

# Kompleksna analiza (nastavnički smjerovi)

## 2. domaća zadaća (predavanja)

1. Neka je zadan dvostrani red potencija  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(z - z_0)^n$  koji konvergira na nekom otvorenom nepraznom skupu. Dokažite da postoji kružni vijenac  $V(z_0; r, R)$ ,  $r < R$ , na kojem zadani red konvergira lokalno uniformno. Koristeći Cauchy-Hadamardov teorem prikažite radijuse  $r$  i  $R$  pomoću koeficijenata  $a_n$  za najveći takav kružni vijenac (to jest, najveći  $R$  i najmanji  $r$ ).
2. Odredite Taylorove razvoje funkcija  $f(z) = \sin z$  i  $g(z) = \cos z$  oko 0 koristeći Taylorov razvoj eksponencijalne funkcije oko 0 i definicije funkcija  $\sin$  i  $\cos$ .
3. Koristeći princip jedinstvenosti holomorfne funkcije dokažite da za sve  $z \in \mathbb{C}$  vrijedi formula  $\cos(2z) = \cos^2 z - \sin^2 z$ .