

# KOMPLEKSNA ANALIZA

1. Odredite podskup kompleksne ravnine određen sa:

(a)  $|z - 1| < |z - i|$

(b)  $|z - 3| - |z + 3i| = 5$

(c)  $4 < |z - 1| + |z + 1| < 8$ .

2. Koje su krivulje u kompleksnoj ravnini određene jednažbama:

(a)  $z(t) = a + (b - a)t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad a, b \in \mathbb{R}$

(b)  $z(t) = z_0 + (z_1 - z_0)t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad z_0, z_1 \in \mathbb{C}$

(c)  $z(t) = Re^{it}, \quad 0 \leq t \leq \pi, \quad R > 0$

(d)  $z(t) = t + it^2, \quad 0 \leq t \leq \infty$

(e)  $z(t) = t + \frac{i}{t}, \quad 1 \leq t \leq \infty$ .

3.\* Neka su  $z_1, z_2, \dots, z_n$ , vrhovi pravilnog  $n$ -terokuta upisanog u kružnicu  $\{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$  te  $z$  bilo koja točka te kružnice. Dokažite da vrijedi

$$\sum_{k=1}^n |z - z_k|^2 = 2n.$$

4.\* Ako vrijedi  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ ,  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ , pokažite da su točke  $z_1, z_2, z_3$  vrhovi jednakostraničnog trokuta upisanog u jediničnu kružnicu.