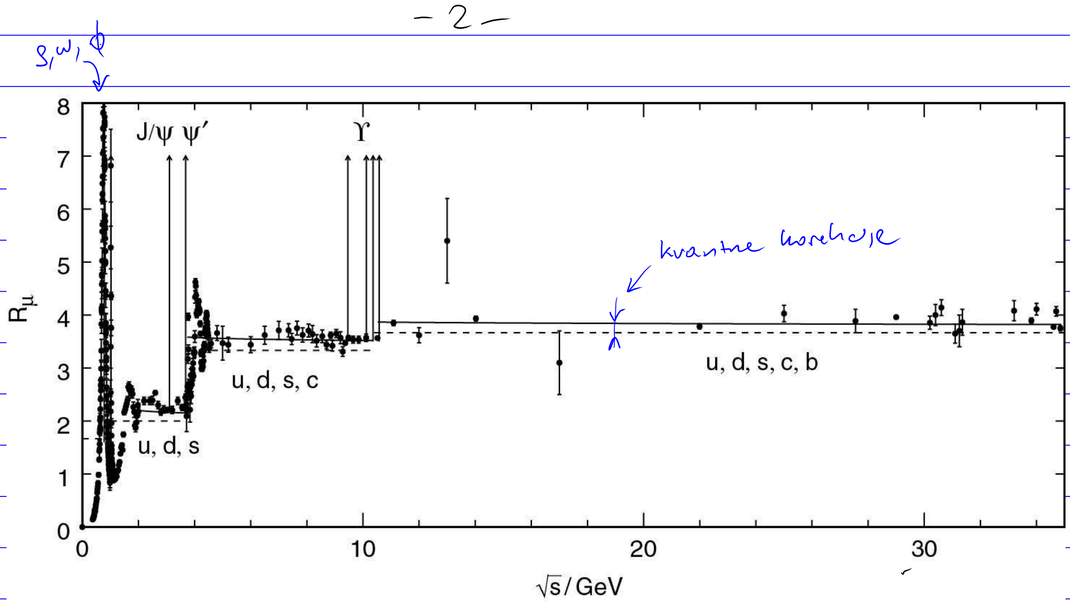
Dakle, za $\sqrt{s} \lesssim 3$ GeV očekujemo

$$R_\mu = 3(Q_u^2 + Q_d^2 + Q_s^2) = 3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 2$$

a za $\sqrt{s} \gtrsim 3$ GeV

$$R_\mu = 2 + 3 \times Q_c^2 = 2 + 3 \cdot \frac{4}{9} = \frac{10}{3}$$

Sljedeći prag je $\Upsilon(b\bar{b}) \sim 9{,}5$ GeV : $R_\mu = \frac{11}{3}$



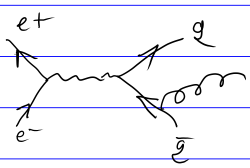
Izravna potvrda da kvarkovi dolaze u 3 boje!

Iznad režima $q\bar{q}$ rezonanci detektiramo mlazove hadrona (jets)

$e^+e^- \to q\bar{q} \to 2$ jets

$\to q\bar{q}g \to 3$ jets

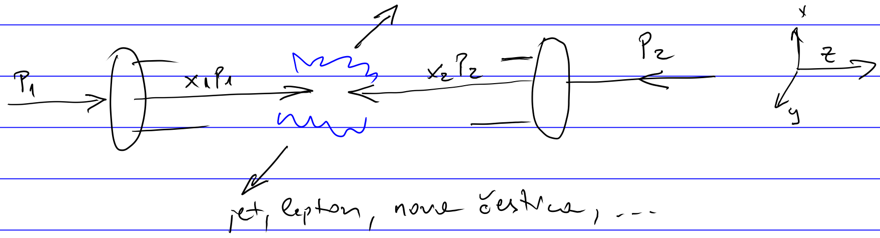
potisnuto s α_s



Iz kutne distribucije:
- saznajemo da gluon ima spin 1
- testiramo SU(3) simetriju $\mathcal{L}_{QCD}$

$$\frac{\sigma(e^+e^- \to 3 \text{ jets})}{\sigma(e^+e^- \to 2 \text{ jets})} \to \text{mjerimo } \alpha_s$$

Hadron – hadron raspršenja



CM sustav za partone koji se sudaraju (s longitudinalnim impulsima x_1P_1 i x_2P_2) nije isti kao CM sustav hadrona (s impulsima P_1, P_2).

Umjesto x_1, x_2, Q^2, kinematika hh sudara se opisuje pogodnijim varijablama:

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad \text{– transverzalni impuls čestice/mlaza}$$

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E+p_z}{E-p_z} \quad \text{– rapiditet čestice/mlaza}$$ (Varićakov parametar)

Longitudinalni (duž z osi) potisak za brzinu β:

$$p_T \to p_T$$
$$y \to y + \operatorname{Artanh} \beta$$

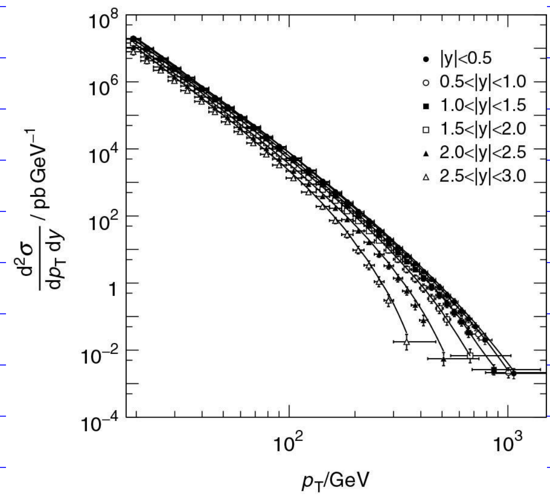
Pa su razlike rapiditeta $(y_1 - y_2)$ i udarni presjeci $\frac{d\sigma}{dy}$ invarijantni.

Također, ovisnost $\frac{d\sigma}{dy}$ o y je slaba i čestice se u detektoru raspršuju homogeno u y (a zgušnjavaju se u ϑ oko snopova)

Za hiperrelativističke čestice $\left(E \simeq |\vec{p}| = \frac{p_z}{\cos\vartheta}\right)$ $y \approx \eta = -\ln\left(\mathrm{tg}\,\frac{\vartheta}{2}\right)$

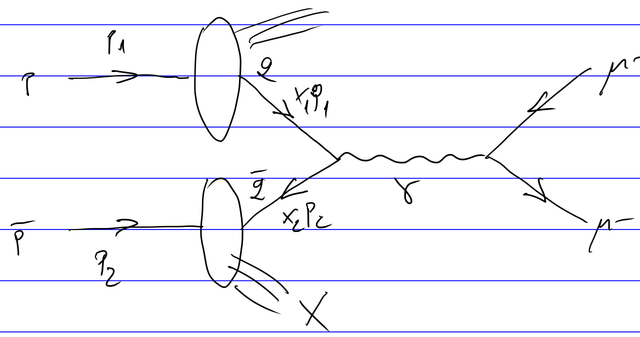
„pseudorapiditet"

izravno se mjeri u detektoru



Raspršenje Drella i Yana $\left(p\bar{p} \to \ell\bar{\ell} + X\right)$ bilo što

može i p ; $\mu^+\mu^-, e^+e^-, \ldots$



Obzirom na $\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-) = \dfrac{4\pi\alpha^2}{3s}$ imamo modifikacije:

1. Dodatni faktor Q_q^2 $\left\{ s = (P_1+P_2)^2 \xrightarrow[E \gg m_p]{} 2P_1P_2 \right\}$

2. $s \to \hat{s} = (x_1P_1 + x_2P_2)^2 = x_1^2P_1^2 + x_2^2P_2^2 + 2x_1x_2P_1P_2 \xrightarrow[E\gg m_p]{} 2x_1x_2P_1P_2 = x_1x_2 s$

3. Usrednjenje po bojama:

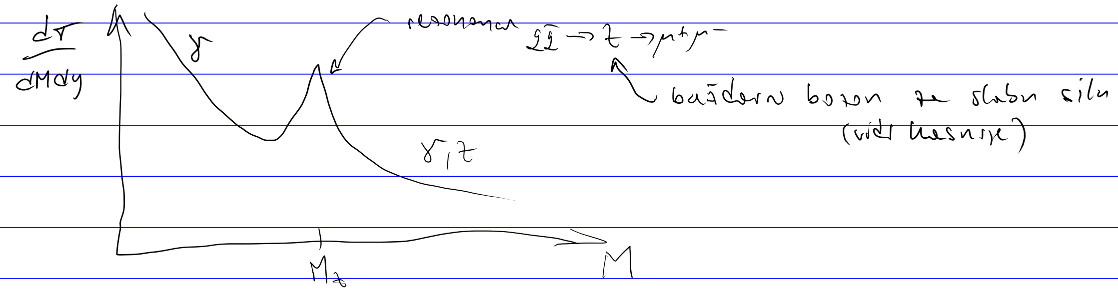
$$\frac{1}{N_c}\sum_{c_1 = r,g,b}\frac{1}{N_c}\sum_{\bar{c}_2 = \bar{r},\bar{g},\bar{b}} \underbrace{\sigma(q_{c_1}\bar{q}_{\bar{c}_2} \to \mu^+\mu^-)}_{\delta_{c_1c_2}\sigma(q\bar{q}\to\mu^+\mu^-)} = \frac{1}{N_c^{\cancel{2}}} \underbrace{\sum_{c_1}\underbrace{\sum_{\bar{c}_2}\delta_{c_1c_2}}_{=1}}_{=\cancel{N_c}} \sigma(q\bar{q}\to\mu^+\mu^-)$$

4. Množenje s vjerojatnošću da se u (anti)protonu nađe odgovarajući (anti)kvark s impulsom x_1 (x_2)

Sve skupa:

$$d^2\sigma_{DY} = \frac{1}{N_c}\frac{4\pi\alpha^2}{3x_1x_2 s}\underbrace{\left(\frac{4}{9}\overset{\text{PDF}}{u^p(x_1)}dx_1\,\underbrace{\bar{u}^{\bar{p}}(x_2)}_{=u^p(x_2)}dx_2 + \frac{1}{9}d^p(x_1)dx_1\,d^{\bar{p}}(x_2)dx_2 + \left\{\begin{array}{l}\text{mali doprinosi}\\ \propto \bar{u}^p u^{\bar{p}} \text{ itd.}\end{array}\right\}\right)}_{f(x_1,x_2)\,\underbrace{dx_1dx_2}_{\frac{2M}{s}dM\,dy}}$$

$M^2 = \hat{s} = x_1x_2 s$ – invarijantna masa leptonskog para



Slaba međudjelovanja

QED i QCD su slični : – zasnovani na baždarnom načelu
– bezmaseni prijenosnici sile

Prosječno vrijeme života čestica koje se raspadaju pod utjecajem tih sila :

$$\frac{\tau_{QED}}{\tau_{QCD}} \sim \frac{\alpha_s^2}{\alpha^2} \sim \frac{(0.1-1)^2}{0.01^2} \sim 10^4$$

I zaista $\tau(\Delta^{++}) \sim 10^{-23}$ s (dominantno $\Delta^{++} \to p\pi^+$)
$\tau(\pi^0) \sim 10^{-16}$ s (–//– $\pi^0 \to \gamma\gamma$)

Ali postoji i klasa puno sporijih procesa:
– raspadi „stranih" čestica $\tau \sim 10^{-10}$ s
– τ(neutron) ~ 900 s
} slaba sila

Specifičnosti : – prijenosnici sile $(W^\pm, Z^0)$ su masivni ~ 100 GeV
– slaba sila narušava paritet

Prostorna inverzija (paritet)

$P: \vec{x} \to -\vec{x}$. Za očekivati je $P^2 = 1$.

Ako je to i simetrija onda je po Wignerovom teoremu $P^+P = 1$.
$\Rightarrow P^+ = P$ pa je P i hermitski i unitaran i svojstvene vrijednosti su mu onda ± 1 (otud ime „paritet")

Fizikalne veličine i druge objekte često klasificiramo obzirom na njihova transformacijska svojstva na paritet i na

1. rotacije R_{ij}

masa $m \xrightarrow{R,P} m$ (skalar)

impuls $\vec{p} \xrightarrow{R} R\vec{p}$, $\vec{p} \xrightarrow{P} -\vec{p}$ (vektor)

mom. impulsa $\vec{L} \xrightarrow{R} R\vec{L}$, $\vec{L} \xrightarrow{P} +\vec{L}$ (aksijalni vektor)

helicitet $\vec{S}\cdot\hat{p} \xrightarrow{R} \vec{S}\cdot\hat{p}$, $\vec{S}\cdot\hat{p} \xrightarrow{P} -\vec{S}\cdot\hat{p}$ (pseudo-skalar)

2. Lorentzove transformacije $\Lambda^\mu{}_\nu$

masa $m \xrightarrow{\Lambda,P} m$ (skalar (Lorentzov))

4-impuls $p^\mu \to \Lambda^\mu{}_\nu p^\nu$, $p^\mu \xrightarrow{P} p_\mu = (E, -\vec{p})$ (4-vektor ili Lorentzov vektor)

4-potencijal $A^\mu \to \Lambda^\mu{}_\nu A^\nu$, $A^\mu \xrightarrow{P} (\phi, -\vec{A})$ (–//–)

(vidi vježbe FEČ1:)
$\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$ – aksijalni vektor
$\bar{\psi}\gamma^5\psi$ – pseudoskalar

Paritet QM stanja je umnožak pariteta prostornog dijela valne funkcije (obično $(-1)^\ell$) i intrinsičnih pariteta čestica.

Vježbe FEČ1: za Diracove čestice $\boxed{P=\gamma^0}$. $= \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}$

(Dirac-Pauli reprezentacija)

U sustavu mirovanja vidimo:

$$P\,u(m,0) = P\,N\begin{pmatrix}\chi\\0\end{pmatrix} = N\begin{pmatrix}\chi\\0\end{pmatrix} = +u(m,0)$$

$$P\,v(m,0) = P\,N\begin{pmatrix}0\\\chi\end{pmatrix} = -N\begin{pmatrix}0\\\chi\end{pmatrix} = -v(m,0)$$

intrinsični pariteti čestice i antičestice su suprotni.

Ovo ne vrijedi općenito i za ne-Diracove čestice. Npr. i π^+ i π^- su članovi $J^P=0^-$ pseudoskalarnog okteta.

Primjer: Raspad $\rho^0 \to \pi^+ + \pi^-$ je u skladu s očuvanjem pariteta jer

$$J^P(\rho^0)=1^- \Rightarrow \ell(\pi^+\pi^-)=1 \Rightarrow P(\pi^+\pi^-)=(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^\ell=-1 \checkmark$$

Ali raspad $\eta^0\to\pi^+\pi^-$ narušava paritet (pa ga jaka sila ne može inducirati) jer

$$J^P(\eta^0)=0^- \Rightarrow \ell(\pi^+\pi^-)=0 \Rightarrow P(\pi^+\pi^-)=(-1)(-1)\cdot(-1)^0=+1 \ ↯$$

Kako iz Lagranžijana vidimo da QED i QCD čuvaju paritet?

$$\mathcal{L}_{int} = -g\bar\psi\gamma^\mu\psi A_\mu = -g j^\mu A_\mu$$

(vidi se već odavde jer je to skalarni produkt 4-vektora tj. skalar)

$$\psi \xrightarrow{P} \gamma^0\psi \quad /^+$$

$$\psi^+ \xrightarrow{P} \psi^+\gamma^{0+} = \psi^+\gamma^0 \quad /\gamma^0 \Rightarrow \bar\psi \xrightarrow{P} \bar\psi\gamma^0$$

$$, \quad A_\mu=(\phi,-\vec A)\xrightarrow{P}(\phi,\vec A)=A^\mu$$

$$\mathcal{L}_{int} \xrightarrow{P} -g\bar\psi\underbrace{\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0}_{\begin{pmatrix}\gamma^0 & \mu=0\\ -\gamma^i & \mu=i\end{pmatrix}}\psi\cdot\begin{pmatrix}A_0 & \mu=0\\ -A_i & \mu=i\end{pmatrix} = \mathcal{L}_{int} \checkmark$$

QED i QCD međudjelovanje čuvaju paritet!

Nekad se vjerovalo da je paritet univerzalna simetrija.

Zagonetka: 2 čestice τ^+ i ϑ^+ koje su se raspadale u $\ell=0$ pionska stanja:

$$\tau^+\to\pi^+ + \pi^+ + \pi^- \qquad P(3\pi)=-1$$

$$\vartheta^+\to\pi^+ + \pi^0 \qquad P(2\pi)=+1$$

ali su imale istu masu i vrijeme života. (Ista čestica $= K^+$)

Lee & Yang: slabe sile ne čuvaju P. Wu: izravna potvrda u raspadu Co.

(vidi predavanje iz nuklearne fizike)

Dakle, ne može $\mathcal{L}_{int} = -g\bar{\psi}\not{A}\psi$ nego se ustanovilo:

$$\mathcal{L}_{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\,\overline{\psi_u}\,\underbrace{\gamma^\mu \tfrac{1}{2}(1-\gamma^5)}_{\gamma^\mu - \gamma^\mu\gamma^5}\,\psi_d\, W_\mu$$

je odgovorno za β-raspad

„weak charged current" → $W^{\pm}$

(„V − A struja")

Primjetimo se: operator kiralnosti γ^5. Svojstvene vrij: +1 „desna" kiralnost $\approx$ desni helicitet ($E \gg m$), −1 „lijeva" — ‖ —

Definiramo <u>kiralne projektore</u>:

$$P_L = \tfrac{1}{2}(1-\gamma^5) \qquad P_R + P_L = 1 \qquad P_R^2 = P_R\,,\ P_L^2 = P_L$$

$$P_R = \tfrac{1}{2}(1+\gamma^5) \qquad P_R \cdot P_L = 1 \qquad \gamma^\mu P_L = \gamma^\mu \tfrac{1}{2}(1-\gamma^5) = P_R\gamma^\mu$$

i kiralne spinore $u_L \equiv P_L u$, $u_R \equiv P_R u$ $\Rightarrow$ $u = (P_R + P_L)u = u_R + u_L$

$$\overline{u_L} = \overline{P_L u} = (P_L u)^\dagger \gamma^0 = u^\dagger \underset{\gamma^0\gamma^0 = 1}{\tfrac{1}{2}}(1-\gamma^{5\dagger})\gamma^0 = \bar{u}\,\tfrac{1}{2}(1-\underbrace{\gamma^0\gamma^{5\dagger}\gamma^0}_{-\gamma^5}) = \bar{u}P_R$$

$$\mathcal{L}_{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\,\overline{\psi_d}\,\underbrace{\gamma^\mu P_L}_{\gamma^\mu P_L^2 = P_R\gamma^\mu P_L}\,\psi_u\, W_\mu = -\frac{g}{\sqrt{2}}\,\overline{\psi_{d_L}}\,\gamma^\mu\,\psi_{u_L}\, W_\mu$$

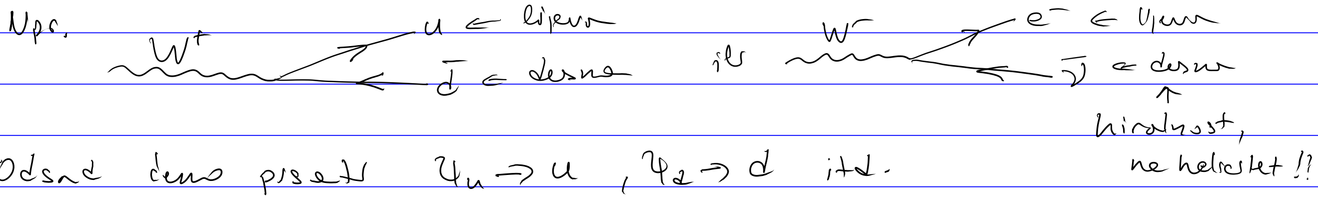
Kiralnost antičestice: $\gamma_5 \overset{E\gg m}{\approx} 2\vec{S}\cdot\hat{p}$, ali $\vec{S}^{(v)} = -\vec{S}$

pa je $\gamma_5 v = +v$ za lijevu antičesticu

i $P_L v = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)v = v_R$

Dakle, V−A struktura (P_L projektor u $\mathcal{L}_{cc}$) znači da W-bozon interagira isključivo s lijevim česticama, ali desnim antičesticama.

Npr.



Odsad ćemo pisati $\psi_u \to u$, $\psi_d \to d$ itd.

$$\mathcal{L}_{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\, \bar{d}_L \gamma^\mu u_L W_\mu$$ gdje je npr. $d_L \equiv P_L d = \begin{cases} P_L u_d \\ P_L v_d \end{cases}$ po potrebi

i govorit ćemo uvijek lijevi spinor, čestica, ... misleći na P_L-projekciju i znajući da će u slučaju pojave antičestice ona zapravo biti desna.

Dakle, $W^\pm$ interagiraju samo s česticama lijeve kiralnosti.
(Kažemo da $\mathcal{L}_{cc}$ maksimalno narušava paritet.)

W-propagator

$$= i\,\frac{\sum_{\lambda=1}^{3} \varepsilon^*_\mu(k,\lambda)\,\varepsilon_\nu(k,\lambda)}{k^2-m_W^2} = \frac{-i}{k^2-m_W^2}\Big(\overset{\text{transverzalne polarizacije}}{g_{\mu\nu}} - \overset{\text{longitudinalne polarizacije}}{\frac{k_\mu k_\nu}{m_W^2}}\Big)$$

$$\xrightarrow[k^2 \ll m_W^2]{} \frac{i\, g_{\mu\nu}}{m_W^2}$$ (dovoljno dobro za raspade $n, \mu, \pi, \ldots$ $|\vec{k}| \lesssim 1$ GeV)

Baždarne teorije slabih sila

Možemo li $\mathcal{L}_{cc}$ dobiti kao posljedicu nekog baždarnog načela?

Za razliku od fotona i gluona, $W^\pm$ mijenjaju tip čestice („okus")

Napišimo $\mathcal{L}$ po uzoru na $\mathcal{L}_{QED} = \bar{e}(i\not\partial - eQ\not A)e$ koji je bio posljedica simetrije $e \to e^{-i\alpha(x)}e$:

$$\mathcal{L} = (\bar{u}_L, \bar{d}_L)\left[i\not\partial \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \not W^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \not W^- \right] \underbrace{\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}}_{\equiv Q_L}$$

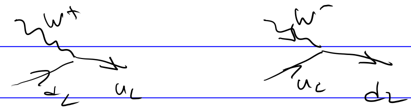
$$+ \bar{u}_R i\not\partial u_R + \bar{d}_R i\not\partial d_R$$

„lijevi dublet"

Ova dva člana kompletiraju kinetički dio

$$\bar{u}\gamma^\mu u = \bar{u}\gamma^\mu(P_L + P_R)u = \bar{u}\underbrace{\gamma^\mu P_L}_{P_R\gamma^\mu P_L} u + \bar{u}\underbrace{\gamma^\mu P_R}_{P_L\gamma^\mu P_R} u = \bar{u}_L\gamma^\mu u_L + \bar{u}_R\gamma^\mu u_R \qquad / i\partial_\mu$$

$W^\pm$ članovi su odgovorni za $\mathcal{L}_{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{u}_L \not W^+ d_L - \frac{g}{\sqrt{2}}\bar{d}_L \not W^- u_L$ ✓



(I slično bi imali za leptonski dublet $L_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$ i e_R i ν_R.)

Ovakav $\mathcal{L}$ bi mogli probati dobiti zahtjevom invarijantnosti na

$$Q_L \to e^{-i\alpha_+(x)\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - i\alpha_-(x)\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} Q_L$$

ali iz QCD slučaja znamo da moramo raditi s kompletnim skupom matrica s dobro definiranim komutacijskim relacijama. Najmanji skup koji sadrži $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ i $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ je generiran generatorima grupe SU(2):

$$T_{1,2,3} = \frac{1}{2}\sigma_{1,2,3} \qquad [T_i, T_j] = i\varepsilon_{ijk}T_k$$

↖ Paulijeve matrice

↖ strukturne konstante za SU(2)

Dakle tražimo invarijantnost na transformacije:

$$Q_L \to \underbrace{e^{-i\alpha_i(x)T_i}}_{\in SU(2)} Q_L \qquad T_i W_i^\mu \to U W^\mu U^{-1} + \frac{i}{g}(\partial_\mu U)U^{-1}$$

(cf. DZ4)

Po analogiji s SU(2) izospina koja je djelovala na dublete $\binom{u}{d}$ (nije bila baždarna simetrija) ovu simetriju zovemo SU(2) „slabog izospina" i često označavamo $\boxed{SU(2)_L}$

$$\mathcal{L} = \overline{Q_L}\, i\not{D}\, Q_L = \overline{Q}_L (i\not\partial - g T_i \not{W}_i) Q_L$$

$$= \overline{Q}_L \gamma_\mu \left(i\partial^\mu - g\frac{1}{2}\begin{pmatrix} W_3^\mu & W_1^\mu - iW_2^\mu \\ W_1^\mu + iW_2^\mu & -W_3^\mu \end{pmatrix}\right) Q_L \qquad (+u_R, d_R, L_L, e_R, \nu_R \text{ članovi})$$

$$= \overline{Q}_L \gamma_\mu \left\{ i\partial^\mu - \frac{g}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^\mu - iW_2^\mu)}_{\equiv W_+^\mu} - \frac{g}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^\mu + iW_2^\mu)}_{\equiv W_-^\mu} - \frac{g}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} W_3^\mu \right\} Q_L$$

No što je W_3^μ? To je neutralna čestica koja ne mijenja okus.

Foton? Ne, jer u leptonskom dijelu imamo $(\bar\nu_L, \bar e_L)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} W_3 \binom{\nu_L}{e_L}$

tj. W_3^μ interagira i s neutrinom.

U prirodi postoje i neutralna slaba međudjelovanja ($\mathcal{L}_{NC}$)
„neutral current"
koje prenosi Z^0 bozon (slične mase kao $W^\pm$). Npr. $\nu p \to \nu p$ DIS raspršenje ili spektri se rezonance u Drell-Yan raspršenju.

No, poznato je da Z^0 interagira i s e_R, d_R pa $W_3 \neq Z^0$.

Glashow, Salam i Weinberg: model elektroslabog međudjelovanja:

Dodajemo još jednu $U(1)_Y$ baždarnu simetriju

$$\psi_{L,R} \to e^{-i\beta(x)\frac{Y}{2}} \psi_{L,R}$$

„slabi hipernaboj"
različit za ψ_L i ψ_R

i to na takav način da se odgovarajući baždarni bozon B_μ miješa s W_μ^3 tako da formiraju A_μ i Z_μ.

Grupa simetrije elektroslabe teorije:

$$\boxed{SU(2)_L \times U(1)_Y}$$

Četveroparametarska simetrija $\alpha_i(x), \beta(x) \Rightarrow$ 4 baždarna bozona W^+, W^-, Z^0, γ

$$\mathcal{L}_{NC} = \overline{Q}_L \gamma_\mu \left(-g T_3 W_3^\mu - g' \frac{Y}{2} B^\mu\right) Q_L + \overline{u}_R \gamma_\mu \left(-g' \frac{Y}{2} B^\mu\right) u_R + \overline{d}_R \gamma_\mu \left(-g' \frac{Y}{2} B^\mu\right) d_R$$
$$+ (Q_L \to L_L,\ u_R \to \nu_R,\ d_R \to e_R)$$

Miješanje neutralnih baždarnih bozona:

$$\boxed{\begin{aligned} A_\mu &= B_\mu \cos\vartheta_W + W_\mu^3 \sin\vartheta_W \\ Z_\mu &= -B_\mu \sin\vartheta_W + W_\mu^3 \cos\vartheta_W \end{aligned}}$$

$\vartheta_W \to$ „weak" ili „Weinberg"

tj.

$$B_\mu = A_\mu \cos\vartheta_W - Z_\mu \sin\vartheta_W$$
$$W_\mu^3 = A_\mu \sin\vartheta_W + Z_\mu \cos\vartheta_W$$

Pokrate: $c_W \equiv \cos\vartheta_W$, $s_W \equiv \sin\vartheta_W$

Uvrštavanjem gore dobivamo:

$$\mathcal{L}_{NC} = \overline{Q}_L \gamma_\mu \left[-g T_3 (A_\mu s_W + Z_\mu c_W) - g' \frac{Y}{2} (A_\mu c_W - Z_\mu s_W)\right] Q_L$$

$$+ \overline{u}_R \gamma_\mu \left[-g' \frac{Y}{2} (A_\mu c_W - Z_\mu s_W)\right] u_R + (u_R \to d_R) + (\text{leptonski dio})$$

$$= A_\mu \left\{ \overline{Q}_L \gamma_\mu \left[-g T_3 s_W - g' \frac{Y}{2} c_W\right] Q_L + \overline{u}_R \gamma_\mu \left[-g' \frac{Y}{2} c_W\right] u_R + (u_R \to d_R) + (\text{lepton}) \right\}$$
$$+ Z_\mu \left\{ \quad \ldots \quad c_W \quad \ldots \quad -s_W \quad \ldots \quad -s_W \quad \ldots \right\}$$

No znamo da $\mathcal{L}_{NC}$ mora sadržavati

$$\mathcal{L}_{em} = A_\mu \, \overline{u} \gamma_\mu (-eQ) \underset{P_L + P_R = 1}{u} + \ldots$$

$$= A_\mu \left\{ \overline{u}_L \gamma_\mu (-eQ) u_L + \overline{u}_R \gamma_\mu (-eQ) u_R + \ldots \right\}$$

Usporedbom:

R-dio: $eQ = g'\frac{Y}{2}c_W$

L-dio: $eQ = gT_3 s_W + g'\frac{Y}{2}c_W$

pa je sve O.K. ako uzmemo

$$\boxed{\begin{array}{c} e = g\sin\vartheta_W = g'\cos\vartheta_W \\ \text{i} \\ Q = T_3 + \frac{Y}{2} \end{array}}$$

{Moguće su i drugačiji izbori. Npr. kombinacija $g'\frac{Y}{2}$ je „nepoznanica".}

← vrijedi i za R-dio jer $T_3 u_R = T_3 d_R = \ldots = 0$

	Q	T_3	$Y = 2(Q-T_3)$
$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$2/3$	$1/2$	$1/3$
	$-1/3$	$-1/2$	
u_R	$2/3$	0	$4/3$
d_R	$-1/3$	0	$-2/3$
$L_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$	0	$1/2$	-1
	-1	$-1/2$	
e_R	-1	0	-2
ν_R	0	0	0

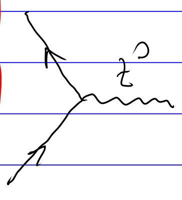
← nema baždarnih međudjelovanja (ν_R)

Vezanje Z-bozona:

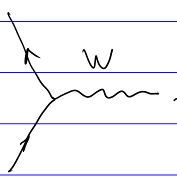
$$\mathcal{L}_{NC} = A_\mu(\ldots) + Z_\mu\left\{\bar{Q}_L\gamma_\mu\left[-gT_3c_W - \underbrace{g'}_{=g\frac{s_W}{c_W}}\underbrace{\frac{Y}{2}}_{=Q-T_3}(-s_W)\right]Q_L + \bar{u}_R\gamma_\mu\left[-g'\underbrace{\frac{Y}{2}}_{=Q}(-s_W)\right] + \ldots\right\}$$

$$-\frac{g}{c_W}\left\{\bar{Q}\gamma_\mu\left(T_3c_W^2 - (Q-T_3)s_W^2\right)\frac{1}{2}(1-\gamma_5)\underset{\binom{u}{d}}{Q} + \bar{u}\gamma_\mu\left(-Q s_W^2\right)\frac{1}{2}(1+\gamma_5)u + \ldots\right\}$$

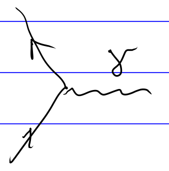
$$\bar{u}\gamma_\mu\frac{1}{2}\left[\underbrace{(T_3 - 2Qs_W^2)}_{\equiv c_V} - \underbrace{T_3}_{c_A}\gamma_5\right]u \quad + (u\to d)$$



Z^0 $= -i\frac{g}{c_W}\gamma^\mu\frac{1}{2}(c_V - c_A\gamma_5)$



W $= -i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma^\mu\frac{1}{2}(1-\gamma_5)$



γ $= -ieQ\gamma^\mu$

exp.: $\boxed{s_W^2 = 0.231}$ (Umjesto g i g' obično se koriste α i s_W^2.)

↑ jako precizno poznat

$SU(2)_L \times U(1)_Y$ baždarna simetrija opisuje elektro-slabo međudjelovanje fermiona (kvarkova i leptona) putem izmjene $\gamma, W^\pm$ i Z^0 baždarnih bozona.

Ali jednadžba gibanja za masivne vektorske bozone, tzv. Procina jednadžba, slijedi iz Lagranžijana

$$\mathcal{L}_{Proca} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_A A_\mu A^\mu ,$$

Masivne čestice:
$\mathcal{L}_{Dirac} = \dots - m\bar{\psi}\psi$
$\mathcal{L}_{Klein-Gordon} = \dots - m^2\phi^2$

gdje član mase narušava baždarnu simetriju uslijed nehomogene transformacije $A_\mu \to A_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu \chi$

To nije samo estetski problem. Baždarna simetrija je ključna za kontrolu beskonačnosti koje se pojavljuju u višim redovima računa smetnje jer omogućuje tzv. renormalizaciju teorije.

Rješenje problema: Higgsov mehanizam
(poznat i kao „spontani lom baždarne simetrije")

Terminologija: kad se govori samo „baždarna transformacija" misli se na lokalnu. „Baždarna teorija" = teorija s lokalnom baždarnom simetrijom, izgrađena na baždarnom načelu.

Spontani lom globalne simetrije

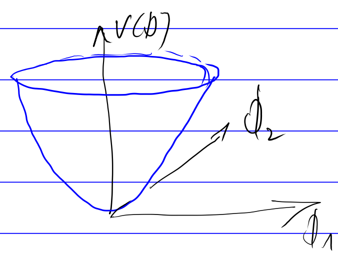
Kompleksno skalarno polje $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$

$$\mathcal{L} = \underbrace{(\partial_\mu\phi)^*(\partial^\mu\phi) \underbrace{-\mu^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^*\phi)^2}_{= -V(\phi)}}$$

↳ Klein-Gordonova jednadžba (uvjerite se!)

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda(\phi_1^2+\phi_2^2)^2$$

$\lambda > 0,\ \mu^2 > 0$

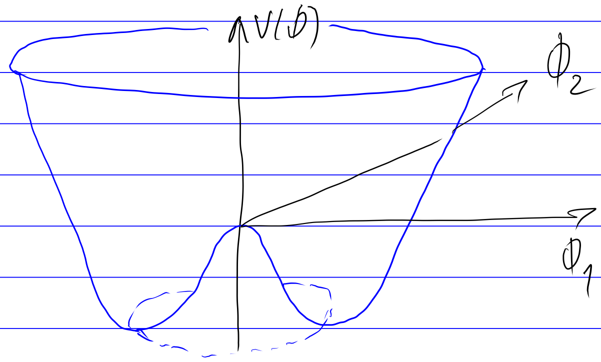


$\underbrace{\text{U minimumu } V(\phi)}_{\equiv \text{vakuum}}$ imamo $\phi_{1,2}^{min} = 0$

i teorija opisuje česticu mase μ i njenu antičesticu (ϕ i ϕ^*)

1 kompleksna ⟺ dva realna stupnja slobode

No, u slučaju $\mu^2 < 0$, $\lambda > 0$

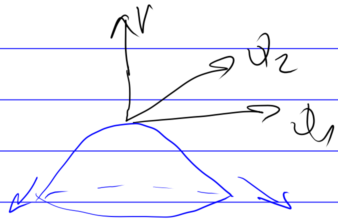


⇐ „mexican hat"

Minimum: $\frac{\partial V}{\partial \phi} = \mu^2 \phi^* + 2\lambda (\phi\phi^*)\phi^* = 0$ tj. $\underbrace{(\phi\phi^*)}_{\frac{1}{2}(\phi_1^2+\phi_2^2)} = -\frac{\mu^2}{2\lambda}$

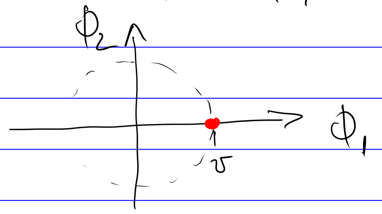
Kružnica $\phi_1^2 + \phi_2^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} = v^2 > 0$

Usput, $\lambda < 0$ je zabranjeno jer vodi na teoriju bez stabilnog minimuma



$\mathcal{L}$ ima simetriju na $\phi(x) \to \underbrace{e^{-i\alpha}}_{\in U(1)} \phi(x)$ – rotacija u (ϕ_1, ϕ_2) – ravnini

ali vakuumsko stanje će biti konkretna točka npr. možemo odabrati (zahvaljujući simetriji) $\phi_{min} = (v, 0)$



$v \equiv$ „vacuum expectation value" $\equiv$ „vev"

Čestice su pobuđenja oko tog minimuma

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v + \eta(x) + i\,\xi(x)\right)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)(\partial^\mu\xi) - V(\eta,\xi)$$

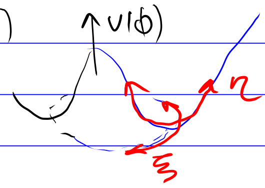
$$\phi^*\phi = \frac{1}{2}(v+\eta-i\xi)(v+\eta+i\xi) = \frac{1}{2}(v^2+2v\eta+\eta^2+\xi^2)$$

$$V = \left(-\frac{\lambda v^2}{2}\right)\underset{\mu^2}{}(v^2+\cancel{2v\eta}+\eta^2+\xi^2) + \frac{\lambda}{4}\underbrace{(v^2+2v\eta+\eta^2+\xi^2)^2}_{v^4+\cancel{4v^3\eta}+2v^2\eta^2+4v^2\eta^2+2v^2\xi^2+\text{interakcijski članovi}}$$

$$= -\frac{1}{4}\lambda v^4 + \underbrace{\eta^2\left(-\cancel{\frac{\lambda v^2}{2}}+\cancel{\frac{\lambda v^2}{2}}+\lambda v^2\right)}_{=\frac{1}{2}m_\eta^2\eta^2} + \xi^2\underbrace{\left(-\cancel{\frac{\lambda v^2}{2}}+\cancel{\frac{\lambda v^2}{2}}\right)}_{=0} + \text{interakcijski članovi}$$

$$\boxed{m_\eta^2 = 2\lambda v^2} \qquad\qquad \boxed{m_\xi = 0}$$

ξ - „Goldstoneov bozon": bezmasena čestica koja odgovara pobuđenjima duž minimuma $V(\phi)$



(*) Digresija

Goldstoneov teorem: spontani lom n-parametarske simetrije rezultira pojavom n bezmasenih čestica.

Ovdje: $\psi \to e^{-i\alpha}\psi \xrightarrow{SSB} \xi$

QCD: približna simetrija na $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \to e^{-i\sum_{i=1}^{3}\alpha_i\frac{\tau_i}{2}\gamma_5}\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \xrightarrow{SSB} \pi^0, \pi^{\pm}$

„približno" bezmaseni

Higgsov mehanizam

Dodajemo skalarno polje $\phi(x)$ u teoriju s lokalnom baždarnom $U(1)$ simetrijom

$(\partial_\mu\phi)^*(\partial^\mu\phi)$ nije invarijantno na $\phi(x) \to e^{-i\alpha(x)}\phi(x)$

pa kao i u QED moramo uvesti baždarni bozon $B_\mu(x)$

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu + igB_\mu \qquad B_\mu \to B_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha$$

$$\mathcal{L} = (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi) + \cancel{\frac{1}{2}mB_\mu B^\mu}$$

nije invarijantno

$$V(\phi) = \mu^2\phi^*\phi + \lambda(\phi^*\phi)^2$$

kao i ranije reparametriziramo $\phi(x)$ preko fluktuacije oko minimuma:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v + \eta(x) + i\xi(x)\right) \qquad v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu - igB_\mu)(v+\eta-i\xi)\right](\partial^\mu + igB^\mu)(v+\eta+i\xi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi)$$

(isto kao ranije)

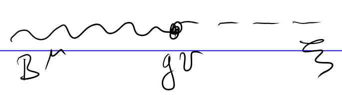
$$= \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta) - \lambda v^2\eta^2}_{\text{masivni } \eta} + \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)(\partial^\mu\xi) + 0\times\xi^2}_{\text{bezmaseni } \xi} -$$

$$\underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}v^2g^2B_\mu B^\mu}_{\text{masivni } B_\mu\ !!} + vgB^\mu\partial_\mu\xi + (\text{interakcijski članovi})$$

Problemi:

1) Dva gornja Lagranžijana bi trebala biti identična (razlikuju se samo za reparametrizaciju $(\phi_1, \phi_2) \to (\eta, \xi)$), ali odnekud se pojavio dodatni stupanj slobode

bezmaseni B_μ (2 polarizacije) $\longrightarrow$ masivni B_μ (3 polarizacije)

2) Miješani član 

Mogućnost pretvorbe $B^\mu_{\text{longitudinalno}} \Longleftrightarrow \xi$ ukazuje da
↑ može se pokazati

B^μ i ξ ipak čine samo 3 polarizacijska stupnja slobode.

To se najbolje vidi u tzv. unitarnom baždarenju:

Dio lagranžijana s B^μ i ξ možemo prepisati kao

$$\frac{1}{2} g^2 v^2 \left(B_\mu + \frac{1}{gv}\partial_\mu \xi\right)^2 = \frac{1}{2} g^2 v^2 B'_\mu B'^\mu$$

gdje je B'_μ baždarno transformirano polje

$$B'_\mu = B_\mu + \frac{1}{g}\partial_\mu \alpha \quad ; \quad \alpha(x) = \frac{\xi(x)}{v}$$

Odgovarajuća transformacija skalarnog polja

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v + \eta(x) + i\xi(x)\right) \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\xi(x)}{v}} \left(v + h(x)\right)$$

jest

$$\phi' = e^{-i\alpha(x)}\phi = e^{-i\frac{\xi(x)}{v}}\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(v + h(x)\right)$$

tj. imamo samo jedno realno polje $h(x)$: Higgsovo polje.

Kažemo da u Higgsovom mehanizmu nesuđeni Goldstoneov bozon $\xi(x)$ biva „pojeden" od baždarnog polja i pretvoren u longitudinalni stupanj slobode čime baždarno polje dobiva masu.

Iz lagranžijana očitamo mase

$$\left(\begin{array}{ll} \text{realni skalar: } \mathcal{L}_m = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 & \text{Diracov fermion: } \mathcal{L}_m = -m\bar{\psi}\psi \\ \text{kompleksni skalar: } \mathcal{L}_m = -m^2\phi^*\phi & \text{vektorski bozoni: } \mathcal{L}_m = +\frac{1}{2}m B_\mu B^\mu \end{array}\right)$$

pa vidimo:

$$\boxed{m_B = gv \qquad m_h = \sqrt{2\lambda v^2}}$$

Higgsov mehanizam u standardnom modelu

Želimo dati masu jednom neutralnom (Z^0) i dvama nabijenim baždarnim bozonima ($W^\pm$).
Minimalni Higgsov mehanizam uključuje $SU(2)_L$ dublet

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \leftarrow \text{dva kompleksna polja: } (\phi^+)^* = \phi^- , \quad (\phi^0)^* \neq \phi^0$$

$$Y(\phi) = 2(Q - T_3) = 2(0 - (-\tfrac{1}{2})) = +1$$

↑ npr. ϕ^0

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi) + \dots ; \qquad D_\mu = \partial_\mu + i g T^i W_\mu^i + i g' \underbrace{\frac{Y}{2}}_{1} B_\mu$$

$$V(\phi) = \underbrace{\mu^2}_{<0} \phi^\dagger \phi + \underbrace{\lambda}_{>0} (\phi^\dagger \phi)^2$$

Minimumi su na hipersferi $\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 = \mu^2 \phi^\dagger + 2\lambda (\phi^\dagger \phi) \phi^\dagger \Rightarrow \phi^\dagger \phi = -\frac{\mu^2}{2\lambda}$

Unitarno baždarenje:

$$\phi' = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad ; \quad \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ v + h + i\phi_4 \end{pmatrix}$$

ovo će pojesti $W^\pm$, a ovo Z^0

Ne pišemo više crtice; $\phi', B', \dots \to \phi, B, \dots$ i podrazumijevamo unitarno baždarenje.

Mase baždarnih bozona određene su dijelom Lagranžijana

$$\mathcal{L} \supset \left| \left(i g \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i + i g' \frac{1}{2} B_\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \right|^2 = \frac{v^2}{8} \left| \sum_{a=1}^{4} g_a \tau^a W_\mu^a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 1,2,3,4 \quad W_\mu^4 = B_\mu , \; g_4 = g' , \; g_{1,2,3} = g \\ \tau_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

$$= \frac{v^2}{8} g_a g_b \left(\chi^\dagger \underbrace{\tau_a^\dagger \tau_b}_{\delta_{ij} + i \varepsilon_{ijk} \tau_k \text{ for } a,b = i,j = 1,2,3} \chi \right) W_\mu^a W^{\mu b} = \frac{1}{2} M_{ab}^2 W_\mu^a W^{\mu b}$$

$$M_{ab}^2 = \frac{v^2}{4} \begin{pmatrix} g^2 & -i g^2 & 0 & 0 \\ +i g^2 & g^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g^2 & -g g' \\ 0 & 0 & -g g' & g'^2 \end{pmatrix}$$

Obzirom da je struktura $W_\mu^a W^{\mu b}$ simetrična na $a \leftrightarrow b$ bitan je samo simetrični dio od M^2_{ab}:

$$M^2_{ab} = \frac{v^2}{4}\begin{pmatrix} g^2 & & & \\ & g^2 & & \\ & & g^2 & -gg' \\ & & -gg' & g'^2 \end{pmatrix}$$

Odmah vidimo: $\boxed{m_{W^+} = m_{W^-} = \frac{1}{2} g v}$

Ovo treba dijagonalizirati. Sv. vrijednosti su mase γ i Z^0.

$$\begin{vmatrix} g^2-\lambda & -gg' \\ -gg' & g'^2-\lambda \end{vmatrix} = \underbrace{(g^2-\lambda)(g'^2-\lambda)}_{\cancel{g^2g'^2} - \lambda(g^2+g'^2) + \lambda^2} - \cancel{g^2g'^2} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda(\lambda-(g^2+g'^2)) = 0$$

$$\lambda_1 = 0 \longrightarrow \boxed{m_A = 0}$$

$$\lambda_2 = g^2+g'^2 \longrightarrow \boxed{m_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g^2+g'^2}}$$

(*)
Digresija:
Definiramo li svojstvene vektore A_μ i Z_μ preko miješanja W^3_μ i $B_\mu \equiv W^4_\mu$ onda $m_A = 0$ znači

$$(s_W A_\mu, c_W A_\mu)\begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} s_W A_\mu \\ c_W A_\mu \end{pmatrix} = (s_W A^\mu, c_W A^\mu)\begin{pmatrix} g^2 s_W - gg' c_W \\ -gg' s_W + g'^2 c_W \end{pmatrix} A_\mu$$

$$= A_\mu A^\mu \left(g^2 s_W^2 - gg' s_W c_W \cdot 2 + g'^2 c_W^2\right) = A_\mu A^\mu \underbrace{(g s_W - g' c_W)^2}_{\frac{1}{2} m_\gamma = 0}$$

$$\Rightarrow g s_W = g' c_W \quad \text{ili} \quad \boxed{\operatorname{tg} \vartheta_W = \frac{g'}{g}}.$$

što je konzistentno s ranijim rezultatima.

Eksperimenti: $\alpha = \frac{e^2}{4\pi} = \frac{1}{137}$, $\sin^2\vartheta_W = 0.231$

Iz $e = g \sin\vartheta_W \rightarrow g = \ldots$

$$\boxed{M_W = \frac{1}{2} g v \underset{\text{exp.}}{=} 80.4\ \text{GeV}} \Rightarrow \boxed{v = 246\ \text{GeV}}$$

~ „skala elektroslabe fizike"

$$\frac{M_W}{M_Z} = \frac{\frac{1}{2} v g}{\frac{1}{2} v \sqrt{g^2+g'^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+g'^2/g^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\vartheta_W}} = \cos\vartheta_W = \sqrt{1-0.231} = 0.876$$

eksp.: $\boxed{M_Z = 91.2\ \text{GeV}}$ $\quad \rho \equiv \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2\vartheta_W} = 1$ $\quad$ exp.: $\rho = 1.006$

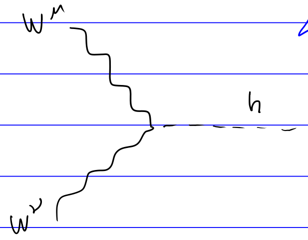
kvantne korekcije SM je o.k.

Vezanje Higgsa i baždarnih bozona

Maseni dio $\mathcal{L} \supset m_W W^{+\mu} W^-_\mu = \left(\frac{1}{2} g v\right)^2 W^{+\mu} W^-_\mu$

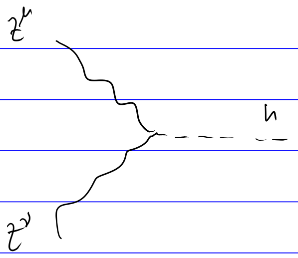
smo dobili iz $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+h(x) \end{pmatrix}$. Da smo zadržali $h(x)$ imali bi

$$\mathcal{L} \supset \frac{1}{4} g^2 \underbrace{(v+h)^2}_{v^2 + 2v\cdot h + h^2} W^{+\mu} W^-_\mu$$



$= i \frac{1}{2} g^2 v\, g_{\mu\nu} = i g m_W\, g_{\mu\nu}$

i slično



$= i g \frac{m_Z}{\cos\theta_W} g_{\mu\nu}$

Baždarni bozoni se vežu na Higgsa proporcionalno svojoj masi. Vidjet ćemo da to vrijedi i za fermione.

Masa Higgsovog bozona je (isto kao u jednostavnom primjeru s $U(1)$ simetrijom, uvjerite se):

$$\boxed{m_h = \sqrt{2\lambda v^2}} \qquad (\Rightarrow \lambda \simeq 0.13)$$

To što je jedan od 4 baždarna bozona (foton) ostao bezmasen je zato što je nakon loma simetrije (i fiksiranja unitarnog baždarenja) vakuumsko stanje

$$\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

i dalje invarijantno na jednoparametarsku podgrupu originalne četveroparametarske grupe simetrije definiranu putem

$$\underbrace{\alpha_1 = \alpha_2 = 0 \qquad \alpha_3 = \beta}\ :$$

$$e^{-i\alpha_i T_i - i\beta \frac{Y}{2}} \phi_0 = e^{-i\beta \left(T_3 + \frac{Y}{2}\right)} \phi_0 = e^{-i\beta Q} \phi_0 = \phi_0$$

jer

$$Q \phi_0 = 0 \qquad \text{(vakuum je električno neutralan)}$$

Baždarna simetrija $e^{-i\beta(x)Q}$ odgovara em sili pa se često govori o spontanom lomu

$$\boxed{SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{em}}$$

*) Digresija:

Ali to je više stvar izbora unitarnog baždarenja i „strictly speaking there is no spontaneous breaking of local symmetry" (F. Englert, Nobel lecture, Rev. Mod. Phys. 86 (2014) No. 3, 843)

Mase fermiona u standardnom modelu

Maseni dio Diracovog lagranžijana (npr. za u kvark)

$$\mathcal{L}_m = -m\,\bar{u}\underbrace{\,}_{P_L^2+P_R^2=1}u = -m\,\bar{u}_R u_L - m\,\bar{u}_L u_R = -m\,\bar{u}_R u_L + h.c.$$

nije invarijantan na $SU(2)_L \times U(1)_Y$ jer se L i R kiralne komponente različito transformiraju.

u_L je dio dubleta $\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$ i invarijantne članove lagranžijana treba graditi od cijelih multipleta (kao što članove invarijantne na rotacije gradimo kao $\vec{a}\cdot\vec{b}$, a ne $a_x b_x$).

U $\mathcal{L}_{SM}$ dodajemo tzv. Yukawine članove:

$$\mathcal{L}_Y = -g_d\,\bar{Q}_L\,\Phi\,d_R + h.c. = -g_d\,(\bar{u}_L, \bar{d}_L)\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix} d_R + h.c.$$

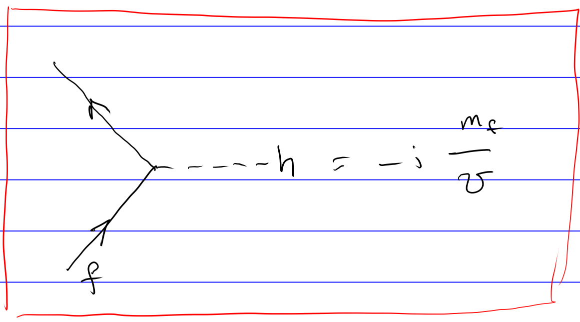
„Yukawino vezanje" unitarno baždarenje

$$= -\underbrace{\frac{g_d v}{\sqrt{2}}}_{=m_d}\bar{d}_L d_R + \frac{g_d}{\sqrt{2}}\,h\,\bar{d}_L d_R + h.c.$$

$$= -m_d\,\bar{d}d - \frac{m_d}{v}\,h\bar{d}d$$

(za elektron sve je identično.)

(Mase čestica su proporcionalne njihovom vezanju na Higgsovo polje.)



Za mase gornjih kvarkova (o gornjim leptonima tj. neutrinima će biti riječi naknadno) treba nam konjugirani Higgsov dublet

$$\phi_c \equiv i\,\sqrt{2}\,\phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}$$

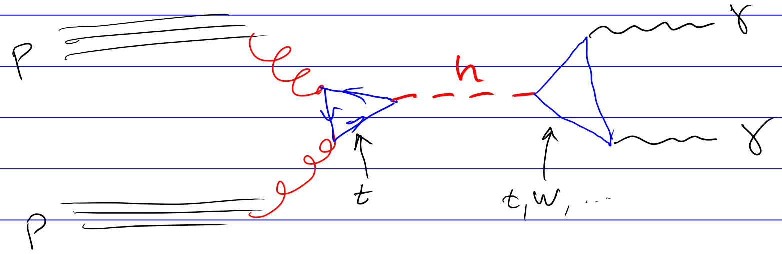
koji se transformira (vidi Thomsona) isto kao ϕ pa je

$$\mathcal{L}_\varphi = -g_u\,\overline{Q_L}\,\phi_c\,u_R + h.c.$$

isto invarijantno i odmah daje

$$\mathcal{L}_\varphi = -\underbrace{\frac{g_u v}{\sqrt{2}}}_{=m_u}\,\bar{u}u + \frac{g_u}{\sqrt{2}}\,h\bar{u}u$$

Otkriće na LHC-u 2012.:



$$\Rightarrow \boxed{m_H = 125\text{ GeV}}$$

ukazuje na značaj proporcionalnosti vezanja Higgsovog bozona s masom čestice.

CKM matrica miješanja okusa

Radi jednostavnosti smo se dosad držali jedne generacije fermiona

$$Q_L = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad u_R, \quad d_R, \quad L_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}, \quad e_R, \quad (\nu_R)$$

No u prirodi fermioni dolaze u 3 generacije

$$Q_{i_L} \quad i=1,2,3 \qquad Q_{1_L} = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad Q_{2_L} = \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \quad Q_{3_L} = \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$$

(i isto za L_{i_L}, u_{i_R}, ...).

Fermioni iz različitih generacija se razlikuju samo po masi, a imaju ista transformacijska svojstva (naboje) obzirom na baždarnu grupu SM: $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Yukawina vezanja (fermion - fermion - Higgs) smiju biti (i jesu) između različitih generacija:

$$\mathcal{L}_Y = -g_{ij}^{(d)} \bar{Q}_{i_L} \Phi d_{jR} - g_{ij}^{(u)} \bar{Q}_{i_L} \Phi^c u_{jR} + h.c. + \text{leptoni}$$

g_{ij} su proizvoljni kompleksni brojevi što putem Higgsovog mehanizma vodi na nedijagonalne i kompleksne masene parametre

$$\mathcal{L}_Y = -\underbrace{\frac{g_{ij}^{(d)} v}{\sqrt{2}}}_{m_{ij}^{(d)} \in \mathbb{C}, \ \not\propto \delta_{ij}} \bar{d}_{iL} d_{jR} + h.c. + \ldots$$

Proizvoljna kompleksna matrica se može dijagonalizirati s dvije unitarne tj. postoje unitarne $S^{(d)}$ i $T^{(d)}$, te dijagonalna

$$M^{(d)} = \begin{pmatrix} m_d & & 0 \\ & m_s & \\ 0 & & m_b \end{pmatrix} \qquad m_i \geq 0 \quad (\in \mathbb{R})$$

t.d.

$$\frac{v}{\sqrt{2}} S^{(d)\dagger} g^{(d)} T^{(d)} = M^{(d)}$$

(*) za dokaz vidi prilog na Merlinu.)

(Mijenjamo oznaku $g \to g'$ u gornjem izrazu kako bi oznaka g bila za kvarkove s dobro definiranom masom.)

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{v}{\sqrt{2}}\,\bar{d}'_{iL}\, g^{(d)}_{ij}\, d'_{jR} + h.c. + \dots$$

$$\overset{SS^\dagger = TT^\dagger = 1}{=} -\bar{d}'_{iL}\left(S^{(d)} M^{(d)} T^{(d)\dagger}\right)_{ij} d'_{jR} + h.c. + \dots$$

$$= \left\{ \text{definiramo } d'_R = T^{(d)} d_R\,,\ d'_L = S^{(d)} d_L \right\} \qquad (*)$$

$$= -\sum_{i=d,s,b} m_i\, \bar{d}_{iL} d_{iR} + h.c. + \dots$$

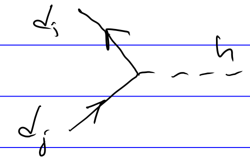
Zbog unitarnosti T i S, transformacija $(*)$ nema utjecaja na veći dio $\mathcal{L}_{SM}$:

1) kinetički članovi

$$\bar{d}'_i (i\not{\partial}) d'_i = \bar{d}'_{iL} \underbrace{(i\not{\partial})}_{SS^\dagger = 1} d'_{iL} + (L \leftrightarrow R) = \bar{d}_{iL}(i\not{\partial}) d_{iL} + (L \leftrightarrow R)$$

2) Interakcije s Higgsom

$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}$ pa dijagonalizacija mase ($\propto v$) povlači i dijagonalne interakcije s Higgsom



$$= -i\frac{m_d}{v}\delta_{ij}$$

3) Interakcije s $\gamma, Z^0, G^{1,\dots,8}$: $\bar{d}'_i(-g\not{A})d'_i \to$ isto kao kinetički članovi

4) Jedina promjena su nabijene slabe interakcije s $W^\pm$ koje mijenjaju okus:

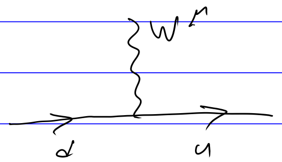
$$\mathcal{L}_{cc} = \bar{u}'_{iL}\left(-\frac{g}{\sqrt{2}}\not{W}\right) d'_{iL} + h.c. + \dots$$

$$= \bar{u}_{iL}\, S^{(u)\dagger}_{ij} \left(-\frac{g}{\sqrt{2}}\not{W}\right) S^{(d)}_{jk}\, d_{kL} + \dots = \bar{u}_L\left(-\frac{g}{\sqrt{2}}\not{W}\right) V d_L$$

$\boxed{V = S^{(u)\dagger} S^{(d)}}$ CKM matrica (Cabibbo–Kobayashi–Maskawa)

Ponekad se miješanje pridružuje sektoru donjih kvarkova i govori se o svojstvenim stanjima mase $d_i = d,s,b$ nasuprot svojstvenih stanja slabih interakcije $d' = Vd$.

Odgovarajuća matrica miješanja u leptonskom sektoru se zove PMNS (Pontecorvo – Maki – Nakagawa – Sakata)



$$= -i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\, V_{ud}$$

Određuju se iz eksperimenta.

Koliko nezavisnih elemenata ima V_{CKM} u teoriji s n fermionskih generacija? $n \times n$ unitarna matrica ima n^2 parametara:

$$\boxed{\frac{n(n-1)}{2} \text{ kuteva (realni parametri)}} \quad \text{i} \quad \frac{n(n+1)}{2} \text{ faza (imaginarni parametri)}$$

No, ako svakom kvarku mijenjamo fazu $(u \to e^{-i\alpha_1}u,\ d \to e^{-i\alpha_2}d, \dots, t \to e^{-i\alpha_6}t)$,

$6 = 2n$

$\mathcal{L}_{SM}$ se ne mijenja, izuzev člana $\mathcal{L}_{cc} = (u,c,t)\cdots V\begin{pmatrix} d \\ s \\ b\end{pmatrix}$

gdje izborom $\alpha_1, \dots, \alpha_{2n}$ možemo poništiti $2n-1$ faza od V. (Jedna manje od $2n$ jer izbor $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_{2n}$ ne utječe na V.)

Pa ostaje samo

$$\frac{n(n+1)}{2} - (2n-1) = \boxed{\frac{(n-1)(n-2)}{2} \text{ nezavisnih faza}} = \begin{cases} 0 & \text{za } n = 1,2 \\ 1 & \text{za } n = 3 \ \text{(SM)} \end{cases}$$

Jedini opservabilno imaginarni dio standardnog modela!

Eksperimentalno imamo hijerarhiju miješanja generacija $(1 \leftrightarrow 2) \gg (2 \leftrightarrow 3) \gg (1 \leftrightarrow 3)$ za što nema prihvaćenog objašnjenja.

$\lambda = \cos\vartheta_c \simeq 0.23$

↑ Cabibbov kut

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho + i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4)$$

(*) $A \simeq 0.8$
$\rho \simeq 0.1$
$\eta \simeq 0.3$

(*) V_{PMNS} nema ovakvu hijerarhijsku strukturu miješanja.)

Nabojna konjugacija (C) i CP simetrija

Podsjetimo se: slaba međudjelovanja narušavaju simetriju prostorne inverzije (pariteta) P: $\vec{x} \to -\vec{x}$

Srodna transformacija: nabojna konjugacija

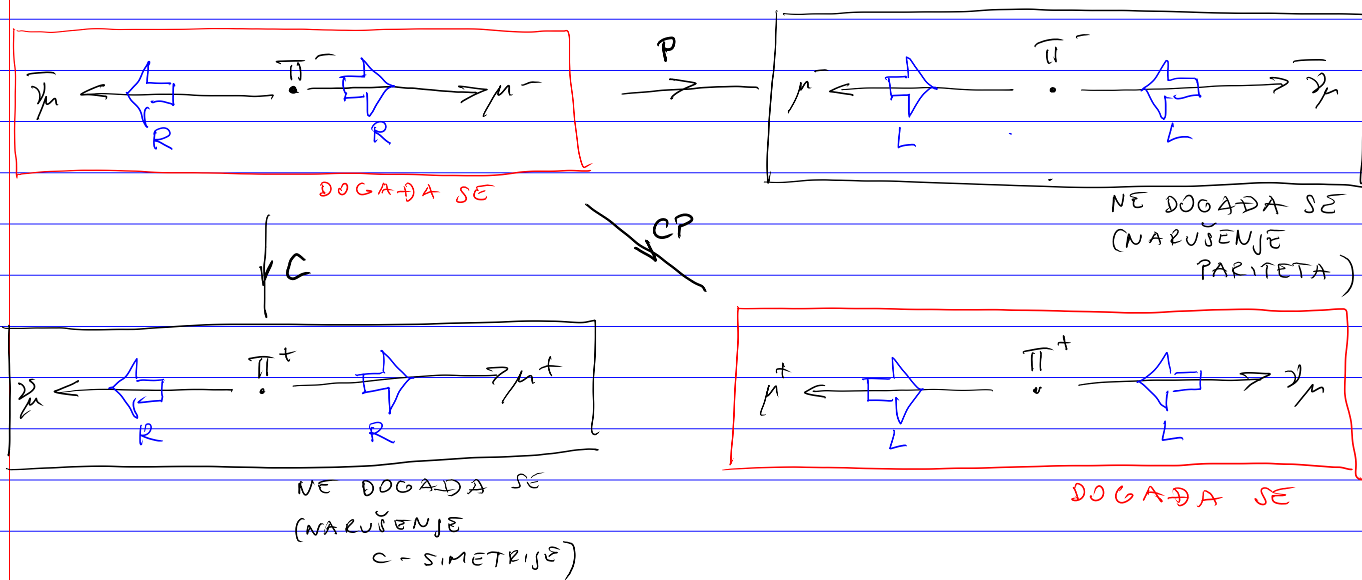
$$C: \; |\vec{p}, \lambda, Q, \text{boja}, \text{drugi naboji}\rangle \to |\vec{p}, \lambda, -Q, \overline{\text{boja}}, \overline{\cdots}\rangle$$

helicitet

C: čestica $\longleftrightarrow$ antičestica

Ponašanje tipičnog slabog procesa pri P, C i CP transformacijama:

$\pi^- \to \mu^- \bar{\nu}_\mu$, $J^P(\pi^-) = 0^-$



Ovidjevši ovo gore, Landau je nakon otkrića narušenja pariteta predložio da je „prava" simetrija koja povezuje lijeva i desna stanja CP.

P: $\psi \to \gamma^0 \psi$ $\qquad \bar{\psi}_1 \psi_2 \to \bar{\psi}_1 \psi_2$

$A^\mu \to A_\mu = (\phi, -\vec{A})$ $\quad \Longrightarrow \quad \bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2 \to \bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2$

$\phi \to \phi$

Pa su vektorske (V) baždarne interakcije $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu$ QED-ja i QCD-ja i Yukawa interakcije $\phi\bar{\psi}\psi$ P-invarijantne.

$C:$ $^{*)}$ $\psi \to i\gamma^2\psi^*$ $\Rightarrow$ $\bar{\psi}_1\psi_2 \to \bar{\psi}_2\psi_1$

$\phi \to \phi^+$

$\Downarrow$

$\bar{\psi}_1\gamma^\mu\psi_2 \to -\bar{\psi}_2\gamma^\mu\psi_1$ (tako je $Q = \int d^3x \underbrace{\bar{\psi}\gamma^0\psi}_{j^0} \to -Q$ kao što i treba)

Pa onda, da bi QED poštivao C-simetriju, mora biti

$$C: A^\mu \to -A^\mu$$

tj. C-paritet fotona je negativan $C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$.

C-paritet ima smisla definirati samo za sasvim neutralna stanja (neutralne čestice, sustave čestica-antičestica, ...)

Kako uočavamo raspad $\pi^0 \to \gamma\gamma \Rightarrow C|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle$

Ako su Yukawina vezanja kompleksna (a znamo da jesu):

$$\mathcal{L}_Y = -g\bar{Q}_L\phi d_R + h.c. = -g\bar{Q}_L\phi d_R - g^*\bar{d}_R\phi^+Q_L$$

$$\xrightarrow{CP} -g\bar{d}_R\phi^+Q_L - g^*\bar{Q}_L\phi d_R \neq \mathcal{L}_Y \quad \text{ako } g \neq g^*$$

Kompleksni $g_{ij} \Longleftrightarrow$ imaginarne faze u V_{CKM} ($\exists$ za ≥ 3 generacije fermiona)

$\Downarrow$

narušenje CP simetrije

Neutralni kaoni i otkriće nesačuvanja CP simetrije

$|K^0\rangle = |d\bar{s}\rangle$ i $|\bar{K}^0\rangle = |\bar{d}s\rangle$ nisu svojstvena stanja od C i CP (od P jesu; $J^P = 0^-$)

$$C|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$
$$C|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

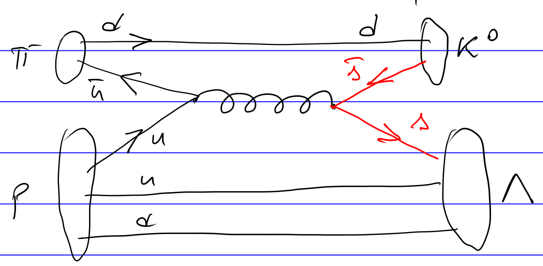
(−) je proizvoljna neopservabilna faza po standardnoj konvenciji

Ako je CP očuvana trebamo raditi sa svojstvenim stanjima

$$CP:\ \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\right)}_{\equiv|K_1\rangle} = \underset{P}{(-)}(-)\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{K}^0\rangle + |K^0\rangle\right) = +|K_1\rangle$$

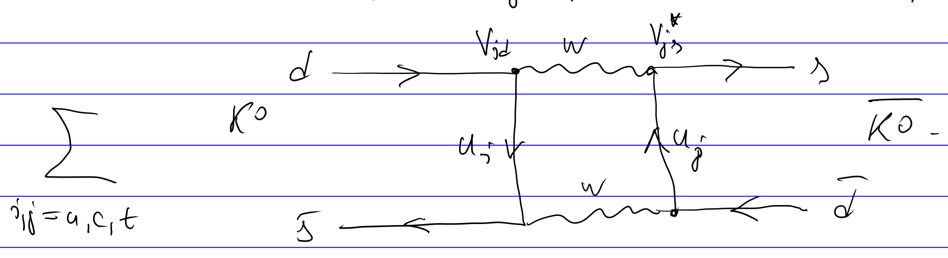
$$CP:\ |K_2\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle\right) = (-)(-)\frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\bar{K}^0\rangle - |K^0\rangle\right) = -|K_2\rangle$$

Proizvode se K^0 ili $\bar{K}^0$, a ne $K_{1,2}$. Npr. $\pi^- p \to K^0 \Lambda$



← samo ilustracija transfera okusa. (Proces je u stvarnosti neperturbativan.)

No slabe interakcije omogućuju $K^0 - \bar{K}^0$ miješanje



+ drugi dijagrami

pa je potrebno dijagonalizirati $\begin{pmatrix} & & \\ & H & \\ & & \end{pmatrix}\begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix}$

To je teško (H uključuje i neperturbativne QCD interakcije), ali ako je CP očuvan, $[H, CP] = 0$ i rezultirajuća dva svojstvena stanja, nazovimo ih K_S i K_L, bi trebala biti

$$|K_S\rangle = |K_1\rangle$$
$$|K_L\rangle = |K_2\rangle$$

(jer je moguće istovremeno dijagonalizirati H i CP)

Neutralni kaoni se raspadaju i na dva i na tri piona
(sjetimo se $\tau - \vartheta$ zagonetke za K^+)

$$CP\,|2\pi\rangle = (-1)^2\,|2\pi\rangle$$
$$CP\,|3\pi\rangle = (-1)^3\,|3\pi\rangle$$

samo P, za $L=0$

(Ovo je lako vidjeti za $\pi^0\pi^0$ i $\pi^0\pi^0\pi^0$, ali vrijedi i za $\pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^+\pi^-$; vidi knjigu.)

pa uz očuvanje CP simetrije imamo

$$K_S \to 2\pi \quad , \quad K_L \to 3\pi$$

K_S: „short"

K_L: znatno manji fazni prostor pa K_L dulje živi i snop neutralnih kaona daleko od izvora se sastoji samo od K_L – „long"

Cronin & Fitch 1964. opažaju $K_L \to \pi\pi$. (Otkriće nesačuvanja CP simetrije)

Dvije vrste $\cancel{CP}$:

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}\left(|K_1\rangle + \varepsilon |K_2\rangle\right)$$

$\cancel{CP}$ zbog miješanja stanja s različitim CP paritetom

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}\left(|K_2\rangle + \varepsilon |K_1\rangle\right)$$

$$\varepsilon' \simeq \frac{\Gamma(K_2 \to \pi\pi)}{\Gamma(K_2 \to 3\pi)}$$

$\cancel{CP}$ u raspadu („direktno" $\cancel{CP}$)

Exp: $\varepsilon \sim 10^{-3}$, $\mathrm{Re}\left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right) \sim 10^{-3}$

Cronin & Fitch — puno kasnije

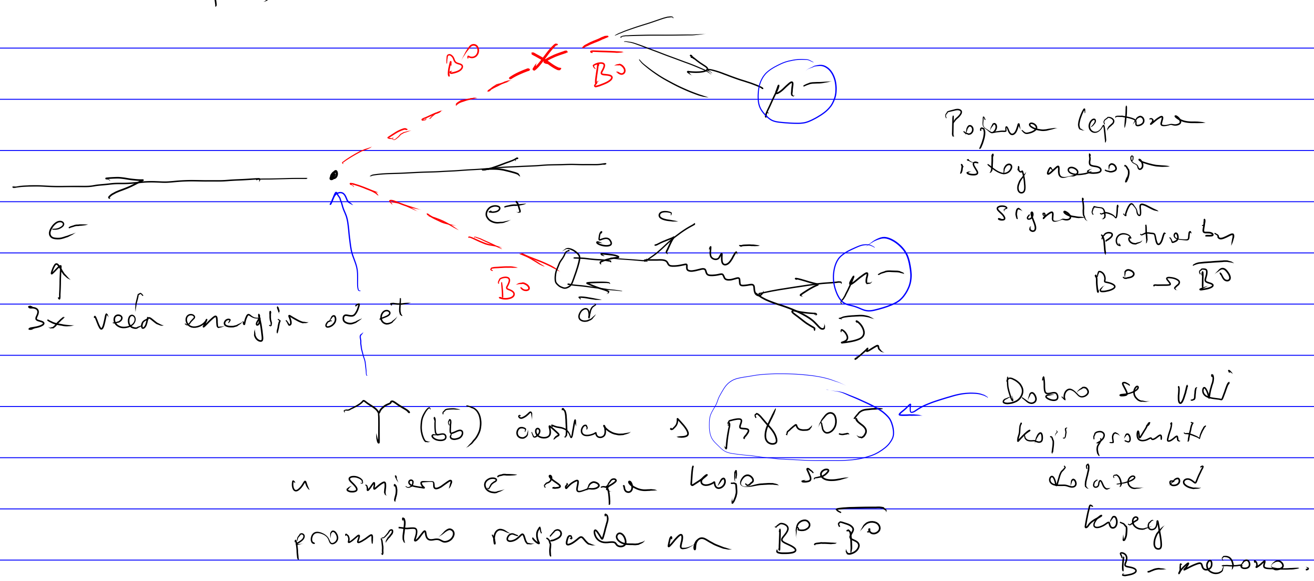
U SM $\varepsilon, \varepsilon' \propto \eta$ (kompleksna faza u V_{CKM}) ali je točan iznos teško izračunati zbog neperturbativnosti QCD-a.

Neutralni B mezoni $|B^0\rangle = |d\bar{b}\rangle$, $|\bar{B}^0\rangle = |\bar{d}b\rangle$ su zahvalniji za teoriju

$$m(B^0) = 5.3 \text{ GeV} \qquad (m(K^0) = 0.5 \text{ GeV})$$

i za eksperiment:

Belle (Japan) ; BaBar (US) : asimetrične tvornice B mezona



$\Upsilon(b\bar{b})$ čestica s $\beta\gamma \sim 0.5$ u smjeru e^- snopa koja se promptno raspada na $B^0 - \bar{B}^0$

Jedan detektor na LHC-u (LHCb) je posvećen fizici B mezona.

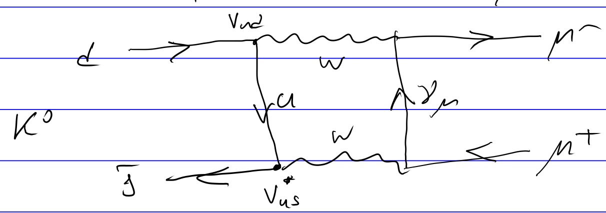
GIM mehanizam

U vrijeme prije otkrića c-kvarka, CKM miješanje je bilo samo Cabibbovo miješanje

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overset{V_{ud}}{\cos\vartheta_c} & \overset{V_{us}}{\sin\vartheta_c} \\ -\sin\vartheta_c & \cos\vartheta_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

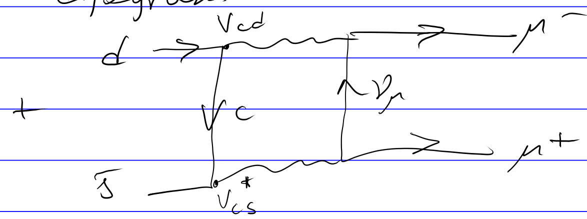
i slabe sile su vezale preostali u kvark na d'

No izračun procesa $K^0 \to \mu^+\mu^-$



davao je $\Gamma(K^0 \to \mu^-\mu^+)$ puno veći od eksperimenta.

Glashow–Iliopoulos–Maiani: $\exists$ c-kvark koji se veže na s' što dodaje dijagram



i ukupna Feynmanova amplituda je

$$\mathcal{M} \propto \frac{V_{ud}V_{us}^*}{\not p - m_u} + \frac{V_{cd}V_{cs}^*}{\not p - m_c} \xrightarrow[m_u = m_c]{} (\cos\vartheta_c \sin\vartheta_c - \sin\vartheta_c\cos\vartheta_c) = 0$$

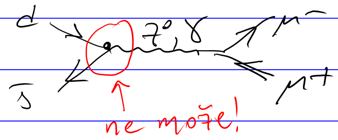
„GIM mehanizam"

(*)

$$\xrightarrow{m_u \neq m_c} \; \propto \frac{m_c^2 - m_u^2}{M_W^2} \to \text{predviđanje } m_c \sim 1\text{ GeV}$$

Za tri generacije: $\mathcal{M} \propto \sum_{i=u,c,t} V_{id}V_{is}^* = (V^\dagger V)_{sd} = 0$ jer je V unitarna.

U SM nema ni mogućnosti



što je svojstvo poznato kao odsustvo FCNC („flavour-changing neutral current"), što je važno ograničenje na proširenje SM.

Neutrinske mase i oscilacije

Obzirom da neutrine i proizvodimo i detektiramo samo slabim međudjelovanjima ono što zovemo „neutrino" je analogon d', s', b' stanjima kvarkova

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}}_{\text{stanja koja interagiraju s } W^\pm, Z^0} = \begin{pmatrix} & & \\ & V_{PMNS} & \\ & & \end{pmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}}_{\text{svojstvena stanja mase}}$$

$\nu_{1,2,3}$ su bitne samo za propagaciju i miješanje,

ali u čistom SM $m_1 = m_2 = m_3 = 0$ i V_{PMNS} je neopservabilna.

No, eksperimenti su opazili oscilacije neutrina

$$\nu_e \longleftrightarrow \nu_{\mu,\tau}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2 \sim 10^{-5} \text{ eV}$$

$$|\Delta m_{32}^2| = |\underbrace{m_3^2 - m_2^2}| \sim 10^{-3} \text{ eV}$$

> 0 normalna hijerarhija

< 0 invertirana hijerarhija

exp: $m_{1,2,3} \lesssim 1$ eV, kutevi miješanja u V_{PMNS} su poznati

~~CP~~ u leptonskom sektoru još nije opaženo

*) Mehanizam klackalice (see-saw)

$$\mathcal{L}_{mass} = -m \bar{\psi}_R \psi_L - \frac{M}{2} \psi_R^T (i\gamma^2\gamma^0) \psi_R + h.c.$$

(m – Diracova masa, M – Majoranina masa)

Jedini još Lorentz inv. član, ali narušava sve naboje pa je moguć samo za potpuno neutralne čestice.

Poštuje i baždarnu simetriju $\Rightarrow$ za M ne treba Higgs!

$$m \sim v, \; \underline{M \sim 10^{10-15} \text{ GeV}} \xrightarrow[\text{dijagonalizacija } \mathcal{L}_{mass}]{} m_\nu \sim \frac{v^2}{M} \sim \text{eV} \checkmark$$

$\hookrightarrow m_\nu \neq 0$ je možda prvi pogled u fiziku izvan SM!