Termalni vjetar

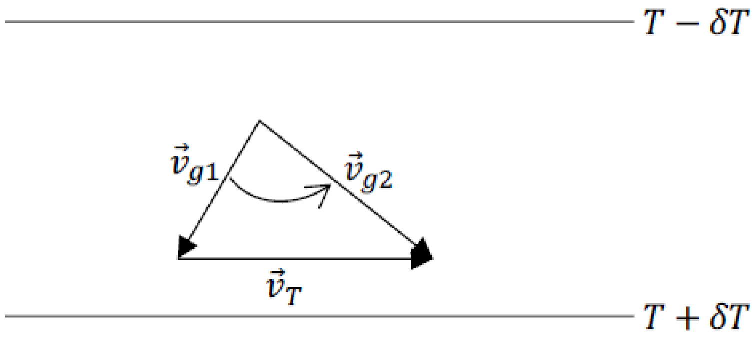
Vježbe iz Dinamičke meteorologije II

Termalni vjetar

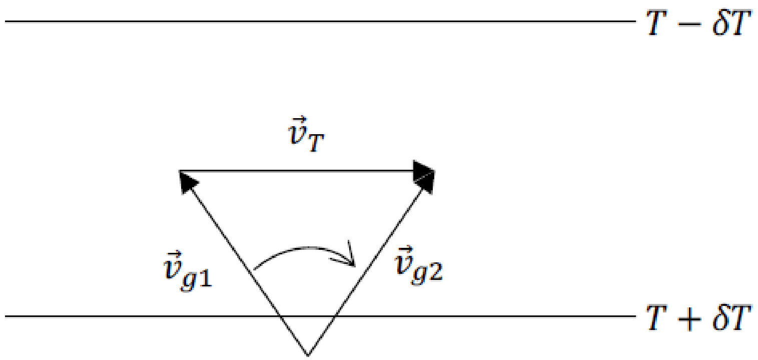
- teorijska veličina
- predstavlja vertikalno smicanje geostrofičkog vjetra $\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1}$
- termalni vjetar veza između horizontalne promjene temperature i vertikalne promjene u polju strujanja

$$\vec{v}_T = -\frac{R}{f}\ln\frac{p_2}{p_1}\,\vec{k}\times\nabla_p\bar{T}$$

- NH → topliji zrak s desne strane termalnog vjetra



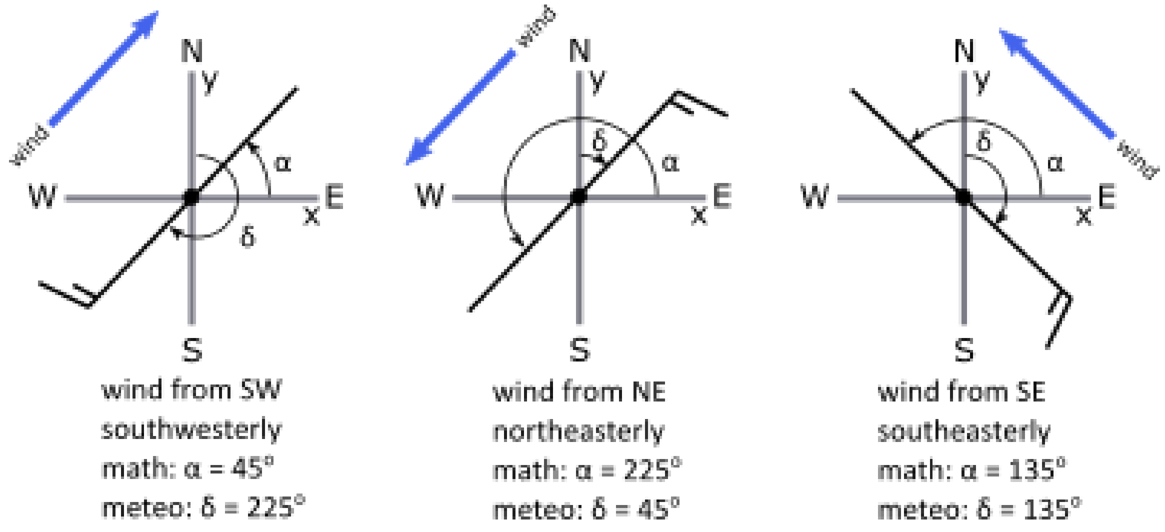
skretanje $\vec{v}_g$ visinom u smjeru suprotnom od kazaljke na satu $\Rightarrow$ **hladna advekcija**



skretanje $\vec{v}_g$ visinom u smjeru kazaljke na satu (anticiklonalno) $\Rightarrow$ **topla advekcija**

Ponavljanje - određivanje smjera vjetra

U meteorologiji smjer vjetra određujemo od sjevera, u smjeru kazaljke na satu.
Na slici gledamo kut δ.



Izvor: https://www.e-education.psu.edu/meteo300/node/719

Zadaća

- proći kroz MetED lekciju o termalnom vjetru: *Topics in Dynamic Meteorolgy: Thermal Wind*

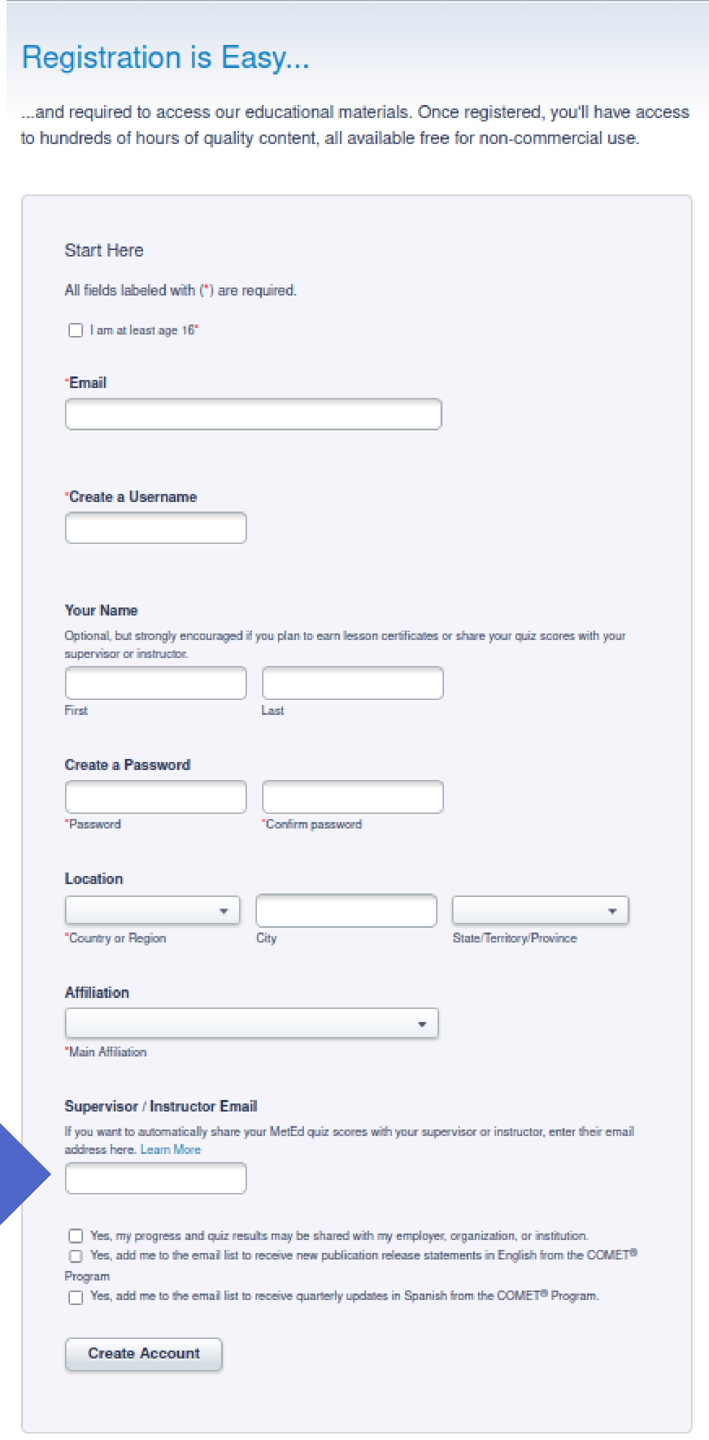
- riješiti kviz

rok **4. svibnja 2023.**

https://www.meted.ucar.edu/registration.php

https://www.meted.ucar.edu/education_training/lesson/889

U opcijama korisničkog računa na MetED-u u polje *Supervisor/Instructor e-mail* upišite *sara.ivasic@gfz.hr* kako bih dobila rezultate kviza!



Primjeri i zadatci

1. Izolinije RT_{1000}^{500} izvučene su svakih 60 gpm. Koji je odgovarajući interval izolinija vertikalno usrednjene temperature?

2. Srednja temperatura u sloju između 750 i 500 hPa opada prema istoku za 3 °C po 100 km. Ako je na 750 hPa plohi geostrofički vjetar jugoistočni brzine $v_{g1} = 20\ m\ s^{-1}$, koliki je v_{g2} na 500 hPa? Pretpostavljamo da je $f = 10^{-4}\ s^{-1}$.

3. Odredite brzinu termalnog vjetra u sloju debljine 2 km ako je horizontalni temperaturni gradijent 2.5 °C/150 km, a srednja temperatura sloja 27 °C, te geografska širina 45° N.

4. Usporedite termalni vjetar na sjevernom polu i na 30° N ako su svi ostali uvjeti jednaki.

5. Na kojoj visini iščezava geostrofički vjetar na 40 °N, ako je na visini od 500 m geostrofički vjetar brzine 6 m s^{-1}, a horizontalni gradijent temperature 2 °C/100 km uz $\overline{T} = 273\ K$.

6. Nađite geostrofičku advekciju temperature u točki na 700 hPa i 50 °N ako je brzina vjetra u toj točki 17 m s^{-1}, a vjetar zakreće ciklonalno za 20° svakih 50 hPa ne mijenjajući iznos brzine.

7. Nađite smjer i brzinu geostrofičkog vjetra na 1000 hPa, ako je vjetar na 500 hPa sjeverni iznosa 17 m s^{-1} , a geopotencijal raste u smjeru od sjevera prema jugu za 10 gpm/100 km. Geografska širina je 50 °N.

8. Nađite smjer i brzinu geostrofičkog vjetra na 500 hPa, ako je vjetar na 1000 hPa južni iznosa 10 m s^{-1}. Izohipse RT_{1000}^{500} paralelne su s geografskim paralelama. Udaljenost izohipsi na karti je 1.5 cm, a mjerilo karte je $1\!:1.5 \cdot 10^7$. Izohipse se crtaju svakih 40 gpm, a geopotencijal raste prema jugu. Geografska širina je 55 °N.

9. Odredite srednji temperaturni gradijent u sloju između $z_1 = 1\ km$ i $z_2 = 2\ km$ na 60° N, ako je srednja temperatura sloja $\overline{T} = 27\ ℃$. Odredite smjer gradijenta temperature ako je geostrofički vjetar na z_2 sjeverozapadni iznosa brzine 8 m s^{-1}, a na visini z_1 sjeverni 10 m s^{-1}.

10. Pokažite da se promjena geostrofičkog vjetra visinom u izentropskim koordinatama može prikazati kao:

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{R}{fp}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{R/c_p} \vec{k} \times \nabla_\theta p$$

11. Pokažite da je promjena geostrofičkog vjetra visinom u (x, y, z) sustavu:

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \frac{g}{fT}\vec{k} \times \nabla_z T + \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z}\vec{v}_g$$

Rješenja

1. Izolinije RT_{1000}^{500} izvučene su svakih 60 gpm. Koji je odgovarajući interval izolinija vertikalno usrednjene temperature?

Rješenje:

$\delta\Phi = 60\ gpm = 60 \cdot 9.8\ J\ kg^{-1} = 588 J\ kg^{-1}$

$p_1 = 1000\ hPa, p_2 = 500\ hPa$

Izraz za termalni vjetar:

$$\vec{v}_T = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p(\Phi_2 - \Phi_1) = -\frac{R}{f}\ln\frac{p_2}{p_1}\vec{k} \times \nabla_p\overline{T} \qquad \Big/ \vec{k}\times$$

$$-\frac{1}{f}\nabla_p(\Phi_2 - \Phi_1) = \frac{R}{f}\ln\frac{p_2}{p_1}\nabla_p\overline{T} \qquad \Big/ (-f)$$

$$\nabla_p(\Phi_2 - \Phi_1) = R\ln\frac{p_1}{p_2}\nabla_p\overline{T}$$

$$\nabla_p(\delta\Phi) = R\ln\frac{p_1}{p_2}\nabla_p\overline{T}$$

$$\frac{\delta\Phi}{\Delta n} = R\ln\frac{p_1}{p_2}\frac{\Delta\overline{T}}{\Delta n} \qquad \Rightarrow$$

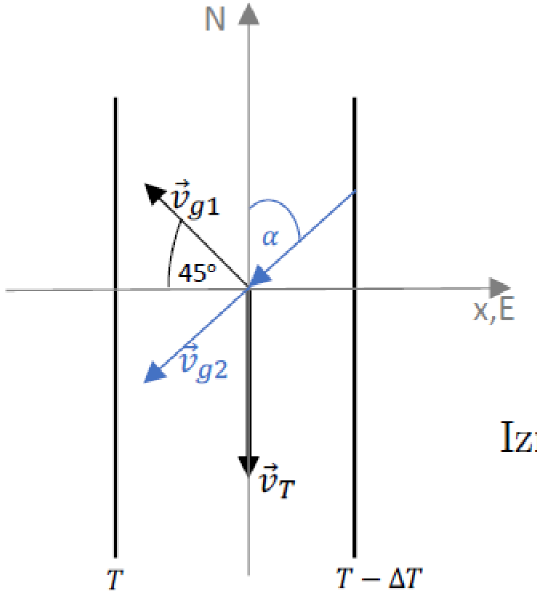
$$\Delta\overline{T} = 2.95\ \mathrm{K} = 3\ \mathrm{K}$$

2. Srednja temperatura u sloju između 750 i 500 hPa opada prema istoku za 3 °C po 100 km. Ako je na 750 hPa plohi geostrofički vjetar jugoistočni brzine $v_{g1} = 20\ m\ s^{-1}$, koliki je v_{g2} na 500 hPa? Pretpostavljamo da je $f = 10^{-4}\ s^{-1}$.

Rješenje:

$\nabla_p \overline{T} = -3°\ \mathrm{C}/100\ \mathrm{km}\ \vec{i}$

v_{g1}=20 m s^{-1}, $p_1 = 750$ hPa, $p_2 = 500$ hPa



$$\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_{g2} = \vec{v}_T + \vec{v}_{g1}$$

$$\vec{v}_{g1} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} 20\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2} 20\vec{j} \right) \mathrm{m\ s^{-1}}$$

$$\vec{v}_T = -|\vec{v}_T|\vec{j}$$

Izraz za termalni vjetar:

$$\vec{v}_T = \frac{R}{f} \ln \frac{p_1}{p_2} \vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

$$\vec{v}_T = \frac{R}{f} \ln \frac{p_1}{p_2} \vec{k} \times \left(-\frac{\partial \overline{T}}{\partial x} \right) \vec{i} = -34.9\vec{j}\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

$$\vec{v}_{g2} = \vec{v}_T + \vec{v}_{g1} = (-34.9\vec{j} - 10\sqrt{2}\vec{i} + 10\sqrt{2}\vec{j})\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

$$\vec{v}_{g2} = (-10\sqrt{2}\vec{i} - 20.8\vec{j})\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

$$|\vec{v}_{g2}| = 25.2\ m\ s^{-1}$$

Smjer geostrofičkog vjetra na 500 hPa:

$$\tan \alpha = \left| \frac{\vec{v}_{g2,x}}{\vec{v}_{g2,y}} \right| \rightarrow \alpha = 34.2°$$

3. Odredite brzinu termalnog vjetra u sloju debljine 2 km ako je horizontalni temperaturni gradijent 2.5 °C/150 km, a srednja temperatura sloja 27 °C, te geografska širina 45° N.

Rješenje:

$\Delta z = 2$ km

$\nabla_p \overline{T} = 2.5^o\mathrm{C}/150$ km

$\overline{t} = 27\ ^o\mathrm{C}$, $\phi = 45^o$ N

Izraz za termalni vjetar:

$$\vec{v}_T = \frac{R}{f} \ln \frac{p_1}{p_2} \vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

Da bismo našli brzinu v_T, odredimo čemu je jednako $\ln \frac{p_1}{p_2}$ koristeći jednadžbu za hidrostatičku ravnotežu.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g = -\frac{pg}{RT}$$

$$\frac{1}{p} \partial p = -\frac{g}{RT} \partial z \qquad / \int_{p_1}^{p_2}, \int_{z}^{z+\Delta z}$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{g \Delta z}{R\overline{T}} \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{g \Delta z}{R\overline{T}}$$

Pa slijedi da je:

$$\vec{v}_T = \frac{R}{f} \frac{g \Delta z}{R\overline{T}} \vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

$$|\vec{v}_T| = \frac{g \Delta z}{f\overline{T}} |\nabla_p \overline{T}| = 11.6 \text{ m s}^{-1}$$

4. Usporedite termalni vjetar na sjevernom polu i na 30° N ako su svi ostali uvjeti jednaki.

Rješenje:

Izraz za termalni vjetar: $$\vec{v}_T = \frac{R}{f} \ln \frac{p_1}{p_2} \vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

$$\vec{v}_T = \frac{R}{2\Omega \sin \phi} \ln \frac{p_1}{p_2} \vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

$$\frac{\vec{v}_{T,pol}}{\vec{v}_{T,30^o}} = \frac{\frac{1}{\sin 90^o}}{\frac{1}{\sin 30^o}} = \sin 30^o = 1/2$$

5. Na kojoj visini iščezava geostrofički vjetar na 40 °N, ako je na visini od 500 m geostrofički vjetar brzine 6 m s^{-1}, a horizontalni gradijent temperature 2 °C/100 km uz $\overline{T} = 273\ K$.

Rješenje:

$$v_{g2} = 0 \text{ m s}^{-1}$$
$$\phi = 40^\circ \text{ N},\ v_{g1} = 5 \text{ m s}^{-1}$$
$$\nabla_p \overline{T} = 2^\circ \text{ C}/100 \text{ km},\ \overline{T} = 273 \text{ K}$$

Izraz za termalni vjetar:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g = -\frac{pg}{RT}$$
$$\frac{1}{p}\partial p = -\frac{g}{RT}\partial z \qquad / \int_{p_1}^{p_2}, \int_z^{z+\Delta z}$$
$$\ln\frac{p_2}{p_1} = -\frac{g\Delta z}{R\overline{T}} \Rightarrow \ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{g\Delta z}{R\overline{T}}$$

$$\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1} = \frac{R}{f}\ln\frac{p_1}{p_2}\vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

$$\vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1} = \frac{g\Delta z}{f\overline{T}}\vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

$$|\vec{v}_{g2}| = 0 \rightarrow \quad |\vec{v}_{g1}| = \frac{g\Delta z}{f\overline{T}}|\nabla_p \overline{T}| \quad \Rightarrow \Delta z = \frac{f\overline{T}}{g|\nabla_p \overline{T}|}|\vec{v}_{g1}|$$

$$\Delta z = 782.4m \quad \Rightarrow z_2 = z_1 + \Delta z = 500 \text{ m} + 782.4 \text{ m} = 1282.4 \text{ m}$$

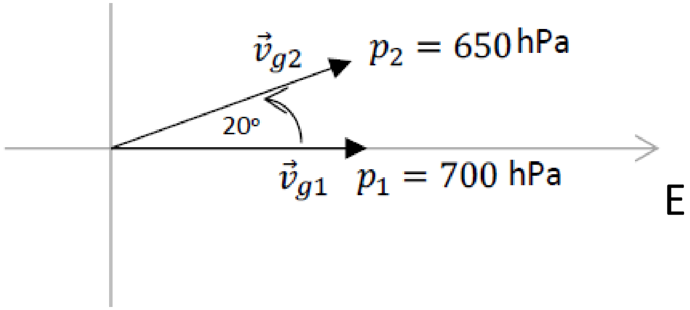
6. Nađite geostrofičku advekciju temperature u točki na 700 hPa i 50 °N ako je brzina vjetra u toj točki 17 m s^{-1}, a vjetar zakreće ciklonalno za 20° svakih 50 hPa ne mijenjajući iznos brzine.

Rješenje:

$|\vec{v}_{g1}| = |\vec{v}_{g2}|$

Advekcija temperature: $-\vec{v}_g \cdot \nabla_p \overline{T} = ?$

Koordinatni sustav je proizvoljno odabran, odnosno geostrofički vjetar puše prema istoku na 700 hPa.



$$\vec{v}_{g1} = 17\vec{i}$$

$$\vec{v}_{g2} = 17\cos 20°\vec{i} + 17\sin 20°\vec{j}$$

Termalni vjetar: $\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1} = -1.025\vec{i} + 5.814\vec{j}$

Pa slijedi:

$$\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1} = \frac{R}{f}\ln\frac{p_1}{p_2}\vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

$$-1.025\vec{i} + 5.814\vec{j} = 1.904 \cdot 10^5 \vec{k} \times \nabla_p \overline{T} \qquad \Big/ \vec{k}\times$$

$$-1.025\vec{j} - 5.814\vec{i} = -1.904 \cdot 10^5 \nabla_p \overline{T}$$

$$\nabla_p \overline{T} = 3.053 \cdot 10^{-5}\vec{i} + 5.383 \cdot 10^{-6}\vec{j}$$

Geostroficka advekcija temperature na 700 hPa:

$$-\vec{v}_{g1} \cdot \nabla_p \overline{T} = -17\vec{i}(3.05 \cdot 10^{-5}\vec{i} + 5.38 \cdot 10^{-6}\vec{j})$$

$$-\vec{v}_{g1} \cdot \nabla_p \overline{T} = -5.19 \cdot 10^{-4} \text{ °C } s^{-1} = -1.87 \text{ °C } h^{-1}$$

(hladna advekcija)

7. Nađite smjer i brzinu geostrofičkog vjetra na 1000 hPa, ako je vjetar na 500 hPa sjeverni iznosa 17 m s^{-1} , a geopotencijal raste u smjeru od sjevera prema jugu za 10 gpm/100 km. Geografska širina je 50 °N.

Rješenje:

$p_1 = 1000$ hPa, $p_2 = 500$ hPa

$\vec{v}_{g2} = -17 \text{ m s}^{-1}\vec{j}$

$\text{RT}_{1000}^{500} = \delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$

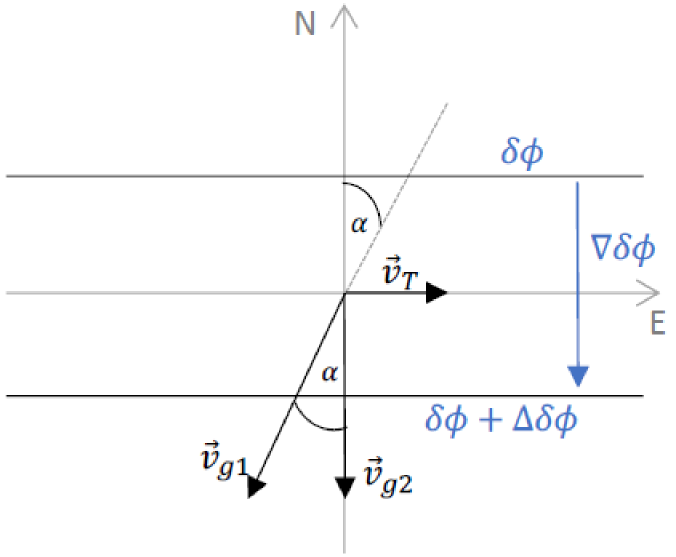
$\nabla\delta\Phi = -10 \text{ gpm}/100 \text{ km}\vec{j} = -9.8 \cdot 10^{-4} \text{ m s}^{-2}\vec{j}$

Termalni vjetar: $\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1}$

Uvrstimo izraz za geostrofički vjetar:

$$\vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p\Phi$$

Slijedi da je: $\vec{v}_T = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p(\Phi_2 - \Phi_1) = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p\delta\Phi$



$\vec{v}_{g1} = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_T \rightarrow \vec{v}_{g1} = -17\vec{j} - \frac{1}{f}\vec{k} \times (-9.8 \cdot 10^{-4})\vec{j} = -7.76\vec{i} - 17\vec{j}$

Iznos brzine geostrofičkog vjetra na 1000 hPa: $|\vec{v}_{g1}| = 18.69\ m\ s^{-1}$

Smjer geostrofičkog vjetra na 1000 hPa: $\tan\alpha = \left|\frac{\vec{v}_{g1,x}}{\vec{v}_{g1,y}}\right| = \frac{7.76}{17} \rightarrow \alpha = 24.5°$ (NNE)

8. Nađite smjer i brzinu geostrofičkog vjetra na 500 hPa, ako je vjetar na 1000 hPa južni iznosa 10 m s^{-1}. Izohipse RT_{1000}^{500} paralelne su s geografskim paralelama. Udaljenost izohipsi na karti je 1.5 cm, a mjerilo karte je $1:1.5\cdot 10^7$. Izohipse se crtaju svakih 40 gpm, a geopotencijal raste prema jugu. Geografska širina je 55 °N.

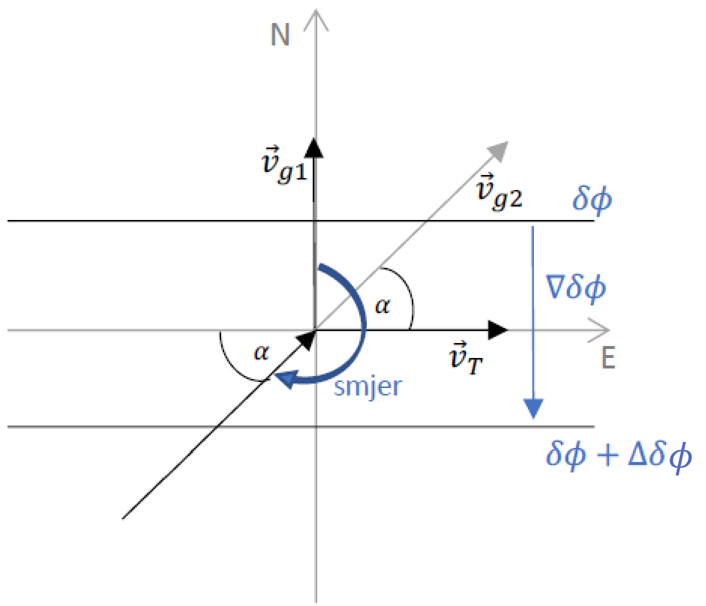
Rješenje:

$p_1 = 1000\ hPa, p_2 = 500\ hPa$

$\vec{v}_{g1} = 10 \text{ m s}^{-1}\vec{j}$

$\Delta\delta\Phi = 40 \text{ gpm}, \ \Delta n = 1.5 \text{ cm} \cdot 1.5 \cdot 10^7$

$\frac{\Delta\delta\Phi}{\Delta n} = -\frac{\Delta\delta\Phi}{\Delta n}\vec{j}$



Termalni vjetar: $\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1}$

Uvrstimo izraz za geostrofički vjetar:

$$\vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p \Phi$$

Slijedi da je: $\vec{v}_T = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p(\Phi_2 - \Phi_1) = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_p \delta\Phi$

$$\vec{v}_T = \frac{1}{f}\vec{k} \times \Big(-\frac{\Delta\delta\Phi}{\Delta n}\Big)\vec{j}$$

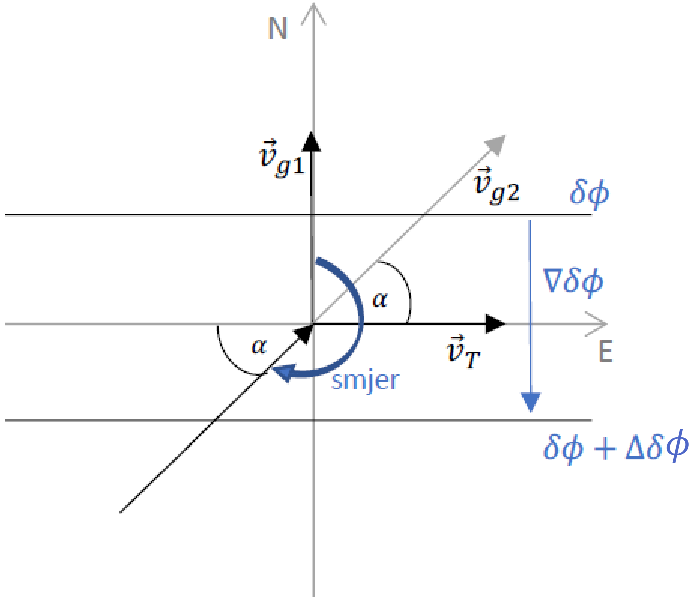
$$\vec{v}_T = \frac{1}{f}\frac{\Delta\delta\Phi}{\Delta n}\vec{i}$$

8. Nađite smjer i brzinu geostrofičkog vjetra na 500 hPa, ako je vjetar na 1000 hPa južni iznosa 10 m s^{-1}. Izohipse RT_{1000}^{500} paralelne su s geografskim paralelama. Udaljenost izohipsi na karti je 1.5 cm, a mjerilo karte je $1{:}\, 1.5 \cdot 10^7$. Izohipse se crtaju svakih 40 gpm, a geopotencijal raste prema jugu. Geografska širina je 55 °N.

$$\vec{v}_T = \frac{1}{f}\frac{\Delta\delta\Phi}{\Delta n}\vec{i}$$

$$\vec{v}_T = \frac{1}{2\cdot 7.29\cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1}\sin 55°}\frac{40\cdot 9.8\ \mathrm{m}^2\ \mathrm{s}^{-2}}{1.5\cdot 10^{-2}\cdot 1.5\cdot 10^{7}\ \mathrm{m}}\vec{i}$$

$$\vec{v}_T = 14.59\vec{i}\ \mathrm{m\ s}^{-1}$$



Brzina geostrofičkog vjetra na 500 hPa: $\vec{v}_{g2} = \vec{v}_{g1} + \vec{v}_T$

$$\vec{v}_{g2} = (14.59\vec{i} + 10\vec{j})\ \mathrm{m\ s}^{-1}$$

Kut α je kut između $\vec{v}_{g2}$ i jediničnog vektora smjera $\vec{i}$. Slijedi da je α:

$$\tan\alpha = \frac{v_{g2,y}}{v_{g2,x}} = \frac{10}{14.59} = 0.685 \Rightarrow \alpha = 34.4°$$

Smjer geostrofičkog vjetra na 500 hPa: $270° - \alpha = 235.6° \rightarrow \mathrm{WSW}$

9. Odredite srednji temperaturni gradijent u sloju između $z_1 = 1\ km$ i $z_2 = 2\ km$ na 60° N, ako je srednja temperatura sloja $\bar{T} = 27$ °C. Odredite smjer gradijenta temperature ako je geostrofički vjetar na z_2 sjeverozapadni iznosa brzine 8 m s^{-1}, a na visini z_1 sjeverni 10 m s^{-1}.

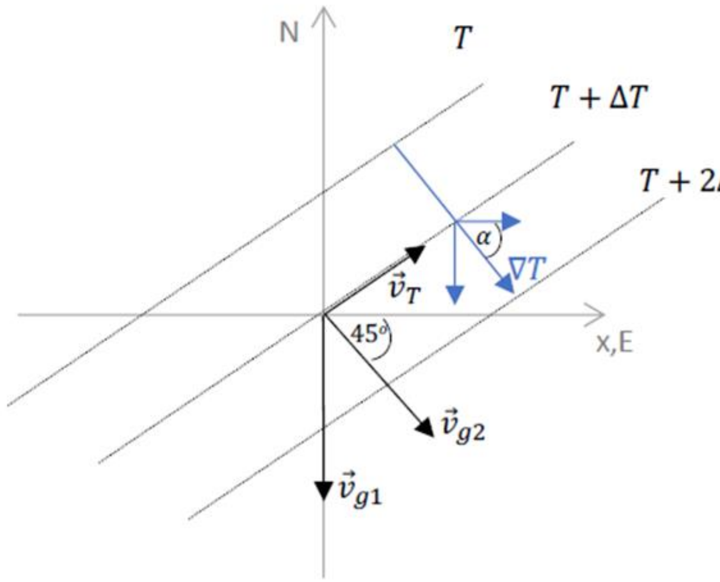
$$\ln\frac{p_2}{p_1} = -\frac{g\Delta z}{R\bar{T}} \quad \Rightarrow \quad \ln\frac{p_1}{p_2} = \frac{g\Delta z}{R\bar{T}}$$

Pa slijedi da je:

$$\vec{v}_T = \frac{R}{f}\frac{g\Delta z}{R\bar{T}}\vec{k} \times \nabla_p \bar{T} \qquad /\vec{k}\times$$

$$\vec{k} \times \vec{v}_T = -\frac{g\Delta z}{f\bar{T}} \cdot \nabla_p \bar{T} \quad \rightarrow \quad \nabla_p \bar{T} = -\frac{f\bar{T}}{g\Delta z}\vec{k} \times \vec{v}_T$$

$$\nabla_p \bar{T} = -\frac{f\bar{T}}{g\Delta z}\vec{k} \times (\vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1})$$



Na z_1 geostrofički vjetar je sjeverni: $\vec{v}_{g1} = -10\vec{j}\ m\ s^{-1}$

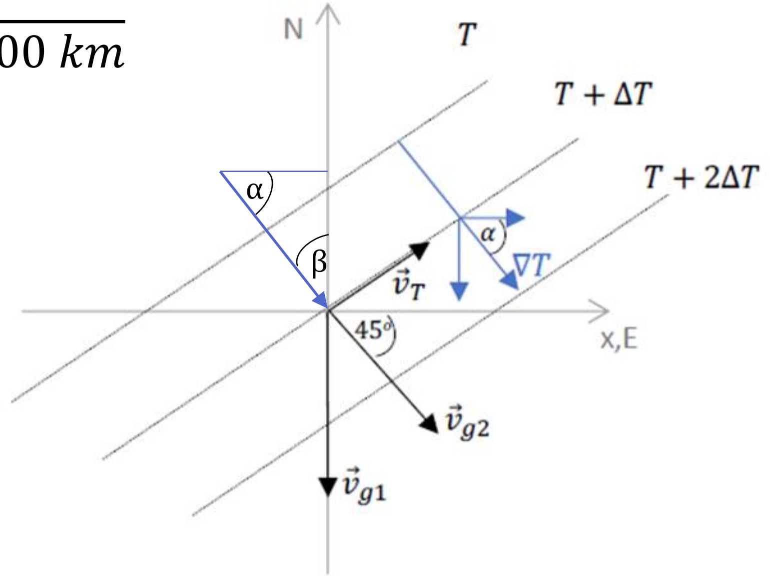
Na z_2 geostrofički vjetar je sjeverozapadni: $\vec{v}_{g2} = \left(4\sqrt{2}\,\vec{i} - 4\sqrt{2}\,\vec{j}\right) m\ s^{-1}$

Slijedi $\vec{v}_T = \vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1} = (5.66\,\vec{i} + 4.34\,\vec{j})\ m\ s^{-1} \rightarrow |\vec{v}_T| = 7.13\ m\ s^{-1}$

9. Odredite srednji temperaturni gradijent u sloju između $z_1 = 1\ km$ i $z_2 = 2\ km$ na 60° N, ako je srednja temperatura sloja $\overline{T} = 27\ °C$. Odredite smjer gradijenta temperature ako je geostrofički vjetar na z_2 sjeverozapadni iznosa brzine 8 m s^{-1}, a na visini z_1 sjeverni 10 m s^{-1}.

$$\nabla_p \overline{T} = -\frac{f\overline{T}}{g\Delta z}\vec{k} \times (\vec{v}_{g2} - \vec{v}_{g1})$$

$$\nabla_p \overline{T} = -\frac{2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5}\text{s}^{-1} \sin 60 \cdot 300\ \text{K}}{9.81\ \text{m s}^{-2} \cdot 10^3\ \text{m}} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 5.66 & 4.34 & 0 \end{vmatrix} \frac{m}{s} = (1.68\,\vec{i} - 2.19\,\vec{j})\ \frac{K}{100\ km}$$



$$|\nabla_p \overline{T}| = 2.76 \frac{K}{100\ \text{km}}$$

$$\tan\alpha = \frac{|\partial T/\partial y|}{|\partial T/\partial x|} = 1.3 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 52.5°$$

$$\beta = 90° - \alpha = 37.5°$$

Smjer gradijenta temperature:

$$360° - \beta = 322.5°$$

Temperatura raste prema jugoistoku.

9. Odredite srednji temperaturni gradijent u sloju između $z_1 = 1\ km$ i $z_2 = 2\ km$ na 60° N, ako je srednja temperatura sloja $\bar{T} = 27$ °C. Odredite smjer gradijenta temperature ako je vjetar na z_2 sjeverozapadni 8 m s^{-1}, a na visini z_1 sjeverni 10 m s^{-1}.

Rješenje:

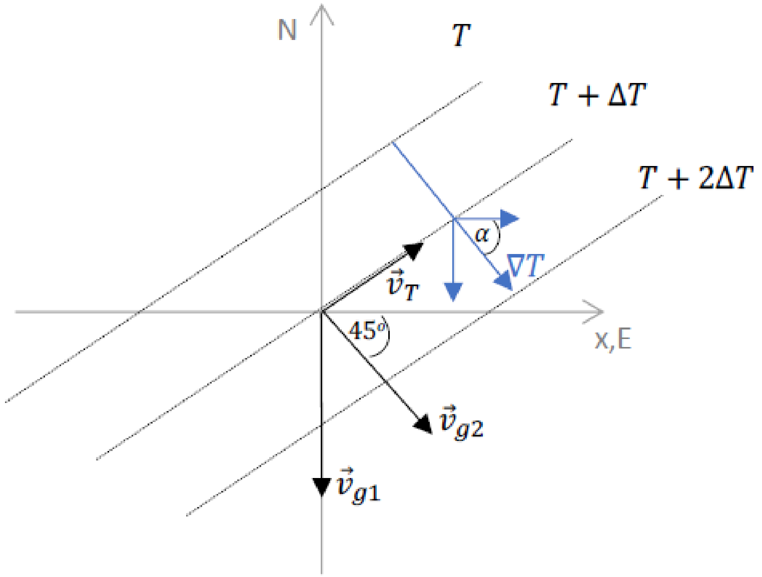
$z_1 = 1$ km i $z_2 = 2$ km

$\phi = 60°$ N

$\overline{T} = 27$ °C $= 300$ K

$\vec{v}_{g1} = -10\,\vec{j}\ m\ s^{-1}$

$\vec{v}_{g2} = \left(4\sqrt{2}\,\vec{i} - 4\sqrt{2}\,\vec{j}\right) m\ s^{-1}$



Izraz za termalni vjetar:

$$\vec{v}_T = \frac{R}{f} \ln \frac{p_1}{p_2} \vec{k} \times \nabla_p \overline{T}$$

Da bismo našli brzinu v_T, odredimo čemu je jednako $\ln \frac{p_1}{p_2}$ koristeći jednadžbu za hidrostatičku ravnotežu.

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g = -\frac{pg}{RT}$$

10. Pokažite da se promjena geostrofičkog vjetra visinom u izentropskim koordinatama može prikazati kao:

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{R}{fp}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{R/c_p} \vec{k} \times \nabla_\theta p$$

Rješenje:

Geostrofički vjetar u (x, y, θ) sustavu

$$\vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta (c_p T + \phi)$$

$$\vec{v}_g = \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta (c_p T) + \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \Phi \qquad \Big/ \frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \underbrace{\frac{c_p}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \frac{\partial T}{\partial \theta}}_{I} + \underbrace{\frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}}_{II}$$

Da bismo našli $\partial T/\partial \theta$ u članu (I) koristimo izraz za potencijalnu temperaturu:

$$\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}} \qquad \Big/ \ln$$

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{c_p} \ln p_0 - \frac{R}{c_p} \ln p \qquad \Big/ \frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$\frac{1}{\theta}\frac{\partial \theta}{\partial \theta} = \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial \theta} - \frac{R}{c_p p}\frac{\partial p}{\partial \theta} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = \frac{T}{\theta} + \frac{RT}{c_p p}\frac{\partial p}{\partial \theta}$$

10. Pokažite da se promjena geostrofičkog vjetra visinom u izentropskim koordinatama može prikazati kao:

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{R}{fp}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{R/c_p} \vec{k} \times \nabla_\theta p$$

U drugom članu izraz $\frac{\partial \Phi}{\partial \theta}$ odredimo iz poznatog izraza za hidrostatičku ravnotežu: $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \rightarrow \partial p = -\rho g \partial z$

$$\partial p = -\rho \partial \Phi \quad \rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial \theta} = -\rho \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = -\alpha \frac{\partial p}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{c_p}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \left[\frac{T}{\theta} + \frac{\overbrace{RT}^{p\alpha}}{c_p p}\frac{\partial p}{\partial \theta}\right] - \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \alpha \frac{\partial p}{\partial \theta}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{c_p}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \frac{T}{\theta} + \underbrace{\frac{c_p}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \frac{p\alpha}{c_p p}\frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{1}{f}\vec{k} \times \nabla_\theta \alpha \frac{\partial p}{\partial \theta}}_{=0}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{c_p}{f\theta}\vec{k} \times \nabla_\theta T = \frac{c_p}{fT\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}}}\vec{k} \times \nabla_\theta T$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{c_p}{f\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}}}\left(\vec{k} \times \nabla_\theta \ln T\right)$$

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{c_p}\ln p_0 - \frac{R}{c_p}\ln p$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{c_p}{f}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{c_p}}\vec{k} \times \nabla_\theta \left[\ln \theta - \frac{R}{c_p}\ln p_0 + \frac{R}{c_p}\ln p\right]$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{c_p}{f}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{c_p}}\vec{k} \times \left[\underbrace{\nabla_\theta \ln \theta}_{=0} - \underbrace{\frac{R}{c_p}\nabla_\theta \ln p_0}_{=0} + \frac{R}{c_p}\nabla_\theta \ln p\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial \theta} = \frac{R}{fp}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{c_p}}\vec{k} \times \nabla_\theta p}$$

11. Pokažite da je promjena geostrofičkog vjetra visinom u (x, y, z) sustavu: $\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \frac{g}{fT}\vec{k} \times \nabla_z T + \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z}\vec{v}_g$

Rješenje:

Izraz za geostrofički vjetar u (x, y, z) sustavu:

$$\vec{v}_g = \frac{1}{\rho f}\vec{k} \times \nabla_z p \qquad \Big/ \frac{\partial}{\partial z}$$

$p = \rho R T \rightarrow$
$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \vec{k} \times \nabla_z p \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho f}\right) + \frac{1}{\rho f}\vec{k} \times \nabla_z \frac{\partial p}{\partial z}$$

$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \rightarrow$
$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \vec{k} \times \nabla_z p \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{RT}{pf}\right) + \frac{1}{\rho f}\vec{k} \times \nabla_z(-\rho g)$$

$\vec{v}_g \rightarrow$
$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \rho f \vec{v}_g \frac{R}{f}\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{T}{p}\right) - \frac{g}{\rho f}\vec{k} \times \nabla_z \rho$$

$p = \rho R T \rightarrow$
$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \rho R \vec{v}_g \left[\frac{p\partial T/\partial z - T\partial p/\partial z}{p^2}\right] - \frac{g}{\rho f}\vec{k} \times \nabla_z\left(\frac{p}{RT}\right)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \frac{\rho R p}{p^2}\vec{v}_g \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\rho R T}{p^2}\frac{\partial p}{\partial z}\vec{v}_g - \frac{g}{\rho R f}\vec{k} \times \left[T\nabla_z p - p\nabla_z T\right]\frac{1}{T^2}$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z}\vec{v}_g + \frac{\rho g}{p}\vec{v}_g - \frac{gT}{\rho R f}\vec{k} \times \nabla_z p + \frac{gp}{\rho R f T^2}\vec{k} \times \nabla_z T$$

$$\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z}\vec{v}_g + \underbrace{\frac{\rho g}{p}\vec{v}_g - \frac{gT}{\rho R f}\rho f \vec{v}_g}_{=0} + \frac{g}{fT}\vec{k} \times \nabla_z T$$

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}_g}{\partial z} = \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial z}\vec{v}_g + \frac{g}{fT}\vec{k} \times \nabla_z T}$$