

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 05.02.2024.

Napomene: Odmah potpišite svih osam listova koje ste dobili. Zadatke rješavajte na tim papirima i dodatnim praznim papirima koje također trebate potpisati. Nije dozvoljeno korištenje kalkulatora.

1. (ukupno 20 bodova)

(a) (13 bodova) Odredite tip lokalnih ekstrema funkcije $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ zadane s

$$f(x, y, z) = x^2 - y \sin z + 8xz.$$

(b) (7 bodova) Odredite globalni minimum funkcije $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zadane s

$$g(x, y) = e^{-x^2-y^2} (x^4 + y^4 + x^2 + y^2).$$

--	--

Diferencijalni i integralni račun 2
drugi kolokvij, 05.02.2024.

2. (ukupno 15 bodova)

(a) (7 bodova) Odredite površinu podskupa ravnine koji je omeđen krivuljama

$$y = 1 - x^2 \text{ i } y = x^2 - 3.$$

(b) (8 bodova) Izračunajte trostruki integral

$$\iiint_D 4xy \, dx \, dy \, dz,$$

gdje je D skup omeđen s plohama $z = 2x^2 + 2y^2 - 7$ i $z = 1$.

Diferencijalni i integralni račun 2
drugi kolokvij, 05.02.2024.

3. (ukupno 15 bodova)

(a) (7 bodova) Odredite potencijalnu funkciju, ako postoji, za vektorsko polje

$$F(x, y, z) = (8xyz + yz \cos(xz), 4x^2z + \sin(xz), 4x^2y + xy \cos(xz)).$$

(b) (8 bodova) Izračunajte krivuljni integral

$$\int_C xy^2 dx + 2x^2 dy,$$

duž bridova trokuta s vrhovima $(0, 2)$, $(-1, 0)$ i $(1, 0)$.

4	5	6	7	8
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

JMBAG

IME I PREZIME

Diferencijalni i integralni račun 2

drugi kolokvij, 05.02.2024.

4. (10 bodova) Izračunajte integral

$$\int_{\bar{\Gamma}} y^2 dx + 2xy dy ,$$

gdje je Γ gornja polovica pozitivno orijentirane elipse

$$\mathcal{E} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; x^2 + 4y^2 = 1 \ \& \ y \geq 0\} .$$

5. (10 bodova) Izračunajte

$$\int_0^1 \int_{x^2}^x e^{-\frac{x}{\sqrt{y}}} dy dx .$$

6. (10 bodova) Neka je krivulja Γ dana s

$$\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 ; x^2 + y^2 - 3x - 4y + 6 = 0, 1 \leq x \leq 2, y \geq 2\}$$

Izračunajte

$$\int_{\vec{\Gamma}} x \, dx .$$

Orijentacija krivulje Γ u zadanom integralu odabrana je tako da joj je $A(1, 2)$ početna a $B(2, 2)$ završna točka.

7. (10 bodova) Funkcija $F : H \rightarrow D$, gdje su

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x > 0, y > 0, z > 0, x + y + z < 1\}$$

$$H = \{(u, v, w) \in \mathbf{R}^3 : 0 < w < 1, y \geq 0, u > 0, v > 0, u + v < 1\}$$

dana formulom

$$F(u, v, w) = ((1-w)u, (1-w)v, w) ,$$

je bijekcija.

a.) Skicirajte skupove D i H .

b.) Izračunajte integral

$$\iiint_{\overline{D}} dx dy dz ,$$

gdje je \overline{D} zatvarač skupa D , koristeći zamjenu varijabli $x = (1-w)u$, $y = (1-w)v$ i $z = w$.

Napomena. Vrijednost integrala iz b.), dobivena na način u kojem se ne koristi nevedena zamjena varijabli, nosi nula bodova.

8. (10 bodova) Izračunajte

$$\int_{\bar{\Gamma}} (y + e^{\sqrt{x}})dx + (2x + \cos(y^2))dy ,$$

gdje je Γ pozitivno orijentirana zatvorena krivulja, čiji je donji dio

$$\mathcal{P}_1 = \{(x, x^2) : 0 \leq x \leq 1\} ,$$

a gornji

$$\mathcal{P}_2 = \{(y^2, y) : 0 \leq y \leq 1\} .$$

Skicirajte krivulju.