

zicijama stanjâ danog sustava, te klasična mehanika, sa svojom određenošću i izostankom nepreciznosti, izgledale bi kao dobre ilustracije za vrste problema koji se ovdje mogu pojaviti. Slični bi se problemi također pojavili ako bi se, kao što sam natuknuo, zakoni koje smo otkrili ispostavili kao važeći samo za neke dijelove prostora i vremena. Što se događa na granicama, gdje mogu vrijediti drukčiji uvjeti? Ne prisvajam si pravo dati odgovor na ovo pitanje, ništa više nego što bih se usudio rješavati problem prijelaza s neodređenosti prema određenosti, postavljen Schrödingerovom mačkom. Ali problem koji ova mačka predstavlja zasigurno bi nas trebao učiniti opreznima pred mišljenjem da smo blizu apsolutne slike svijeta u kojoj se svi elementi glatko i neproblematično prepliću.

7. VJEROJATNOST

Kao što će biti jasno iz posljednjeg odsječka šestog poglavlja, pojam vjerojatnosti ima dominantnu ulogu u današnjoj fizikalnoj teoriji te je sada potrebno nešto pobliže odrediti dosad pretpostavljeni izravni odnos između predviđanja i objašnjenja. U prvome poglavlju rekli smo da je za znanstvena objašnjenja svojstvena dedukcija predviđanjâ specifičnih događaja i, slobodnije rečeno, da od znanstvenih objašnjenja očekujemo da imaju snagu predviđanja. Sada moramo pokazati na koji se način probabilističke teorije mogu promatrati da bi ispunile ove osnovne kriterije za znanstvena objašnjenja.

Probabilistička objašnjenja

Jones puši tijekom cijelog svog odraslog života i umire od raka pluća u dobi od 55 godina. Imamo dobro utvrđenu teoriju koja tvrdi da pušenje uvelike povećava rizik smrti od raka pluća i s njime povezanih bolesti. Autopsija pokazuje da su Jonesova pluća doista prepuna katranskih čestica i da mu je krv zasićena nikotinom. Ovdje zasigurno imamo dobro objašnjenje Jonesove smrti. No Smith, koji također puši tijekom cijelog svog odraslog života, umire u visokoj starosnoj dobi od 95 godina, zato jer je pao pod autobus dok je još uvijek pucao od zdravlja. Ovaj pak djelić dokazne građe ne shvaćamo kao da predstavlja bilo koju vrstu protuprimjera našoj teoriji o pušenju i raku, niti bi nas nužno uznemirilo 50 slučajeva Smitha, ili 500, ili čak 5000. To je zato jer naša teorija tvrdi da pušenje *ima tendenciju* uzrokovati rak pluća, ili da rak pluća čini *vjerojatnim*, a neki uzorak slučajeva u kojima imamo pušenje bez raka pluća ne opovrgava takve teorije. S druge strane, kada bi naša teorija imala univerzalni oblik, "Svi slučajevi pušenja uzrokuju rak pluća", tada bi nam i samo jedan protuprimjer zadavao probleme, a kamoli njih 50 ili 500 ili 5000.

Prva pouka koju iz ove priče treba izvući glasi da to što ćemo zvati probabilističkim teorijama ne vodi do izravnih predviđanja pojedinačnih, izdvojenih događaja. To da pušenje čini rak čak visoko vjerojatnim ne povlači

da će Smith (ili Jones) dobiti rak, dok Newtonovi zakoni iznose specifična predviđanja o ponašanju (recimo) pojedinačnih planeta. Možemo točno reći kakvo bi trebalo biti ponašanje Urana ili Merkura prema Newtonovim načelima, ako imamo potpuni opis relevantnih čimbenika. S druge strane, ma koliko potpun opis Smitha ili Jonesa i njihovih okolnosti imali, iz probablističke teorije nećemo moći deducirati bilo koje predviđanje o tome hoće li oni dobiti rak ili neće.

Da bismo ovo jasnije uvidjeli, pretpostavimo da naša teorija ne govori tek neodređeno o izgledima ili vjerojatnostima, već da doista pripisuje specifičnu brojčanu vjerojatnost specifičnom tipu ishoda. Da bismo ovo učinili konkretnijim, uzmimo teoriju o tome kako će pasti nenamještena igračka kocka, koja tvrdi (kao što bi se očekivalo) kako šansa da ćemo baciti neki broj različit od šest iznosi 5 prema 6. Nazovemo li ovaj ishod a , a čin bacanja kocke nazovemo b , našu teoriju (T) možemo zapisati kao

$$P(a, b) = 5/6$$

(tj. vjerojatnost od a , ako je dano b , iznosi 5 prema 6). Ali, iako T ishodu a pripisuje vrlo visoku vjerojatnost, jasno je da bismo u sljedećem bacanju mogli dobiti šesticu, isto tako i u sljedeća dva bacanja, ili čak sljedeća tri ili četiri ili pet bacanja. T zapravo ne govori ništa o bilo kojim posebnim bacanjima, pa čak ni o nizovima bacanja. Primjerice, T ne isključuje niz od pet uzastopnih šestica, pod uvjetom da ove šestice – u dugom nizu bacanja – uravnoteži dvadeset i pet ne-šestica. Teorija kao što je T govori o distribucijama svojstava u klasama događaja koje se uzima skupno, a ne o pojedinim događajima unutar tih klasa. Ili, da ostanemo u duhu onoga što smo ranije rekli o znanstvenim teorijama koje karakteristično proizvode predviđanja o specifičnim događajima, morat ćemo reći da probablističke teorije donose predviđanja specifičnih događaja uzetih skupno (kao članova klasa događaja), a ne predviđanja o tim događajima uzetima pojedinačno i izdvojeno.

Međutim, što je sa snagom predviđanja probablističkih teorija? Ovdje dolazimo do daljnje ključne razlike između univerzalnih i probablističkih teorija, jer dok predviđene učinke možemo promatrati kao da ih je moguće deducirati iz univerzalnih teorija, iz probablističke teorije nikakva predviđanja nije moguće strogo deducirati. U slučaju naše teorije T , čak i vrlo dugi niz, od recimo 300 uzastopnih šestica, nije strogo isključen. Takav niz – koliko god da je nevjerovatan ako je T istinita – na kraju bi mogao biti uravnotežen ako bi se kocku bacilo tisućama ili milijunima puta. Bilo koji niz bacanja kompatibilan je s istinitošću T , pod pretpostavkom da se dugoročno ispostavi da je omjer šestica prema drugim bacanjima 1 prema 6. Problem koji se javlja

oko provjere i opovrgavanja T jest to što nam u T nije dana nikakva naznaka o tome koliko bi taj dugi niz morao biti dug. S opovrgavanjem T ne kosi se čak ni postojanje stvarnog dugog niza sa pretjeranim brojem šestica. Puka mogućnost da bi dugi niz ne-šestica mogao uravnotežiti neravnotežu šestica sprečava nas da T kao takvu proglasimo opovrgnutom.

U praksi, ako bismo dobili 300 uzastopnih šestica ne bismo ustrajali na T . Deset uzastopnih šestica vjerojatno bi bilo dovoljno da mnoge ljude dovede u sumnju u nenamještenost kocke; 30 uzastopnih šestica bio bi prilično jasan dokaz da je naša kocka bila namještena. Ove su pak očite iskustvene činjenice priznate u načinu na koji se znanstvenici i statističari stvarno odnose prema probablističkim teorijama. U slučaju naše T , iako 300 uzastopnih šestica logički nije isključeno, možemo reći – pod pretpostavkom da svako sljedeće bacanje ne ovisi o prethodnim bacanjima – da je takav niz statistički krajnje nevjerovatan. Ako je T istinita, u bilo kojem nizu bacanja vjerojatnost da će se omjer šestica i ne-šestica stvarno približiti omjeru koji ističe T i sama se približava vjerojatnosti 1. (Osim u prilično teoretskom slučaju nasumičnih odabira iz beskonačnih skupova, pripisivanje vjerojatnosti 1 nekom događaju isto je što i reći da će se on definitivno dogoditi; vjerojatnost 0 znači da se događaj neće dogoditi; slučajevima između ovoga dvoga pripisuju se probablističke vrijednosti između nula i jedan.)

Iz upravo rečenog slijedi da je za nizove od 1000 bacanja – pod pretpostavkom da je T istinita – statistički vrlo nevjerovatan da će izrazita odstupanja od omjera šestica i ne-šestica koji postulira T biti veća od vrlo malog dijela niza, te se vjerojatnosti specifičnih odstupanja mogu izračunati. Dobivanje makar i jednog krajnje nevjerovatnog niza, dakle, može se smatrati takvim kao da u sumnju dovodi istinitost T , dok se nekoliko krajnje nevjerovatnih nizova može smatrati, praktički govoreći, dovoljnim da nas navede da T odbacimo. Primjerice, imamo li posla s bacanjima novčića te vjerojatnost bacanja glava stvarno iznosi 0,5, nakon 40.000 bacanja izgledi su 999 prema 1 da će naša stvarna frekvencija biti unutar 1 posto od 0,5 (tj. $0.5 \pm .01$). Tako, iako je probablističke teorije logički nemoguće opovrgnuti (jer, valja naglasiti, čak i ono što je 99,9 posto nevjerovatno *moglo* bi se dogoditi), implikacije koje se tiču statistički nevjerovatnih ishoda, uz pretpostavku njihove istinitosti, mogu biti dovoljne da pruže razložne osnove za njihovu empirijsku provjeru i, ako je potrebno, njihovo odbacivanje.

Matematička osnova ovog oblika provjeravanja probablističkih teorija je Bernoullijev teorem, takozvani zakon velikih brojeva. Ovaj teorem tvrdi da će se bilo koji dovoljno velik uzorak izvučen iz veće populacije vjerojatno slagati s matičnom populacijom po svojoj distribuciji raznih karakteristika.

Kako se povećava veličina uzorka, ova vjerojatnost se približava sigurnosti ($P = 1$). Vratimo li se provjeravanju probabilističkih teorija, tada imamo neku vrstu jamstva da ako naša teorija tvrdi da je određena karakteristika distribuirana danom populacijom u određenom omjeru, nije vjerojatno da će veliki uzorci uzeti iz te populacije mnogo odstupati od tog omjera s obzirom na posjedovanje dane karakteristike. Ako omjer šestica u bacanju nenamještene kocke iznosi 1 prema 6, onda će velik broj bacanja nenamještene kocke vjerojatno pokazivati omjer između šestica i drugih bacanja koji je blizak 1 prema 6.

No dok je sve ovo matematički posve ispravno, ispravnost ovoga kao razloga za stvarno odbacivanje neke hipoteze počiva na prešutnoj pretpostavci da u našim populacijama-uzorcima imamo posla s tipičnim uzorcima ili s uzorcima koji imaju jednake šanse biti odabrani kao i bilo koji drugi uzorci. Opravdanje da neku hipotezu o distribuciji svojstva koje nas zanima odbacimo na osnovi nekog dovoljno velikog uzorka ili uzoraka koji odstupaju od distribucije imali bismo samo onda ako ne bismo imali nikakvog razloga da pretpostavimo kako su ti uzorci atipični. Kako komentira A. J. Ayer, "lako je pokazati da ovo možemo razložno pretpostaviti ako imamo pravo pretpostaviti da je za bilo koji uzorak dane veličine jednako vjerojatno da će biti odabran kao i bilo koji drugi."¹ Ayer nastavlja komentirajući da je ova pretpostavka dovoljno nevina ako vjerojatnost dobivanja posebnog uzorka izjednačimo s njegovim omjerom prema ukupnom broju mogućih odabira, te pretpostavljajući da smo imali jednake šanse izdvojiti bilo koji poseban uzorak, ali u empirijskom provjeravanju nemamo jednake šanse da ćemo dobiti bilo koji poseban uzorak. Kao što kaže Ayer, "naši su uzorci izvučeni iz sićušnog isječka svemira u vrlo kratkom vremenskom razdoblju", te iz njih ne možemo legitimno generalizirati bez nedopuštenog pretpostavljanja nekog načela koje govori o uniformnosti prirode. Drugim riječima, nemamo nikakvog a priori razloga za mišljenje da oni ne bi mogli biti devijantni uzorci i vrlo nevjerojatni u svemiru kao cjelini.

Naravno, problem na koji ovdje aludiramo općeniti je problem indukcije; razmatramo probabilističku analogiju problema koji smo susreli ranije kada smo univerzalne teorije utvrđivali na osnovi podataka koje smo prikupili tek u našem području prostora i vremena. Točno je da se probabilistički problem odnosi na opovrgavanje teorija kao i na njihovo potvrđivanje, po tome što devijantni uzorci prikupljeni iz malog raspona svih mogućih uzoraka ne trebaju nužno vrijediti *protiv* probabilističkih hipoteza. Unatoč tome, to što nas primarno zanima naše je područje prostora i vremena i uvjeti koji

¹ A. J. Ayer, *Probability and Evidence* (Macmillan, London, 1972.), str. 41.

u njemu vladaju, te pouzdanost naših hipoteza s obzirom na te uvjete. Kao što koristimo induktivne generalizacije iz našeg iskustva kako bismo zasnovali ne-probabilističke hipoteze o za nas lokalnim pravilnostima, tako bismo trebali – osim ako ne znamo za pozitivne razloge koji govore suprotno – nastaviti pretpostavljati da uzorci koje stvarno dobivamo o karakteristikama u populacijama jesu reprezentativni za veće populacije (barem što se tiče našeg područja prostora i vremena), kako bismo provjerili naše probabilističke hipoteze. Dokle god ne mislimo da ova upotreba zakona velikih brojeva utvrđuje bilo što za svemir kao cjelinu ili da pruža stroge dokaze u pogledu naše budućnosti, nju još uvijek možemo legitimno koristiti kako bismo uklonili probabilističke hipoteze koje se ne čine istinitima za uvjete povezane s našim područjem prostora i vremena.

Dakle, probabilističke se teorije može smatrati i empirijski značajnim i empirijski provjerljivim. Unatoč tome, može se imati dojam da one, u izvjesnom smislu, nisu potpuno objašnjavačke. Uzmemo li za primjer Newtonovu teoriju, kada se ljudima pružilo formule relevantne za određivanje putanja planeta te su oni uvidjeli da se planeti ponašaju sukladno ovim formulama, oni su imali osjećaj da su otkrili načela prema kojima planeti funkcioniraju. Ovaj je osjećaj razumljiv zbog vjerovanja da ove formule beziznimno vrijede za sva gibanja planeta, kao i za mnoštvo drugih pojava. Nasuprot tome, pušenje se ne može promatrati kao potpuno objašnjenje smrti našeg imaginarnog Jonesa, upravo zato jer, kao što je pokazao primjer sa Smithom, ne postoji nikakvo beziznimno načelo koje povezuje pušenje s rakom. U slučaju Jonesove smrti bilo bi posve prirodno misliti da je njegovo pušenje bilo tek dio objašnjenja, a da bi potpuno obrazloženje toga što je uzrokovalo njegovu smrt razotkrilo čimbenike relevantne u njegovu slučaju, a kojih kod Smitha nije bilo. Moguće je da je Jones imao neku dosad nepoznatu razliku u njegovu genetskom ustrojstvu, koja ga je učinila sklonijim raku od Smitha. Smith, koji nije imao ovu sklonost, možda je bio otporan na kancerogena svojstva nikotina.

Razmatranje opreke između slučajeva gibanja planeta i raka potiče na sljedeću misao – koja je eksplicitno izložena u Davidsonovu članku "Causal Relations".² Kada govorimo o nečemu poput Jonesove smrti prouzročene pušenjem, gdje je odnos između uzroka i učinka probabilistički, a ne deterministički, naš bismo opis uzroka trebali smatrati kao da je bitno nepotpun i da se implicitno oslanja na mogućnost postojanja potpunog opisa uzroka. Tako, iako je istinito da je pušenje uzrokovalo Jonesovu smrt od raka, ono je to učinilo samo u smislu slučaja osobe s posebnim genetskim ustrojstvom koja

² U D. Davidson, *Essays on Actions and Events* (Clarendon Press, Oxford, 1980.), poglavlje 7.

je pušila u posebnim okolnostima. Naš nepotpuni opis uzroka njegove smrti stoga počiva na nekom potpunijem opisu, potpunijem opisu koji bi, možemo pretpostaviti, spadao pod neki beziznimni zakon, u ovome slučaju zakon koji tvrdi da ljudi takvog i takvog ustrojstva koji puše u takvim i takvim okolnostima redovito obolijevaju od raka. Naravno, mi možemo i ne biti u stanju specificirati relevantno ustrojstvo i okolnosti, ali vjerovanje da oni postoje pokazuje da između naše upotrebe probabilističkih teorija i svijeta koji je potpuno determiniran (to jest, koji funkcionira na osnovi beziznimnih pravilnosti) ne treba postojati nikakva napetost.

Naša upotreba probabilističkih teorija može potjecati od našeg neznanja o ovim daljnjim pravilnostima i njihovoj specifikaciji (kao što je zacijelo slučaj u primjeru s rakom) ili može postojati zato jer nas pružanje potpune specifikacije daljnjih relevantnih čimbenika i zakona ne zanima ili, iz nekog razloga, nije vrijedno uloženog truda. Primjerice, ono što je zanimljivo osiguravajućem društvu jest distribucija smrtnih slučajeva u specifičnim kategorijama osoba, a ne detaljni uzroci specifičnih smrti. Prikupljanje podataka na temelju kojih bi se moglo donositi takva specifična predviđanja gotovo bi sigurno bilo preteško i skupo za taj zadatak, pod pretpostavkom da bi uopće bilo izvedivo. Ako osiguravajuće društvo dobije točnu distribuciju smrtnih slučajeva u relevantnoj populaciji, ono će još uvijek zaraditi utvrđujući premije tako da one premašuju isplate, a njegovi će klijenti i zaposlenici biti pošteđeni nedvojbeno skupog i vjerojatno neugodnog posla detaljnog ispitivanja klijenata o njihovim životima i prošlosti.

Davidsonova analiza probabilističkih uzroka pretpostavlja da to o čemu se ovdje radi jesu nepotpuni načini opisivanja posve determiniranih situacija. Za mnoge bi situacije to sasvim lako moglo biti točno. Primjer s rakom bi mogao biti dobar primjer, a sasvim je prirodno imati dojam da su slučajevi bacanja kocke također stvarno posve određeni. Kada bismo znali sve pojedinosti pokreta ruke, strujanja zraka i tako dalje, te relevantne zakone, bili bismo u stanju vidjeti zašto je – u smislu beziznimnih zakona – ovo posebno bacanje rezultiralo peticom umjesto nekim drugim brojem. Štoviše, govoriti o tome što bacamo kao nenamještenu kocku znači reći tek da je ona tako napravljena da ima jednake šanse pasti na bilo koju od šest stranica, te dok ovo nedvojbeno objašnjava nešto o načinu na koji kocka pada u posebnoj prilici, to očito ne može objasniti zašto ona pada na jednu stranicu, a ne na neku drugu. No ne možemo zaključiti da za to ne postoje druga i potpuna objašnjenja, iako bi, recimo još jednom, primjena relevantnih teorija u praksi na posebna bacanja predstavljala herkulovski zadatak.

Međutim, dok se neke upotrebe probabilističkih teorija ne moraju kositi

s mogućnošću potpunih, determinističkih objašnjenja dotičnih događaja koja ih podvode pod beziznimne zakone, čini se da je moderna fizika, kao što smo vidjeli u slučaju kvantne teorije, zadovoljna time da u nekim područjima operira s probabilističkim teorijama bez bilo kakve pretpostavke da bi na pomolu moglo biti potpunijih objašnjenja. Vidjeli smo da Bohmovo postuliranje skrivenih varijabli koje se nalaze u temelju probabilističkih učinaka u kvantnom svijetu, koje ima očite paralele s davidsonovskom analizom probabilističkih uzroka, nije kod fizičara naišlo na opće odobravanje. Rečeno nam je, primjerice, da radioaktivne tvari imaju određene poluživote. To znači da će se tijekom danog vremenskog razdoblja (poluživota) polovica atomskih jezgri određene količine tvari raspasti. Kao i u primjeru teorije koja se odnosi na kocku, ovdje se ne nudi nikakvo objašnjenje toga zašto se posebne jezgre tijekom tog vremena raspadaju ili ne raspadaju. Sve što nam se kaže jest da će se određeni *omjer* raspasti u tom razdoblju, kao što nam naša teorija o kocki kaže tek da će jedna šestina bacanja biti šestice. Ni u jednom slučaju nema bilo kojeg pokušaja objašnjenja ili predviđanja posebnih ishoda. No u slučaju atomskih poluživota, za razliku od slučaja kocke, od nas se traži da prihvatimo kako je nemoguće pružiti bilo kakvo daljnje objašnjenje ponašanja posebne jezgre. Njezin je raspad ili ne-raspad stvar slučajnosti, nešto što je nepredvidivo i nedeterminirano, a ne javlja se uslijed njezine starosti ili bilo kojeg drugog njezinog svojstva. Sve što je determinirano jest to da će se članovi nizova atomskih jezgri raspasti u skladu s njihovim poluživotom.

U kojemu smislu, dakle, imamo objašnjenje posebnog slučaja radioaktivnog raspada, kada nam se kaže, primjerice, da poluživot ugljika 14 jest 5730 ± 30 godina? Kaže nam se da će se nakon ovog vremena polovica danog izotopa ugljika 14 (ili radio-ugljika) pretvoriti u dušik, uslijed emisije beta čestica ili elektrona (što je, usput, to od čega se ugljik 14 formira kada kozmičke zrake pogode dušik u atmosferi). No u ovom govoru o poluživotima i pripadnoj teoriji, ništa nam nije rečeno o ponašanju ili raspadu posebnih jezgri izotopa radiougljika. Postoji očiti smisao prema kojemu je njihovo ponašanje ostalo neobjašnjeno; za razliku pak od slučaja bacanja kocke, ovdje se nešto smatra fundamentalno neobjašnjivim. Upotreba probabilističkih teorija u kvantnoj teoriji ide ruku pod ruku s vjerovanjem da svemir u određenom smislu nije determiniran; da je determinizam neistinit i indeterminizam istinit.

Na temelju ovoga bi se ponovno moglo postaviti pitanje o eksplanatornoj snazi probabilističkih teorija. One same po sebi ne daju potpuno objašnjenje pojedinačnih događaja. U nekim slučajevima, ako je indeterminizam istinit, moguće je da doista ne postoji nikakvo potpuno objašnjenje pojedinačnih događaja i nikakva teorija koja bi nam dopustila predviđanje budućeg

ponašanja pojedinačnih čestica. Probabilističke teorije objašnjavaju učinke, u mjeri u kojoj to čine, ističući statističke tendencije u populacijama. Njihova univerzalnost i njihova provjerljivost nastupa na razini populacija i uzoraka populacija. Za bilo koji uzorak radiougljika smatrat će se da ima poluzivot od 5730 ± 30 godina. Bilo koja skupina fotona ispaljena na zaslon imat će takvu i takvu distribuciju, i tako dalje. No ispod razine tendencija u populacijama nailazimo na nasumično i u osnovi neobjašnjivo ponašanje, a to se odražava u upotrebi probabilističkih teorija u ovim područjima. Drugi način promatranja subatomskog svijeta bio bi više holistički, umjesto da se o ponašanju subatomskih čestica razmišlja kao da je ono neovisno o njihovim okolinama. I dok bi ovakav postupak sasvim lako mogao biti ispravan i mogao bi pružiti neki razlog za poteškoću predviđanja u subatomskom području, više holistički pristup ne bi sam od sebe dao odgovor na probleme predviđanja ponašanja pojedinačnih čestica. On nam ne bi omogućio predviđanje o tome koje će se jezgre u nekom uzorku radiougljika raspasti niti bi objasnio zašto posebne čestice u eksperimentu s dva proreza kreću jednim umjesto drugim smjerom.

Naravno, utvrditi primjere tendencija u populacijama može biti teško kada su stvarne populacije izmiješane prema relevantnim aspektima. Za pušače može postojati tendencija da dobiju srčano oboljenje, ali, kako ističe Nancy Cartwright, ako svi ili većina pušača suzbijaju ovu tendenciju tako što marljivo tjelesno vježbaju, učestalost srčanog oboljenja među pušačima zapravo bi mogla biti manja nego u populaciji kao cjelini.³ Unatoč tome, govoreći o uzročnoj vezi između pušenja i srčanog oboljenja, ili između pušenja i raka, kao što smo to ranije činili, podrazumijevat ćemo da će pušači u populacijama u kojima nema kompenzirajućih čimbenika biti skloniji srčanom oboljenju od nepušača. Ovo pozivanje na odsutnost kompenzirajućih čimbenika paralelno je sličnoj kvalifikaciji u provjeravanju univerzalnih zakona, koja se tiče odsustva interferirajućih čimbenika. Ali, u probabilističkom slučaju, naša objašnjenja i razumijevanje uzročnosti odvijat će se u kategorijama dobro definiranih matematičkih tendencija u populacijama, a ne u kategorijama konstantnih sveza determinističkih uzroka i univerzalnih zakona.

U slučaju probabilističkih zakona, naša će objašnjenja biti eksplanatorna u onoj mjeri u kojoj promatranje događaja u kategorijama tendencija u populacijama objašnjava ishode posebnih vrsta. Ovo će biti istinito u onom tipu slučaja u kojemu dana tendencija u nekoj populaciji neki ishod čini vjerojatnijim nego što bi on to inače bio (i potom razmišljamo u kategorijama neke uzročne veze između tog obilježja populacije, te tendencije i tog ishoda,

³ Usp. Nancy Cartwright, *How the Laws of Physics Lie* (Clarendon Press, Oxford, 1983.), str. 23-24.

kao u slučaju pušenja i srčanog oboljenja). Ali u probabilističkoj će teoriji također postojati tip objašnjenja koje se pruža za to zašto se događaju manje vjerojatni ishodi. Ako objašnjenje nečijeg raka ili srčanog oboljenja pomoću njegova pušenja počiva jednostavno na statističkoj distribuciji, onda će – pod uvjetom da slučajevi pušača bez srčanog oboljenja ili raka ulaze u odgovarajuću statističku distribuciju – postojati smisao u kojemu je njihovo neobolijevanje također objašnjeno činjenicom da oni pripadaju populaciji u kojoj za određeni udio njezinih članova postoji tendencija da se očituje kao takav i takav. Reći da u populaciji postoji *tendencija* znači reći da neki članovi te populacije *neće* imati ili činiti to na što se ta tendencija već odnosi. U mnogim slučajevima prirodno imamo dojam da moraju postojati prikriveni razlozi zašto neki članovi populacije obolijevaju, ili im se događa bilo što drugo, dok s drugima to nije slučaj. No u pravim indeterminističkim slučajevima ne postoje nikakvi daljnji razlozi te sve na što možemo ukazati jesu tendencije u populacijama – a da ne možemo objasniti zašto se neki članovi te populacije očituju na jedan, a drugi na drugi način. U takvim bi slučajevima naša potraga za daljnjim uzročnim objašnjenjima posebnih ishoda bila osuđena na neuspjeh.

Interpretacije vjerojatnosti

U prethodnom smo odsječku razmotrili narav probabilističkih teorija u znanosti, njihovo provjeravanje, te u kojemu ih se opsegu može promatrati kao da pružaju objašnjenja empirijskih događaja. U ovome ćemo odsječku razmotriti neke načine na koje su filozofi shvaćali tvrdnje o vjerojatnosti. Pritom ćemo razmatrati neka područja koja su već obrađena iz drukčijeg kuta, a također ćemo se oslanjati na neka naša zapažanja o kvantnoj teoriji iz šestog poglavlja. Na taj bismo način trebali moći steći nešto jasniji uvid u neka pitanja vezana i za vjerojatnost i za indeterminizam.

Pružajući filozofsko obrazloženje vjerojatnosti koje će biti relevantno za način na koji se pojmovi vjerojatnosti koriste u znanstvenim kontekstima, nastojat ćemo pružiti interpretaciju matematički formaliziranog računa vjerojatnosti ili šansi. Postoji rašireno slaganje u pogledu matematičke strukture ovoga računa, koja nam omogućuje da događajima ili hipotezama pripisujemo brojčane stupnjeve vjerojatnosti. No slaganje oko osnovnih aksioma i pravila za pripisivanje brojčanih stupnjeva vjerojatnosti ne određuje interpretaciju same vjerojatnosti; ono nam ne govori što se podrazumijeva kada se nečemu pripisuje dani stupanj vjerojatnosti. Točnije rečeno, ovdje nas zanima interpretiranje iskaza koji imaju oblik

$$P(a, b) = r$$

gdje je $P(a, b)$ vjerojatnost od a , ako je dano b , dok je r neki broj između 0 i 1 (uključujući i ove granice). Filozofska obrazloženja vjerojatnosti mogu se općenito podijeliti na subjektivna obrazloženja, koja probabilističke iskaze poimaju u smislu onoga što imamo pravo vjerovati s obzirom na danu dokaznu građu, te na objektivna obrazloženja, koja probabilističke iskaze interpretiraju tako kao da se oni izravno odnose na raznovrsne tendencije koje postoje u stvarnome svijetu.

Klasičnu teoriju vjerojatnosti – koju se obično povezuje s Laplaceovim *Filozofskim ogledom o vjerojatnosti* iz 1814. – može se smatrati subjektivnom teorijom, zato jer sudove o vjerojatnosti poima kao da su primjenjivi primarno u slučajevima u kojima nemamo ništa više razloga očekivati jedan ishod danoga tipa kao suprotan nekom drugom ishodu toga tipa. Tako ne bismo imali ništa više razloga očekivati da će novčić pasti na glavu nego na pismo, te možemo govoriti da vjerojatnost da će on pasti na glavu (ili pismo) iznosi 1 prema 2. Klasična će teorija općenito analizirati vjerojatnost jednog tipa (jednako vjerojatnog) alternativnog ishoda nekog oblika kao da se radi o omjeru povoljnih slučajeva u odnosu na omjer svih mogućih slučajeva – 1 prema 2 u slučaju bacanja novčića koji rezultiraju glavama, 1 prema 6 u slučaju kocke koja pada na šesticu, 1 prema 36 u slučaju bacanja dvostruke šestice s dvjema kockama, i tako dalje.

Laplace i njegovi sljedbenici tipično bi izračunavali ovaj omjer na a priori osnovama, u kategorijama odnosa između dane informacije i hipoteze o kojoj se radi. U slučaju kocki ili novčića, ova se informacija zapravo svodi na nedostatak informacije ili na neznanje u pogledu ishoda bilo kojeg posebnog bacanja. Svaki se poseban ishod bacanja uzima kao da je jednako vjerojatan (ili nevjerojatan) poput bilo kojeg drugog. U takvim izračunima neće biti nikakvog pozivanja na opažene frekvencije ili na omjere ishoda ili na druga činjenična stanja stvari, poput fizičkog ustrojstva kocke ili novčića. Ono što ćemo ovdje imati jednostavno je primjena matematičkog računa šansi (ili računa vjerojatnosti), što pak odmah potiče problem objašnjavanja toga kako se jedan djelić apstraktne matematike može ispravno primijeniti na stvarne igre poput bacanja novčića, trik-traka i sličnih.

Jasno je da rezultate postignute čisto apriornim načinom ne bismo mogli upotrijebiti ukoliko u našoj stvarnoj situaciji ne bi postojala jednaka vjerojatnost bilo kojeg posebnog ishoda. Ako bi 200 crvenih i 200 bijelih loptica u posudi bilo tako posloženo da su sve crvene loptice smještene iznad bijelih, ne bi postojala šansa 1 prema 2 da ćemo u prvom izvlačenju izvući bijelu lopticu. Zbog toga u klasičnom poimanju postoji uvjet da osnovne alternative moraju

biti jednako vjerojatne. Na ovome ćemo mjestu, međutim, u bilo kojoj stvarnoj primjeni računa šansi, odlaziti onkraj čiste matematike i donosit ćemo empirijske pretpostavke o tome kako neka posebna kocka ili novčić nisu namješteni, ili kako su loptice u posudi raspoređene nasumce. Drugim riječima, iako poput igrača trik-traka možemo a priori izračunavati koje će biti šanse raznih ishoda, pod uvjetom da imamo određeni broj jednako vjerojatnih osnovnih alternativnih ishoda, od kojih jedan nemamo ništa više razloga očekivati od bilo kojeg drugog, to da li naš sustav (poput kocke za trik-trak) tvori takvu situaciju uopće nije apriorno pitanje, već se zasniva na empirijskim činjenicama i iziskuje dokaznu građu jednako vjerojatnih nizova bacanja.

Klasično laplaceovsko poimanje vjerojatnosti pretpostavlja da osnovne alternative koje se procjenjuje jesu jednako vjerojatne. To odmah ograničava njegovu primjenu u znanstvene svrhe, jer – kako ističe Hempel⁴ – u znanosti često imamo posla sa slučajevima u kojima se osnovne alternative ne smatra jednako vjerojatnima. Primjeri uključuju vrste slučaja koje smo već razmatrali, poput postupnog raspada atoma radioaktivnih tvari te prijelaz čestica iz jednog stanja ili položaja u drugi. Čak i u kockanju, gdje imamo posla s namještenim novčićima ili kockama te stoga s nejednakim alternativama, klasično poimanje ne bi bilo primjenjivo. Njegova će primjena, dakle, biti krajnje ograničena.

Osim problema s primjenjivošću neke teorije zasnovane na pretpostavci o jednako vjerojatnim alternativama, u klasičnom obrazloženju vjerojatnosti postoji i daljnji značajan problem. Čak i pod pretpostavkom jednake vjerojatnosti ili jednakog neznanja u pogledu raznih ishoda, istome se ishodu mogu pripisati različite vjerojatnosti ovisno o tome kako je on opisan. Imamo snop od četiri karte, koji se sastoji od dvije crvene i dvije crne karte, te želimo izračunati vjerojatnost da ćemo iz našega snopa uzastopno izvući dvije karte iste boje. Ako za naše jednako vjerojatne osnovne alternative uzmemo pojedinačne karte koje izvlačimo, postojat će šest mogućih ishoda izvlačenja, od kojih će samo dva biti jednake boje, tako da se naša vjerojatnost pojavljuje kao 2 prema 6. S druge strane, uzmemo li kao osnovne alternative sastav boja cjelovitih izvlačenja, postoje samo tri moguća ishoda, od kojih će dva ponovno biti iste boje, te se tako naša vjerojatnost pojavljuje kao 2 prema 3. Ne radi se tek o tome da je uznemirujuće dobiti pojavljivanje istog događaja s različitim vjerojatnostima; osnovni je problem to što nam pojam jednakosti razloga kao između alternativa ne pruža nikakav putokaz oko odabira našeg osnovnog vokabulara ili oko jedne od ovih dviju vjerojatnosti. Ovdje bismo za vodstvo zacijelo trebali pristupiti stvarnim uzastopnim izvlačenjima, kaljajući čisto

⁴ Usp. *The Philosophy of Natural Science* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1966.), str. 61.

matematičko izračunavanje šansi empirijskim opažanjem.

Također se čini da bi poteškoće analogne ovoj što smo je upravo susreli pratile bilo koju čisto logičku interpretaciju probabilističkih iskaza, poput one koju je zagovarao Carnap. Logičke interpretacije vjerojatnosti počivaju na pretpostavci da vjerojatnost neke hipoteze jest opseg u kojemu je njezina dokazna građa podupire. Vjerojatnost se tako promatra kao logička relacija, čije su granice logičko impliciranje hipoteze od strane dokazne građe ($P = 1$) ili logičko protuslovljenje hipotezi od strane dokazne građe ($P = 0$). Vjerojatnosti koje se nalaze između ovih dviju granica izračunavaju se na složene načine koji se izvode iz pojma logičkog prostora iz Wittgensteinova djela *Tractatus logico-philosophicus*. U jednome od Carnapovih sustava, primjerice, uzmemo sve osnovne predikate našega jezika te imena svih individuuma u univerzumu koji razmatramo, te potom konstruiramo ono što je poznato kao "opisi stanja", iskaze u kojima je svakom imenu pripisan po jedan od svih primitivnih predikata i njegova negacija. (Ako naš jezik ima samo jedan takav predikat, "zeleno", onda će opis stanja biti konjunkcija rečenica, koja o svakom pojedinom individuumu govori da je zelen ili da nije zelen.) Svaki opis stanja tvori mogući svijet ili univerzum, relativan u odnosu na jezik; u kategorijama tog jezika on potpuno opisuje naš univerzum. Svakom se opisu stanja početno pripisuje neki pozitivan stupanj vjerojatnosti, te se na ovoj osnovi bilo kojoj rečenici jezika može pripisati njezina početna vjerojatnost (zbroj svih početnih stupnjeva vjerojatnosti opisa stanja u kojima se ona pojavljuje). Pomoću računa šansi potom možemo ustanoviti stupanj vjerojatnosti – ili potpore – koji je dan rečenici koja izražava hipotezu koju provjeravamo, pomoću rečenice koja izražava dokaznu građu koju smo prikupili u prilog te hipoteze; tako možemo izračunati koja će, s obzirom na danu dokaznu građu, biti vjerojatnost danih događaja.

Za empirijske svrhe, na žalost, čistoću i primjenjivost ovog pristupa vjerojatnosti stvarnih hipoteza i stvarnih događaja podrija ne samo induktivizam implicitan u mišljenju da je naša dokazna građa u bilo kojem vremenu reprezentativna za svu moguću dokaznu građu, nego i – specifičnije – činjenica da će naše procjene vjerojatnosti ovisiti i o našem početnom davanju težine opisima stanja i o našem odabiru jezika. Odabir jezika utječe na procjene vjerojatnosti iz razloga analognih onima koje smo vidjeli u slučaju snopova karata, gdje sve ovisi o tome uzimamo li pojedinačne karte ili cjelovita izvlačenja kao osnovne individuume u jeziku. Prvi je čimbenik relevantan zato što nam, kada se dopusti da ne možemo pretpostaviti da su svi opisi stanja jednako vjerojatni ili nevjerojatni (zato jer je već i to supstantivna pretpostavka o bilo kojem stvarnom univerzumu), preostaje jako malo pokazatelja u pogledu

toga čemu bi trebalo dati težinu.

Klasične i logičke teorije vjerojatnosti nisu jedini primjeri subjektivnih pristupa vjerojatnosti, ako pod "subjektivnim" podrazumijevamo to da vjerojatnost nekog iskaza ili nekog događaja što ga taj iskaz opisuje jest ekvivalentna stupnju u kojemu bi netko mogao imati opravdanje, s obzirom na danu količinu dokazne građe, da vjeruje da je taj iskaz istinit ili da će se taj događaj dogoditi. Štoviše, postoje subjektivna obrazloženja vjerojatnosti koja ne počivaju na pretpostavkama jednake vjerojatnosti ili na Carnapovskim manipulacijama opisima stanja. Kako bismo što je moguće oštrije izložili razliku između subjektivnih i objektivnih obrazloženja vjerojatnosti, kao bit subjektivnih teorija možemo uzeti jednostavno vjerovanje da – prema riječima Bruna de Finettija (vođećeg subjektivista u pogledu vjerojatnosti) – iskaz vjerojatnosti ne odražava ništa "racionalno, pozitivno ili metafizičko" u svijetu;⁵ to je tek psihološko sredstvo koje koristimo kada ne znamo sve činjenice o nekoj situaciji. Reći da sljedeće bacanje novčića ima vjerojatnost 1 prema 2 da će biti glava predstavlja jednostavno izraz našeg subjektivnog vjerovanja zasnovanog na neznanju o potpunim činjenicama situacije (koje bi nam, pretpostavljamo, kada bismo ih znali, omogućavale donošenje točnog predviđanja).

No zasigurno je istinito da vjerovanje jest – ili bi trebalo biti – funkcija dokazne građe. Također je istinito, kao što ističu subjektivistički poput de Finettija, da će povećanje dokazne građe često imati tendenciju modificirati početno vrlo divergentna vjerovanja o činjeničnim pitanjima. Dakle, interpretiranje vjerojatnosti u kategorijama subjektivnog vjerovanja može izgledati razložno kada govorimo o vjerojatnosti hipotezâ s obzirom na dane djeliće dokazne građe, a kako pokazuju de Finetti i ostali, račun vjerojatnosti općenito i Bayesov teorem posebno mogu pružiti razložno obrazloženje načina na koji racionalno vjerovanje u neku hipotezu jača ili slabi na temelju povećanja dokazne građe. Ali, kao što će inzistirati objektivisti u pogledu vjerojatnosti, kada govorimo o vjerojatnosti događajâ u fizičkome svijetu, u osnovi ne govorimo o stupnju potpore koju neka dokazna građa daje nekoj hipotezi ili o opsegu u kojemu bi je neka dokazna građa u nekom posebnom jeziku mogla djelomično povlačiti. Ovi potonji pojmovi počivaju na onome na što se u osnovi pozivamo, a to su tendencije u stvarnome svijetu, te uzimanje probabilističkih iskaza u znanosti kao kvazi-logičkih povlačenjâ iz neke dokazne građe ili kao stupnjeva subjektivnog vjerovanja niukoliko ne uspijeva obrazložiti niti njihovu primjenu na stvarni svijet niti način na koji

⁵ U "Foresight: Its Logical Laws, Its Subjective Sources", u: H. Kyburg i H. Smokler (ur.), *Studies in Subjective Philosophy* (Wiley, New York, 1964.), str. 97-158, na str. 152.

su oni tako često briljantno potvrđeni u stvarnome svijetu. Subjektivistu bismo mogli postaviti zahtjev (koji je Popper često ponavljao) da objasni način na koji tako često provjeravamo i potkrepljujemo ono što subjektivist smatra izrazom neznanja.

Osjećaj da pojam vjerojatnosti koji kao da se odnosi na stvarne tendencije u svijetu mora biti relevantniji (barem u znanstvenim kontekstima) od vjerojatnosti kao subjektivnoga stupnja vjerovanja zgodno podupire ono što Popper naziva paradoksom idealne dokazne građe.⁶ Pretstavimo, u skladu sa subjektivizmom, da o iskazu da neko proizvoljno bacanje novčića ima vjerojatnost 1 prema 2 da će ispasti glava mislimo kao da predstavlja primarno iskaz neznanja. ("50 posto sam u neznanju oko ishoda bacanja.") Potom opažamo vrlo velik broj bacanja novčića, na kraju kojega još uvijek smatramo da sljedeće bacanje ima vjerojatnost 1 prema 2 da će biti glava. Ako, kao što smatra subjektivist, probabilistički iskazi odražavaju naše neznanje o uvjetima i ishodima pojedinačnih događaja, još uvijek smo u jednakome neznanju kao što smo bili na početku te izgleda da nas naš dugi niz bacanja nije ničemu naučio. Međutim, nasuprot ovoj interpretaciji, zasigurno je prirodno reći da nas je naše bacanje naučilo nečemu sasvim stvarnom o nekoj tendenciji koju posebni novčić ima padajući bilo na glavu bilo na pismo, te da naša opažanja valja poimati kao da (u ovom slučaju) potvrđuju hipotezu da on doista ima takvu tendenciju.

Objektivistička obrazloženja vjerojatnosti vide probabilističke iskaze kao da se odnose na stvarne tendencije individuumu ili nizova da pokazuju određene obrasce ishoda. U slučaju dugoga niza bacanja novčića, možemo stoga držati kao da naša opažanja daju neko racionalno uporište hipotezi da novčić ima tendenciju 1 prema 2 da ispadne glava. Što se tiče našeg stanja znanja, više znamo na kraju niza bacanja nego što smo znali na početku; znamo više, naime, o istinitosti hipoteze da novčić ima dotičnu tendenciju. Ovo možemo reći zato jer ovdje iskaz

$$P(a, b) = 0.5$$

(gdje je b jedno bacanje novčića, dok je a događaj u kojem novčić pada na glavu) interpretiramo tako kao da se on odnosi na neku tendenciju koju ima novčić ili nizovi bacanja novčića, a ne na opseg našega znanja ili neznanja u pogledu bacanja novčića.

Ova vrsta objektivnog poimanja probabilističkih iskaza, međutim, ne govori nam točno kako ih treba razumjeti. Prema onome što je poznato kao frekvencijsko shvaćanje vjerojatnosti, govoreći da postoji 1 prema 2 vjerojatnost

da će sljedeće bacanje novčića biti glava, zapravo ne govorim o sljedećem bacanju – koje će, na kraju krajeva, definitivno biti ili pismo ili glava, te može doista biti determinirano da bude ili jedno ili drugo – nego o cijeloj klasi bacanja, od kojih je sljedeće bacanje tek jedan element. Moj se iskaz o vjerojatnosti, prema ovom frekvencijskom shvaćanju, doista odnosi na relativnu frekvenciju glava i pisama u čitavome nizu bacanja. Na stranu poteškoće uključene u pripisivanje vjerojatnosti pojedinačnim događajima (na što ćemo se vratiti), frekvencijsko je shvaćanje privlačno zato jer govor o vjerojatnostima povezuje s načinom njihova otkrivanja; zasigurno je tako da često prosuđujemo i provjeravamo procjene vjerojatnosti na osnovi opaženih frekvencija relevantnih karakteristika u populacijama individuumu ili događaja.

Ideja da se probabilistički iskazi odnose na relativne frekvencije unutar posebnih klasa vrlo dobro odgovara mnogim stvarnim upotrebama probabilističkih iskaza u znanosti i statistici. Primjerice, reći da dijete koje začme majka starija od 42 godine ima šanse 1 prema 100 da će imati Downov sindrom znači reći da frekvencija tog sindroma u populaciji takve djece iznosi 1 prema 100. Tamo gdje su dotične populacije konačne očito je da nema nikakvog problema – barem ne u teoriji – u govoru o relativnoj frekvenciji dane karakteristike unutar populacije. Štoviše, populacije koje nas zanimaju vrlo su često prilično omeđene. Učestalost Downova sindroma može sasvim lako varirati s obzirom na vrijeme i mjesto i druge čimbenike (poput vrste prehrane); ono što majka u Engleskoj želi znati jesu šanse da će njezino dijete imati ovaj poremećaj, te će za nju relevantnija statistika od pojavljivanja ovog sindroma diljem cijeloga svijeta tijekom svih vremena biti njegova frekvencija u danoj populaciji u Engleskoj tijekom posljednjeg dijela dvadesetog stoljeća. Naravno, procjenjujući ovu vjerojatnost morat ćemo izvršiti ekstrapolaciju na temelju ograničenog uzorka slučajeva (recimo, od 1975. do 1988.), ali ova ekstrapolacija ne mora izgledati preriskantno, pod uvjetom da su okolnosti slične. U svakom slučaju, čitava populacija o kojoj je riječ strogo je konačna i omeđena, tako da nema nikakve teoretske poteškoće u analiziranju vjerojatnosti u kategorijama relativne frekvencije ovog sindroma unutar te populacije.

S druge pak strane, često želimo govoriti o vjerojatnostima u populacijama koje nisu omeđene pa čak ni nužno konačne. U kvantnoj teoriji, kao što smo vidjeli, govorimo o vjerojatnostima koje se odnose na populacije čestica za koje ne bismo htjeli unaprijed reći da su konačne. Kako pojmiti relativnu frekvenciju u takvim slučajevima? Nadalje, želimo misliti o našim probabilističkim iskazima kao da povlače protučinjenične iskaze o tome kakav bi se svijet bio dogodio, ali se nije dogodio, te o ponašanju mogućih entiteta; ponovno, čini se da moramo promatrati naše frekvencije kao da djeluju u barem

⁶ U *The Logic of Scientific Discovery*, str. 407-409.

potencijalno beskonačnim populacijama.

U svome pristupu ovim poteškoćama, Richard von Mises, arhitekt moderne frekvencijske teorije, promatra vjerojatnost u kategorijama distribucije nekog svojstva u nekom "kolektivu", potencijalno beskonačnom nizu događaja u kojemu je dano svojstvo distribuirano nasumično. Inzistirajući na nasumičnom pojavljivanju dotičnog svojstva (pomoću onoga što on naziva aksiomom nasumičnosti), von Mises želi isključiti nizove na koje bi kockar mogao uspješno primijeniti neku kockarsku strategiju. Ovo treba zamčiti da su bilo koji podnizovi koje susretne doista slučajni i reprezentativni za cjelinu. Von Mises također uvodi nešto što on naziva aksiomom konvergencije; kako promatramo sve više i više slučajeva u nekom podnizu nekog kolektiva ili u kolektivu kao cjelini, frekvencija nasumično distribuiranih svojstava bilo u podnizu bilo u kolektivu ima tendenciju ustaliti se oko neke određene vrijednosti ili, rečeno von Misesovim terminima, dosegnuti frekvencijski limit. Rezultat ovih dvaju aksioma, uzetih zajedno, jest sljedeći: budući da nijedan podniz koji stvarno ispitujemo nije uredniji od kolektiva kao cjeline (jer se za oba pretpostavlja da su jednako nasumični), frekvencijski limiti dovoljno dugih podnizova bit će slični frekvencijskoj limitu kolektiva kao cjeline. Von Mises se na ovaj način nada pokazati kako je moguće iz danih stvarnih nizova izvesti zaključak o deriviranim distribucijama u deriviranim kolektivima; na taj način, također nudi rješenje zabrinjavajućega problema da se pokaže kako red i nasumičnost nisu nekonzistentni, te da primjenom računa šansi doista možemo pronaći red i pravilnost u nasumičnosti.

Jedna očita praktična poteškoća s von Misesovim prijedlozima jest poteškoća znanja o tome imamo li stvarno ikada kolektiv u njegovu smislu – tj. niz koji udovoljava ili jednome ili obama njegovim aksiomima. Von Misesov stvarni aksiom nasumičnosti zahtijeva da bilo koji podniz što ga bilo kojom pravilnom metodom izvučemo iz kolektiva treba imati isti frekvencijski limit poput bilo kojeg drugog podniza. To je toliko strog zahtjev da moramo posumnjati u njegovu zadovoljivost u praksi. Također je tako da iako se zabilježene frekvencije grupiraju oko dane vrijednosti, to nije nikada nekonzistentno s time da niz kao cjelina na koncu ili dosegne različit limit ili da uopće nema limita.⁷ Dijelom da bi riješio ove i druge poteškoće u von Misesovoj verziji frekvencijske teorije, Popper je uveo jednu revidiranu verziju, pružajući drukčiji pojam nasumičnosti, i to onaj koji je osiguravao to da nikakav dodatni aksiom konvergencije nije potreban. U Popperovu se sustavu pretpostavlja – pomoću zakona velikih brojeva – da će dovoljno dugi nizovi

s visokom početnom nasumičnošću vjerojatno dosegnuti frekvencijske limite mnogo dužih nizova.⁸ Naravno, ovime se ne zaobilazi poteškoću znanja o tome je li veoma nasumičan niz koji promatramo doista reprezentativan za populaciju kao cjelinu. Zakon velikih brojeva nam može reći da bi on morao biti krajnje devijantan ukoliko bi bio takav, ali to da on nije krajnje devijantan nije nešto u što možemo biti sigurni bez nečega poput postulata poštenog uzimanja uzorka (u kojemu slučaju je govor o frekvencijskim limitima irelevantan, kao što komentira Ayer). U Popperovu se prijedlogu također javlja problem uslijed zahtjeva da niz ima visoku početnu nasumičnost, jer izgleda da on implicira kako moramo donijeti neke možda netočne i neprovjerljive empirijske pretpostavke o bilo kojoj opaženoj pravilnosti u, primjerice, ponašanju kocke koju bacamo, kao da se ona pojavljuje dugo u njezinoj povijesti, ukoliko nam bude dopušteno da na nju primijenimo račun vjerojatnosti. No ostavimo li ovo po strani, poteškoća s devijantnim uzorcima samo je jedna verzija poznatog problema indukcije, te nije jasno kako će bilo koja teorija vjerojatnosti ovo zaobići. Međutim, za frekvencijsku bi teoriju preostala još jedna prepreka koju treba ukloniti, čak i ako bismo – ne nerazložno barem za neke slučajeve – dopustili njezinim zagovornicima nešto poput postulata poštenog uzimanja uzorka u praksi, te ako bismo frekvencije karakteristika u opaženim podnizovima većih populacija bili spremni smatrati reprezentativnim za te veće populacije, bile one beskonačne ili ne. Problem je što u mnogim slučajevima vjerojatnosti želimo pripisati pojedinačnim događajima, a ne tek klasama događaja.

Problem pripisivanja vjerojatnosti pojedinačnim događajima možemo promatrati na više načina. Mogli bismo započeti s razmatranjem kocke koja je bačena tek nekoliko puta ili čak uopće nije bačena prije nego što je bila uništena. U takvom slučaju ne bi postojao nikakav stvarni raspon slučajeva kojima bi se mogla pripisati neka frekvencijska vrijednost posebnih ishoda. Ipak, zasigurno bismo bili skloni reći da je kocka imala razne vjerojatnosti da bude bačena s danim ishodima, zahvaljujući svojoj strukturi. Točno je da bi naša *dokazna građa* za ovu tvrdnju moglo lako biti to da je slična kocka sa sličnom strukturom doista pokazala frekvencijske limite bliske vrijednostima koje želimo pripisati nebačenoj kocki, ali ne bi bilo nerazložno razlučiti našu dokaznu građu (iz nizova bacanja slične kocke) od onoga za što ona jest dokazna građa. Ono pak za što ona jest dokazna građa nalikuje na neku pravu fizičku tendenciju ili sklonost koju je nebačena kocka imala (prije nego što je bila uništena) da u bacanjima pokaže određene statističke pravilnosti. Naravno, bacanja nisu bila stvarno izvedena, ali ovako formulirana, sklonost,

⁷ O objema ovim tvrdnjama usp. Ayer, *Probability and Evidence*, str. 46-48.

⁸ U *The Logic of Scientific Discovery*, str. 154-191 i 359-362.

kako ćemo je nazvati, izgleda dovoljno stvarna i zapravo mnogo stvarnija od beskonačnih kolektiva potencijalnih bacanja koje von Mises postulira kao predmet probabilističkih iskaza. Čak i s mnogo puta bačenom kockom, ne može postojati nikakav stvarni kolektiv bacanja. Beskonačni kolektiv nalikuju na neku vrstu teoretske konstrukcije koja nastaje iz sklonosti kocke da pokaže određene frekvencijske limite u stvarnim nizovima bacanja.

Frekvencijska teorija ne može obrazložiti pojedinačne događaje osim u kategorijama teoretskih klasâ za koje se pretpostavlja da im ovi pojedinačni događaji pripadaju. No ova se teorija ustvari mora suočiti s još ozbiljnijim problemom od problema pozivanja na teoretske klase događaja. Upravo zato jer frekvencijska teorija mora analizirati vjerojatnosti koje se odnose na pojedinačne događaje ili predmete u kategorijama klasâ kojima ti individuumi pripadaju, vjerojatnost koju će se pripisati nekom pojedinačnom predmetu ili događaju da ima neko posebno svojstvo ovisit će o relativnoj frekvenciji toga svojstva u klasi za koju se smatra da joj taj individuum pripada. Ali, individuum se, naravno, može promatrati kao da pripadaju više nego jednoj klasi, a u slučajevima gdje je frekvencija svojstva različita u različitim klasama, istom će se individuumu pripisati više od jedne vjerojatnosti da ima isto svojstvo.

Ovo možemo ilustrirati koristeći se jednim poznatim primjerom. Želimo znati koje su šanse da je Šveđanin Petersen protestant. Pretpostavimo da 95 posto Šveđana jesu protestanti, tako da izgledi za tvrdnju da on jest protestant iznose 19 prema 1. No također znamo da je Petersen prošle godine bio na hodočašću u Lourdesu, a barem 95 posto takvih hodočasnika jesu katolici. Dakle, izgledi su najmanje 19 prema 1 protiv gornje tvrdnje. Ovdje imamo izravno protuslovlje, koje se doista može ukloniti ako relevantne vjerojatnosti interpretiramo kao da se radi o relativnim frekvencijama. No onda je naša tvrdnja da su šanse 19 prema 1 da je Petersen protestant jednostavno preformulirani iskaz činjenice da je on Šveđanin, dok su šanse 19 prema 1 da je on katolik tek preformulirani iskaz činjenice da je on bio u Lourdesu.

Na ovaj način ostajemo bez našeg izvornog pitanja o Petersenu i upitno je možemo li ga ponovno postaviti unutar granica frekvencijske teorije. Neki bi nam mogli savjetovati da uzmemo najužu referentnu klasu kojoj individuumi pripadaju kako bismo procijenili relevantne vjerojatnosti u njihovu slučaju (Šveđani u Lourdesu, možda, u našem primjeru). No čak i kada bi se na zadovoljavajući način moglo definirati najužu referentnu klasu u ovome kontekstu, kao što ističe Ayer, ne može biti nikakvoga mjesta za takav savjet u kategorijama frekvencijske teorije: "ne može se pridati nikakav smisao, u granicama ove teorije, tvrdnji da odabir uže referentne klase pruža bolju

procjenu mojih šansi [da imam određeno svojstvo]."⁹ Razlog ovome je to što frekvencijska teorija iskaze o šansama nekog individuuma uvijek tumači kao krunji način da se kaže kako je neko svojstvo distribuirano u nekoj referentnoj klasi te – pod uvjetom da su vjerojatnosti bile točno procijenjene – unutar frekvencijske teorije nema nikakvih razloga za preferiranje odabira jedne referentne klase pred drugom. Jednostavno je tako da odabir različitih referentnih klasa pruža različite informacije.

No mi zasigurno želimo razmišljati o vjerojatnostima da individuumi imaju određena svojstva te, pritom, doista mislimo da neke referentne klase pružaju korisnije informacije od drugih za procjene šansi u vezi s ishodima pojedinačnih događaja. Tamo gdje se dotičnu referentnu klasu može promatrati s obzirom na uvjete koji generiraju nastale ishode, sasvim bi lako moglo izgledati prirodno da se vjerojatnosti promatra u kategorijama stvarnih sklonosti, a ne u kategorijama frekvencija. Ili tako je barem izgledalo Popperu kada je sa zagovaranja frekvencijske teorije vjerojatnosti prešao na ono što se nazvalo propenzitetnom teorijom [teorijom prirodne sklonosti]. On razmatra primjer dugog niza bacanja kocke otežane olovom, čije šanse da će ispasti šestica iznose 1 prema 4. Zamislimo dva ili najviše tri bacanja s nenamještenom kockom koja su umetnuta u ovaj niz. Šanse za bacanje šestice u čitavom nizu još će uvijek biti vrlo bliske 1 prema 4. Unatoč tome, za bacanjâ nenamještene kocke htjet ćemo reći da njihove šanse da će ispasti šestice iznose 1 prema 6, i to iako ustvari nema dovoljno stvarnih bacanja s nenamještenom kockom na kojima bismo to temeljili. Frekvencijski će se teoretičar na ovoj točki nedvojbeno pozvati na virtualan niz bacanja s nenamještenom kockom, čija se vjerojatnost da će ispasti šestica približava frekvencijskom limitu koji iznosi 1 prema 6. Ali – i ovo je za Poppera ključno – ovaj je virtualni niz opisan, i štoviše opravdan, putem uvjeta koji ga generiraju (struktura nenamještene kocke, nasumično bacanje itd.). Razlika u vjerojatnosti bacanja šestice između dugog niza s namještenom kockom te dva ili tri bacanja nenamještenom kockom posve slijedi iz razlike njihovih generirajućih uvjeta.¹⁰ Dakle, vjerojatnost je svojstvo generirajućih uvjeta događajâ; to je osnova propenzitetne teorije vjerojatnosti.

Propenzitetna se teorija svodi na tvrdnju da dok su određeni fizički postavi nasumični ili nepredvidivi, barem što se tiče njihovih pojedinačnih ishoda, ponovljeni eksperimenti ili opažanja dotičnih postava pokazat će statističku stabilnost. Na tu se stabilnost gleda kao da slijedi iz sklonosti inhe-

⁹ A. J. Ayer, *Probability and Evidence*, str. 52.

¹⁰ O ovome se primjeru raspravlja u njegovoj knjizi *Realism and the Aim of Science* (Hutchinson, London 1983), str. 353-356.

rentnih postavu, a ove se sklonosti smatra, barem tako smatra Popper, stvarno postojećim, ali neopažljivim dispozicijskim svojstvima fizičkoga svijeta. On ih smatra analognima newtonovskim silama odnosno njihovom indeterminističkom generalizacijom. Prema Popperu, sklonosti ne dovode do pojedinačnih događaja, već do opaženih frekvencija u nizovima događaja. Za razliku od determinističkih sila, one ne mogu dovesti do pojedinačnih događaja, jer u pravom indeterminističkom slučaju *ništa* ne dovodi do pojedinačnog događaja, do raspada *ove* jezgre, do fotona koji odlazi *onim* putem. No ipak, prema Popperu, objektivnu se vjerojatnost nekog pojedinačnog događaja može i treba promatrati "kao mjeru neke objektivne *sklonosti* – snage tendencije, inherentne navedenoj fizičkoj situaciji, da realizira taj događaj – da se on dogodi."¹¹

Iako Popper kaže da sklonosti nisu newtonovske sile te su im samo analogne, ovaj govor (koji izgleda posve prirodno) o sklonosti kao snazi neke tendencije u nekom pojedinačnom događaju da učini da se taj događaj dogodi doista ostavlja dojam kao da sklonost jest sila, recimo poput gravitacije. No promatranje sklonosti kao kvazi-sila uvelike otežava razumijevanje toga kako bi neka snažna sklonost (ili tendencija) – recimo 60 posto tendencija da će namješteni novčić ispasti glava – ikada mogla biti prevladana (što povremeno očito mora biti slučaj) odgovarajućom slabom (40 posto) tendencijom da će isti novčić ispasti pismo. Kada postoje dvije oprečne sile, snažnija uvijek pobjeđuje. Jasno je, dakle, da sklonosti ne mogu biti sile. Ali, to ne objašnjava na pozitivan način što one jesu. Posebice, to ne objašnjava na koji su način sklonosti različite od ekstrapolacija iz opaženih ili nagađanih frekvencija u danim slučajevima. Oni empirijski nastrojani ovdje će vjerojatno prigovoriti da se govoru o sklonostima pribjegava jednostavno zato da bi se objasnilo inače dalje neobjašnjivu distribuciju frekvencija u klasama događaja. Govoreći da ova jezgra ugljika 14 ima 1 prema 2 sklonost raspasti se unutar 5730 ± 30 godina, govorimo li ista više od toga da ona pripada jednoj klasi entiteta, od kojih se polovica redovito raspadne tijekom ovog vremena? Zasiurno, govor o sklonosti pojedinačne jezgre da se raspadne ne dopušta nam donošenje bilo kojih predviđanja o *njezinoj* dugovječnosti, o njezinu raspadu u sljedećem trenutku ili tek nakon 10.000 godina. No ipak, propenzitetna je teorija uvedena kako bi se izašlo na kraj s pojedinačnim događajem.

Ova je primjedba, dakako, nepravedna. Sklonosti nisu sile, niti ova teorija tvrdi da je u stanju predvidjeti da će neki pojedinačan događaj biti takav i takav. Unatoč tome, teret dokazivanja pada na propenzitetnog teoretičara, da pokaže kako se njegova teorija u praksi razlikuje od neke vrste frekven-

¹¹ *Realism and the Aim of Science*, str. 395.

cijske teorije, budući da se iz analize čini da sklonosti pojedinačnih događaja uključuju neku vrstu pozivanja na frekvencije u stvarnim ili potencijalnim nizovima događaja.

Sam Popper tvrdi kako eksperiment s dva proreza u kvantnoj fizici pruža dokaznu građu u prilog propenzitetnoj teoriji, pokazujući da su sklonosti fizički stvarne.¹² Prema njegovoj argumentaciji, kao što umetanje novih zapreka na ploču flipera mijenja vjerojatnosti ili sklonosti optica da se otkotrljaju niz ploču (čak i kada one ne prolaze stvarno pokraj novih zapreka), tako i otvaranje drugog proreza mijenja sklonosti distribucije čestica koje stvarno prolaze kroz prvi prorez. Iz perspektive teorije vjerojatnosti, to što Popper kaže je točno. Ubacujem novu zapreku niže desno na ploči flipera, na takav način da ona utječe na putanju i konačni položaj bilo koje loptice koja u nju udari. Sada možemo reći da je promijenjena vjerojatnost bilo koje loptice da dospije na neko specifično mjesto mirovanja na desnoj strani ploče, te da je ovo istinito čak i za loptice koje se stvarno spuštaju lijevom stranom (naravno, prije nego što se to s njima dogodi). No očito, u slučaju flipera, na stvarne putanje optica koje se spuštaju lijevom stranom ploče ne utječe niti ih ometa puko ubacivanje nove zapreke na desnoj strani. U eksperimentu s dva proreza, to što se mijenja otvaranjem drugog proreza nije tek vjerojatnost da će se neka čestica naći u danoj točki: mijenja se njezina stvarna putanja. Fizičko uplitanje ove vrste sasvim je različito od promjene vjerojatnosti u slučaju flipera, te je teško uvidjeti kako pozivanje na propenzitetnu teoriju na njega baca bilo kakvo svjetlo. Štoviše, u želji da analizira eksperiment s dva proreza u kategorijama probablističkih sklonosti, posve je moguće da Popper previda upravo način na koji subatomske čestice – za razliku od optica u fliperu – nikada nisu posve izdvojive od širih sustava u kojima djeluju, što je činjenica koju govor o komplementarnosti (koji je Popperu odbojan) doista nastoji uvažiti.

Čak i ako nam – unatoč Popperu – kvantna teorija ne pruža nikakvu konkluzivnu dokaznu građu u prilog propenzitetnoj teoriji, tvrdnja o postojanju prave razlike između propenzitetne teorije i frekvencijske teorije iznosila se na temelju sljedećih razloga. Izvodi se eksperiment bacanja novčića 2000 puta. Prije eksperimenta se postulira da novčić ima sklonost 1 prema 2 pojavljivanja glava. Iz ove hipoteze i izvjesnog broja standardnih pretpostavki moguće je predvidjeti relativne frekvencije pojavljivanja glava, kako u cijelome nizu tako i u određenim podnizovima. Primjerice, relativna frekvencija glava trebala bi biti 0.5 ± 0.025 u čitavome nizu, 0.5 ± 0.049 u podnizu koji

¹² Usp. Popperovu knjigu *Quantum Theory and the Schism in Physics* (Hutchinson, London, 1982.), str. 151-156.

se sastoji od svakog četvrtog bacanja, te 0.5 ± 0.047 u podnizu onih bacanja koja slijede nakon dva uzastopna pisma. Činjenica da je ova i druga složena predviđanja u pogledu opaženih frekvencija moguće donositi na temelju pripisivanja sklonosti, te ih podvrgnuti empirijskoj provjeri, pokazuje da je pripisivanje sklonosti nešto više od jednostavnog bilježenja frekvencija.¹³

Na ovu obranu propenzitetne teorije frekvencijski bi teoretičar, vjerujem, rekao sljedeće. Primjer pokazuje da pripisivanje sklonosti nekom ponovljivom eksperimentu nije isto što i puko bilježenje frekvencija. No onda niti postavljanje hipoteza i predviđanje da će posebni generirajući uvjeti dati određene frekvencije nije isto što i bilježenje stvarnih frekvencija. Razlika između frekvencijskih i propenzitetnih teorija javlja se oko značenja probabilističkih iskaza. Kada govorimo da novčić ima sklonost 1 prema 2 da ispadne glava, ne iznosimo li (zapravo) tek predviđanje da će on pokazati razne frekvencije padanja glave, poput onih spomenutih u primjeru? Teško je pak vidjeti kako, u ovome primjeru, govor o sklonostima pomaže kada se radi o pojedinačnom slučaju. Pretpostavimo da 572. bacanje pripada svim trima spomenutim nizovima (tj. ono je dio čitavog niza, četvrto je bacanje i bacanje koje slijedi nakon dvaju pisama). Izgleda da ga propenzitetna teorija smješta u tri različite klase, od kojih svaka ima različite frekvencije padanja glave. Znači li ovo da 572. bacanje doista ima tri različite sklonosti da ispadne glava? Ukoliko bi propenzitetni teoretičar na ovome mjestu rekao da se niti sklonosti niti vjerojatnosti ne bi trebale priricati pojedinačnim slučajevima, ponovno je teško vidjeti kako se propenzitetna teorija doista razlikuje od frekvencijske teorije. Čini se da obje razmišljaju o vjerojatnostima u kategorijama ponovljivih događaja, te o frekvencijama unutar stvarnih ili zamišljenih nizova takvih događaja. Sada izgleda da se glavna razlika između dviju teorija sastoji u naglasku koji se stavlja na generirajuće uvjete pri odabiru i opisu nizova unutar kojih predviđamo i opažamo frekvencije. No čini se da načelno nema nikakva razloga zašto se frekvencijski teoretičar, *qua* fizikalni znanstvenik, u odabiru svojih nizova ne bi trebao usredotočiti na ono što se može smatrati generirajućim uvjetima.

Kada se bavimo pojedinačnim slučajem, točno je da iz frekvencijske teorije ne slijedi ništa o njegovu ishodu. No sada je jasno da također ništa ne slijedi ni iz propenzitetne teorije. U slučaju pak događaja poput bacanja novčića, za koje volimo smatrati kao da su stvarno determinirani, govor o vjerojatnostima i sklonostima sasvim lako može izgledati poput neizravnog načina priznanja našeg neznanja o determinirajućim čimbenicima u tom posebnom slučaju. Iako nešto općenito znamo o relevantnim čimbenicima, to je znanje

¹³ Ovu misao i primjer dugujem Donaldu Gilliesu.

primjenjivo samo na nizove događaja, te ne možemo procijeniti utjecaj ovih čimbenika u bilo kojem pojedinačnom slučaju, barem ne bez posjedovanja preciznoga znanja o drugim pojedinostima pojedinačnog slučaja. Tamo gdje je dotični događaj determiniran, ili se smatra determiniranim, očito ima nečeg ispravnog u subjektivistovoj tvrdnji da je promatranje tog događaja u probabilističkim kategorijama doista isto što i priznanje neznanja u pogledu pojedinosti tog slučaja.

Situacija je posve drukčija s istinski indeterminističkim slučajem. Ako doista nema nikakvih čimbenika koji determiniraju stazu subatomske čestice, onda naša nemogućnost predviđanja njezine staze ne slijedi iz bilo kojeg nadvladivog neznanja. Ako je to tako, onda stav subjektivista prema iskazima kojima se pripisuju vjerojatnosti različitim stazama kojima bi čestica mogla krenuti u najmanju bi ruku vođio u zabludu, jer on implicira da možda postoji još nešto što valja znati prije toga događaja, a što bi promatraču moglo omogućiti donošenje razložnog predviđanja o njegovu ishodu. No ako je sama priroda ovdje probabilistička, bili bismo u krivu kada bismo našu upotrebu probabilističkih teorija u ovome području smatrali pukim simptomom nekog našeg kognitivnog nedostatka. Ako u prirodi na subatomskoj razini postoje tek statističke pravilnosti među populacijama čestica, bez obzira promatramo li te pravilnosti u osnovi u kategorijama frekvencija ili u kategorijama sklonosti za koje se drži da generiraju te frekvencije, pojedinačni bi događaj na dubinskoj razini bio nepredvidiv i neobjašnjiv. Niti frekvencijska teorija niti – sada moramo priznati – propenzitetna teorija ne mogu izaći na kraj s pojedinačnim slučajem, osim kao s članom nekog stvarnog ili virtualnog niza događaja, sa svom neizvjesnošću koja se upliće u odabir najprikladnijeg niza u koji ćemo smjestiti taj događaj. Iz već navedenih razloga, bilo bi vrlo pogrešno sklonosti relevantne za teoriju vjerojatnosti promatrati kao kvazisile koje pojedinačno generiraju ili determiniraju događaje. One su zapravo sklonosti za tipove ponovljivih situacija da pokazuju statističke frekvencije u nizovima događaja. Ako se propenzitetnu teoriju – kao što bi jamačno trebalo – shvati na ovaj način, čini se da između nje i frekvencijske teorije vjerojatnosti postoji najviše razlika u naglasku.

Dok propenzitetna teorija naglašava generirajuće uvjete koji stoje u podlozi opaženih frekvencija, frekvencijska teorija ostaje takoreći više epistemološka, naglašavajući kako našu jedinu dokaznu građu za govor o sklonostima predstavlja opažena dugoročna frekvencija i sugerirajući kako ovaj govor predstavlja tek pozivanje na stvarne ili teoretske dugoročne frekvencije. Vjerujem da je pošteno reći da argumenti propenzitetnog teoretičara protiv ove analize nisu konkluzivni. Štoviše, u izvjesnoj je mjeri razlika između frekvencijskog teoretičara i propenzitetnog teoretičara analogna razlikama koje

smo već susreli u vezi s humeovcima i anti-humeovcima po pitanju uzroka, ili između pozitivista i realista općenitije. Kao takva, ona je aspekt mnogo šire rasprave koju se ne može konačno riješiti isključivo razmatranjem vjerojatnosti. Što se tiče rješavanja i procjene probabilističkih iskaza, važnija divergencija nije ona između frekvencijskih teoretičara i propenzitetnih teoretičara, od kojih i jedni i drugi analiziraju vjerojatnosti u kategorijama objektivnih tendencija u stvarnome svijetu. Naprotiv, važnija je divergencija ona između objektivista u pogledu vjerojatnosti, u koje spadaju i frekvencijski i propenzitetni teoretičari, te subjektivista, koji vjerojatnosti promatraju u kategorijama onoga što kao promatrači imamo pravo vjerovati na temelju dane dokazne građe i koji govor o vjerojatnostima analiziraju kao da se temelji u ljudskom neznanju.

Iz našeg pregleda filozofskih interpretacija vjerojatnosti proizlazi zapravo to da dok postoji smisao u kojemu se neke probabilističke iskaze može promatrati subjektivno, u kategorijama našeg neznanja o determinirajućim uvjetima, to nije slučaj u područjima u kojima postoji pravi indeterminizam. Subjektivistički pristupi vjerojatnosti posjeduju određenu plauzibilnost kada se bavimo pojedinačnim slučajem u tipičnoj kockarskoj situaciji o kojoj su klasični teoretičari vjerojatnosti toliko raspravljali. Iako, kao što pokazuje paradoks idealne dokazne građe, čak i ovdje ne bismo bili u krivu kada bismo frekvencije koje stvaraju kocke i novčići promatrali kao fizički stvarne, te kada iskaze o takvim frekvencijama ne bismo smatrali tek priznanjima neznanja. Međutim, kada dođemo do slučajeva stvarnog indeterminizma, nema nužne veze između korištenja probabilističkog iskaza i ljudskog neznanja. U mjeri u kojoj izgleda neiskorjenjivo indeterministička, kvantna nas teorija najprirodnije tjera u smjeru objektivne interpretacije vjerojatnosti, do neke verzije bilo frekvencijske bilo propenzitetne teorije. Najprirodnija interpretacija kvantne teorije i njezinih probabilističkih teorija jest da imamo posla sa situacijama koje pokazuju statističke pravilnosti, te da su te pravilnosti i stvarne i objektivne, a da se ne zasnivaju nužno na bilo kojim nepoznatim čimbenicima koji determiniraju pojedinačne slučajeve. Promatrana na ovaj način, niti kvantna teorija niti njoj pripadajući probabilistički iskazi ne moraju se analizirati subjektivno u kategorijama znanja (ili neznanja) promatrača.

Štoviše, za većinu standardnih i znanstvenih upotreba probabilističkih iskaza, uključujući i one u kvantnoj mehanici, prirodna interpretacija je promatrati ove iskaze kao da se odnose na stvarne frekvencije ili sklonosti u populacijama čestica, molekula, gena, novčića, kocki, i tako dalje. S druge strane, također postoje slučajevi u kojima o vjerojatnosti govorimo na subjektivniji način, da bismo se pozvali na vjerojatnost nekog ishoda na temelju neke dokazne građe koju posjedujemo, primjerice, na vjerojatnost toga da

će sutra kišiti, a u takvim je slučajevima plauzibilno povezati govor o vjerojatnosti s neznanjem o determinirajućim uvjetima. Nešto slično također bi vrijedilo za način na koji bayesovci govore o vjerojatnosti teorija nakon provjeravanja, gdje ponovno ono što je u pitanju jest stupanj povjerenja u neku teoriju koji nam daje neka nepotpuna dokazna građa. Ukoliko je ovaj pravac razmišljanja o dvama značenjima vjerojatnosti ispravan, onda ćemo morati ispitivati posebne slučajeve kako bismo vidjeli koristi li se pojam vjerojatnosti u objektivnom ili subjektivnom smislu te, stoga, je li za taj poseban slučaj prikladna objektivna ili subjektivna interpretacija vjerojatnosti.